

doi:10.3788/gzxb20144312.1201003

# 基于混合 $H_2/H_\infty$ 控制的自适应光学 系统设计与仿真

赵欣<sup>1,2</sup>, 马彩文<sup>1</sup>

(1 中国科学院西安光学精密机械研究所, 西安 710119)

(2 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘 要:** 为了使自适应光学系统校正后的残余波前整体倾斜小并且系统的鲁棒稳定性好, 提出采用混合  $H_2/H_\infty$  控制方法来设计自适应光学系统控制器。为了验证控制效果, 通过自适应光学波前整体倾斜校正试验平台仿真了大气湍流波前整体倾斜, 对比了采用混合  $H_2/H_\infty$  控制器和采用经典积分控制器的自适应光学波前整体倾斜校正试验平台的残余波前整体倾斜以及系统的鲁棒稳定性。结果表明, 相对于采用积分控制器的试验平台, 采用混合  $H_2/H_\infty$  控制器的试验平台同时获得了更小的残余波前整体倾斜和更好的鲁棒稳定性, 证明了自适应光学系统混合  $H_2/H_\infty$  控制方法的有效性。

**关键词:** 自适应光学; 鲁棒控制; 模拟; 波前; 大气湍流; 控制系统-设计; 最优控制

中图分类号: O439; TP273

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2014)12-1201003-7

## Design and Simulation of the Adaptive Optics System Based on Mixed $H_2/H_\infty$ Control

ZHAO Xin<sup>1,2</sup>, MA Cai-wen<sup>1</sup>

(1 Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710119, China)

(2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** To achieve small residual wavefront gradient tilt corrected by the adaptive optics system and good robust stability of the system, a mixed  $H_2/H_\infty$  control method for the adaptive optics system was proposed. In order to verify the control performance, the atmospheric turbulence wavefront gradient tilt was simulated, and the residual wavefront gradient tilt corrected by the adaptive optics wavefront gradient tilt correction test platform with the mixed  $H_2/H_\infty$  controller and by the one with the classic integral controller was compared. The robust stability of the two systems was compared as well. The result demonstrated that the test platform with the mixed  $H_2/H_\infty$  controller achieved not only smaller residual wavefront gradient tilt but also better robust stability compared to the one with the classic integral controller, and proved the efficiency of the mixed  $H_2/H_\infty$  control method for the adaptive optics system.

**Key words:** Adaptive optics; Robust control; Simulation; Wavefronts; Atmospheric turbulence; Control systems-design; Optimal control

**OCIS Codes:** 010.1080; 110.1080; 010.1330; 110.6770

## 0 引言

大气湍流的扰动会使得地基天文望远镜观测到的星象抖动和模糊, 自适应光学系统通过对动态波前误

差的实时探测、控制和校正, 使地基天文望远镜能够自动克服外界扰动, 保持系统良好的性能<sup>[1-4]</sup>。目前, 经典的积分控制器是自适应光学系统最常用的控制器<sup>[5-6]</sup>。近些年来, 自适应光学系统控制器新的设计方法被提

基金项目: 国家高技术研究发展计划(No. 2012AA7087035)资助

第一作者: 赵欣(1983-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为自适应光学系统。Email: zhaoxin0322@163.com

导师(通讯作者): 马彩文(1965-), 男, 研究员, 博士, 主要研究方向为光电测控技术。Email: cwma@opt.ac.cn

收稿日期: 2014-06-18; 录用日期: 2014-09-09

<http://www.photon.ac.cn>

出和研究,比如  $H_2$  控制<sup>[7]</sup>和  $H_\infty$  控制<sup>[6,8-11]</sup>.  $H_2$  控制是一种最优控制,通过最小化相应传递函数的  $H_2$  范数,使干扰产生的误差的期望能量最小化;而  $H_\infty$  控制是一种有代表性的鲁棒控制,通过最小化相应传递函数的  $H_\infty$  范数,使系统具有良好的鲁棒稳定性<sup>[12]</sup>. 本文提出采用混合  $H_2/H_\infty$  控制方法来设计自适应光学系统控制器,以使系统校正后的残余波前整体倾斜小且系统鲁棒稳定性好. 混合  $H_2/H_\infty$  控制方法是在  $H_\infty$  范数约束的条件下最小化  $H_2$  范数,从而设计出性能良好且系统鲁棒稳定的控制器<sup>[13-14]</sup>. 通过中国科学院西安光学精密机械研究所某自适应光学波前整体倾斜校正试验平台展开研究,实验仿真了大气湍流波前整体倾斜,将采用混合  $H_2/H_\infty$  自适应光学系统控制器和采用经典的积分控制器的试验平台进行了对比,来验证控制效果.

## 1 自适应光学波前整体倾斜校正试验平台工作原理和系统模型

大气湍流波前整体倾斜像差,即整个望远镜孔径上的波前平均倾斜(Gradient Tilt),是大气湍流波前畸变的主要部分,理论和实验表明,仅校正波前整体倾斜即可显著提高光束质量,自适应光学系统通常采用快速倾斜镜(Tip-tilt Mirror, TM)单独校正波前整体倾斜<sup>[15]</sup>. 本文的研究工作依托中国科学院西安光学精密机械研究所某自适应光学波前整体倾斜校正试验平台,试验平台方框图如图 1. 图中实线箭头表示光路,虚线箭头表示电信号. 光源为 Nd:YAG 连续激光器(Laser),波长  $\lambda = 532$  nm. 准直扩束系统(Collimating and Beam Expanding System)对激光器发出的光束进行准直扩束. 试验平台系统的采样频率,即相机运行的帧频,为 100Hz. 由于快速倾斜镜在采样频率内电压与倾斜近似线性关系,本研究采用工业控制计算机(Industrial Control Computer)、数模转换器 1(D/A Converter 1)、驱动器 1(Driver 1)和快速倾斜镜 1 组成的开环系统,通过快速倾斜镜 1 反射光束,产生符合大

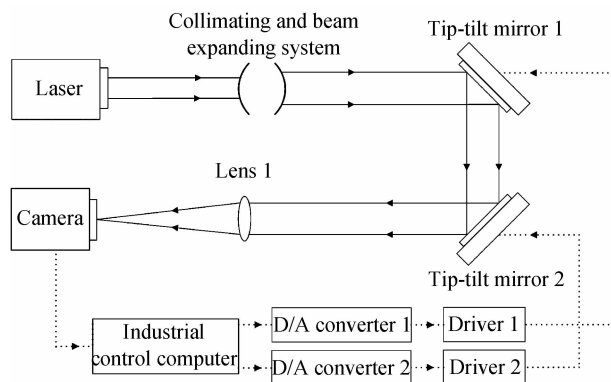


图 1 自适应光学波前整体倾斜校正试验平台方框图  
Fig. 1 Block diagram of the adaptive optics wavefront tilt correction test platform

气湍流波前整体倾斜统计规律的随机波前整体倾斜.

透镜 1(Lens 1)、相机(Camera)、工业控制计算机、数模转换器 2、驱动器 2 和快速倾斜镜 2 组成的闭环系统用以校正波前整体倾斜. 相机的感光元件位于透镜 1 的焦平面,光束经过快速倾斜镜 2 的反射,由透镜 1 聚焦在相机的感光元件上,通过相机测量聚焦光斑的漂移量. 波前控制器是通过运行在工业控制计算机上的 LabVIEW 虚拟仪器进行实现的,图 2 左下角器件为相机,图 2 左上角显示器显示的是运行中的 LabVIEW 虚拟仪器前面板,显示器中部显示的亮点为聚焦光斑. 波前控制器通过相机所测得的聚焦光斑漂移量得到波前整体倾斜,并进一步计算出控制电压. 数模转换器 2 把工业控制计算机输出的数字电压信号转换模拟电压信号,并经过驱动器 2 驱动快速倾斜镜 2,使快速倾斜镜产生倾斜,以校正波前整体倾斜. 从而达到了动态波前整体倾斜的实时探测、控制和闭环校正.

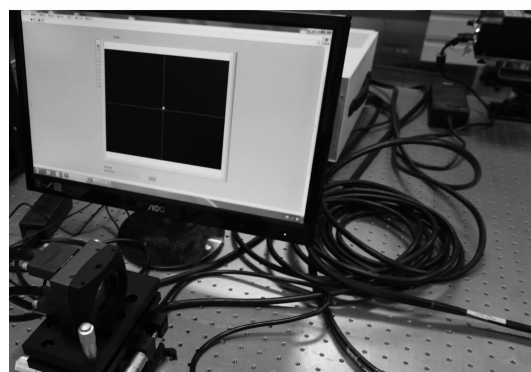


图 2 相机及 LabVIEW 虚拟仪器前面板  
Fig. 2 Camera and LabVIEW virtual instrument front panel

由于波前整体倾斜在  $x$  轴和  $y$  轴方向的分量是解耦的,从而可以针对单输入单输出的被控对象进行控制器的设计<sup>[6]</sup>. 本文讨论一个轴( $y$  轴)方向的设计仿真. 采用连续域-离散化设计<sup>[16]</sup>,即在连续域设计控制器  $K(s)$ ,然后将其离散化,从而通过 LabVIEW 虚拟仪器实现控制. 自适应光学系统是一个闭环的伺服控制系统<sup>[6]</sup>,在连续域,自适应光学波前整体倾斜校正试验平台系统方框图如图 3.

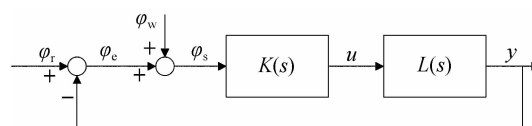


图 3 试验平台系统方框图  
Fig. 3 System block diagram of the test platform

$\varphi_r$  表示仿真的大气湍流波前整体倾斜,  $\varphi_e$  为试验平台校正后的残余大气湍流波前整体倾斜;  $\varphi_w$  表示相机的噪音,  $\varphi_s$  表示通过相机测量所得到的波前整体倾斜;  $u$  表示对快速倾斜镜的控制电压;  $y$  表示快速倾斜镜校正的大气湍流波前整体倾斜.  $K(s)$  是控制器的传递函数,  $L(s)$  是名义被控对象的传递函数,即不考虑被

控对象的不确定性时,被控对象的传递函数.系统的灵敏度函数,控制灵敏度函数和补灵敏度函数  $S(s)$ ,  $K(s)S(s)$ ,  $T(s)$  分别为

$$S(s) = \Gamma_{er}(s) = I / (I + L(s)K(s)) \quad (1)$$

$$K(s)S(s) = \Gamma_{ur}(s) = K(s) / (I + L(s)K(s)) \quad (2)$$

$$T(s) = \Gamma_{yr}(s) = L(s)K(s) / (I + L(s)K(s)) \quad (3)$$

$$\Gamma_{ew}(s) = -T(s) \quad (4)$$

式中  $\Gamma_{er}(s)$  表示  $\varphi_r$  到  $\varphi_e$  的传递函数,  $\Gamma_{ur}(s)$  表示  $\varphi_r$  到  $u$  的传递函数,  $\Gamma_{yr}(s)$  表示  $\varphi_r$  到  $y$  的传递函数,  $\Gamma_{ew}(s)$  表示  $\varphi_w$  到  $\varphi_e$  的传递函数.

校正后残余波前整体倾斜  $\varphi_e$  为

$$\varphi_e(s) = S(s)\varphi_r(s) - T(s)\varphi_w(s) \quad (5)$$

由于热效应等会造成自适应光学系统实际的被控对象传递函数偏离其名义被控对象的传递函数<sup>[9]</sup>,并且采用低阶的名义被控对象传递函数近似实际被控对

象传递函数会造成误差<sup>[17]</sup>,因此本文采用具有乘性不确定性  $\Delta L(s)$  的模型  $L_\Delta(s)$  描述实际被控对象  $L_r(s)$ .

$$L_\Delta(s) = L(s) \times (I + \Delta L(s) \times W_\Delta(s)),$$

$$\|\Delta L(s)\|_\infty < 1 \quad (6)$$

$W_\Delta(s)$  表示  $\Delta L(s)$  的扰动界函数,  $\|\Delta L(s)\|_\infty$  表示  $\Delta L(s)$  的  $H_\infty$  范数,如式(7),即传递函数在频域的最大奇异值的上界.

$$\|\Delta L(s)\|_\infty = \sup_{\text{Re}(s) > 0} \bar{\sigma}[\Delta L(s)] = \sup_{\omega \in R} \bar{\sigma}[\Delta L(j\omega)] \quad (7)$$

对于单输入单输出传递函数  $\Delta L(s)$ ,  $\bar{\sigma}[\Delta L(s)] = \sigma[\Delta L(s)] = |\Delta L(s)|$ .

这时  $\|\Delta L(s)\|_\infty = \sup_{\omega \in R} |\Delta L(j\omega)|$ ,即  $\|\Delta L(s)\|_\infty$  等于  $\Delta L(s)$  的幅频曲线的最大值.

辨识实验测得的实际被控对象  $L_r(s)$  的对数幅频特性曲线和对数相频特性曲线分别如图 4 (a)、(c).

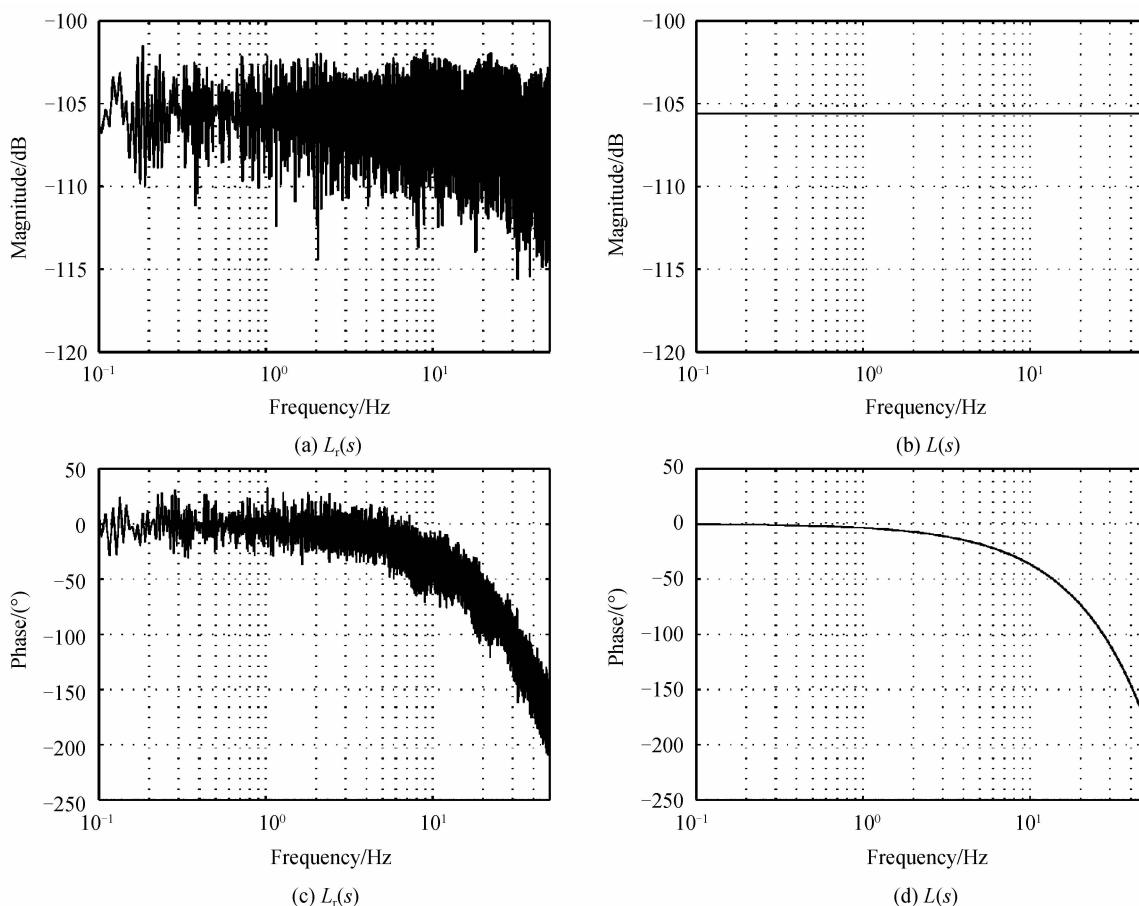


图 4 对数幅频特性曲线和对数相频特性曲线

Fig. 4 Log magnitude-frequency curve and log phase-frequency curve

本文选取一个三阶的传递函数作为名义被控对象传递函数来近似实际被控对象传递函数,即

$$L(s) = \frac{2.963 \times 10^{-2} s^2 - 17.78s + 3556}{s^3 + 6255s^2 + 3.513 \times 10^5 s + 6.786 \times 10^8} \quad (8)$$

$L(s)$  的对数幅频特性曲线和对数相频特性曲线分别如图 4 (b)、(d).

实际被控对象的频率响应  $L_r(j\omega)$  与辨识出的名

义被控对象的频率响应  $L(j\omega)$  的差别本文用  $\Delta L_r(j\omega) = \frac{L_r(j\omega) - L(j\omega)}{L(j\omega)}$  来描述,  $\Delta L_r(j\omega)$  的对数幅频特性曲线如图 5 的实线所示.构造一个扰动界函数  $W_\Delta(s)$ ,使其覆盖住图 5 的实线,即  $W_\Delta(s)$  的选取应满足式(9)<sup>[17]</sup>

$$|W_\Delta(j\omega)| > |\Delta L_r(j\omega)| \quad (9)$$

为使设计实现容易,应尽量使用低阶次的扰动界

函数  $W_\Delta(s)$ , 并且为了减少如式(6)模型  $L_\Delta(s)$  的保守性, 选择  $W_\Delta(s)$  时应使  $|W_\Delta(j\omega)|$  不过分大于  $|\Delta L_r(j\omega)|$ . 并且应选取合适阶数的名义被控对象, 使辨识出的低阶名义被控对象与实际被控对象的偏差较小, 以减小  $|\Delta L_r(j\omega)|$ , 从而可以选择较小的  $|W_\Delta(j\omega)|$ , 进而减少模型  $L_\Delta(s)$  的保守性. 这是因为在控制频带里, 系统的特性精确已知, 设计时就能提高控制性能<sup>[17]</sup>. 本文选择  $W_\Delta(s) = 0.794$ , 则  $20 \times \lg[W_\Delta(s)] = -2$  dB.  $W_\Delta(j\omega)$  的对数幅频特性曲线如图 5 的虚线所示.

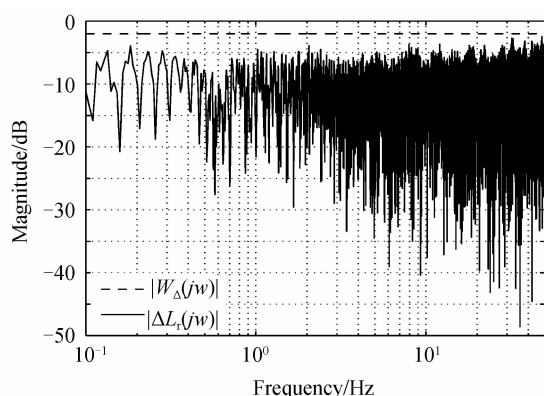


图 5 对数幅频特性曲线

Fig. 5 Log magnitude-frequency curve

## 2 自适应光学系统混合 $H_2/H_\infty$ 控制器的设计

一个传递函数  $Q(s)$  的  $H_2$  范数用  $\|Q(s)\|_2$  表示, 它是传递函数在全频段上所有奇异值的平方和的根<sup>[18]</sup>.

$$\|Q(s)\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_i \sigma_i^2 [Q(j\omega)] d\omega} \quad (10)$$

且  $\|Q(s)\|_2 = \|-Q(s)\|_2$ .

$H_2$  范数给出了由白噪音造成的系统输出的方差.  $H_2$  控制是一种最优控制, 通过最小化  $\|Q(s)\|_2$  使干扰产生的误差的期望能量最小化<sup>[12]</sup>. 为了最小化残余波前整体倾斜, 很自然的想法是最小化  $\left\| \begin{matrix} S(s)W_1(s) \\ T(s)W_3(s) \end{matrix} \right\|_2$ <sup>[7]</sup>. 通常控制能量也需要限制, 即限制控制灵敏度函数  $K(s)S(s)$ . 综合起来为最小化

$$\|Q(s)\|_2 = \left\| \begin{matrix} S(s)W_1(s) \\ K(s)S(s)W_2(s) \\ T(s)W_3(s) \end{matrix} \right\|_2. \text{ 其中, } W_1(s), W_2(s),$$

$W_3(s)$  是加权函数, 用以整形  $S(s), K(s)S(s), T(s)$  的形状.

$H_2$  控制是最优的, 然而系统的鲁棒稳定性是通过  $H_\infty$  范数来限制, 而非  $H_2$  范数.  $H_\infty$  范数给出了输入到输出的最大能量增益<sup>[12, 18]</sup>.

系统在不确定性的影响下仍然稳定, 则系统是鲁

棒稳定的. 由于乘性不确定性  $\Delta L(s)$  的存在, 图 3 中  $L(s)$  变成  $L_\Delta(s)$ , 闭环系统对所有的  $\Delta L(s) \in RH_\infty$ , 且  $\|\Delta L(s)\|_\infty < 1$  是鲁棒稳定的, 仅当  $\|T(s) \times W_\Delta(s)\|_\infty \leq 1$ <sup>[9, 12, 18]</sup>.  $RH_\infty$  表示  $H_\infty$  空间的实有理子空间.

由于  $W_\Delta(s) = 0.794 = 1/1.259$ , 则本系统鲁棒稳定性的要求是  $\|T(s)\|_\infty = \|L(s)K(s)/(I+L(s) \cdot K(s))\|_\infty \leq 1.259$ , 且  $\|T(s)\|_\infty$  越小, 系统能容忍越大的乘性不确定性, 系统的鲁棒稳定性越好.

同时, 由于

$$\|T(s)\|_\infty = \|-T(s)\|_\infty = \|\Gamma_{ew}(s)\|_\infty \quad (11)$$

限制  $\|T(s)\|_\infty$  亦可以减小  $\varphi_w$  对  $\varphi_c$  的影响.  $H_\infty$  控制常把  $T(s), S(s)$  和  $K(s)S(s)$  的  $H_\infty$  范数一起进行限制, 即最小化  $\|Q(s)\|_\infty$ <sup>[18-19]</sup>.

综上, 要减小自适应光学系统校正后残余波前整体倾斜并保证系统鲁棒稳定, 一个更合适的选择是采用  $H_2$  范数限制  $Q_1(s) = W_1(s)S(s)$ , 采用  $H_\infty$  范数限制  $Q_2(s) = \begin{bmatrix} W_2(s)K(s)S(s) \\ W_3(s)T(s) \end{bmatrix}$ . 因此本文提出采用混合  $H_2/H_\infty$  控制方法设计自适应光学系统控制器, 以使得在约束  $\|Q_2(s)\|_\infty$  的条件下最小化  $\|Q_1(s)\|_2$ .

$$Q_1(s) = z_r(s)/\varphi_r(s) \quad (12)$$

$$Q_2(s) = z_\infty(s)/\varphi_c(s) \quad (13)$$

$$Q(s) = \begin{bmatrix} Q_1(s) \\ Q_2(s) \end{bmatrix} = F_l(P(s), K(s)) = P_{11}(s) +$$

$$P_{12}(s)K(s)(I - P_{22}(s)K(s))^{-1}P_{21}(s) \quad (14)$$

式中, 函数  $F_l(\cdot)$  表示下线性分式变换.  $P(s)$  为广义被控对象传递函数, 是设计控制器时直接面对的传递函数, 如图 6.

$$P(s) = \begin{bmatrix} W_1(s) \times 1 & -W_1(s) \times L(s) \\ 0 & W_2(s) \times 1 \\ 0 & W_3(s) \times L(s) \\ 1 & -L(s) \end{bmatrix} \quad (15)$$

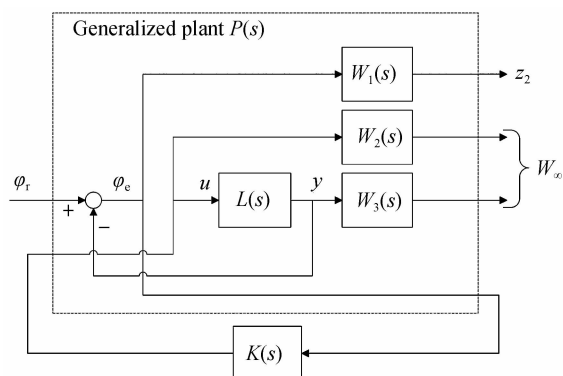


图 6 广义被控对象和混合  $H_2/H_\infty$  控制器方框图

Fig. 6 Block diagram of generalized plant and the mixed  $H_2/H_\infty$  controller

根据广义被控对象传递函数  $P(s)$ , 控制器  $K(s)$  可

以通过 MATLAB 鲁棒控制工具箱解出<sup>[19]</sup>. 求解混合  $H_2/H_\infty$  控制器的详细理论论述参见文献[13-14,20].

$W_1(s)$  选取为低通传递函数,从而使灵敏度函数整形为高通传递函数,以抑制  $\varphi_r$  对系统的影响;选用加权函数  $W_2(s)$  为高通传递函数,使控制灵敏度函数整形为低通传递函数,以抑制控制信号的高频成分;选用加权函数  $W_3(s)$  为高通传递函数,使补灵敏度函数整形为低通传递函数,以抑制补灵敏度函数的高频成分<sup>[18]</sup>.  $W_1(s)$ 、 $W_2(s)$  和  $W_3(s)$  依上述原则进行调整,以达到期望的控制效果. 本文对  $W_1(s)$ 、 $W_2(s)$  和  $W_3(s)$  具体选取为

$$W_1(s) = \frac{536.6}{s^2 + 15.02s + 0.02255} \quad (16)$$

$$W_2(s) = \frac{200s^2 + 10040s + 2000}{6.023 \times 10^8 s^2 + 1.205 \times 10^{12} s + 1.205 \times 10^{11}} \quad (17)$$

$$W_3(s) = \frac{12570s + 1.579 \times 10^7}{1257s + 1.579 \times 10^7} \quad (18)$$

设计出的采用混合  $H_2/H_\infty$  控制器的系统补灵敏度函数  $T_{\text{mixed}}(s)$  的对数幅频特性曲线如图 7 实线所示.  $|T_{\text{mixed}}(j\omega)|$  在各个频率上均小于等于 1.762dB, 即  $\|T_{\text{mixed}}(s)\|_\infty = 1.225 < 1.259$ .

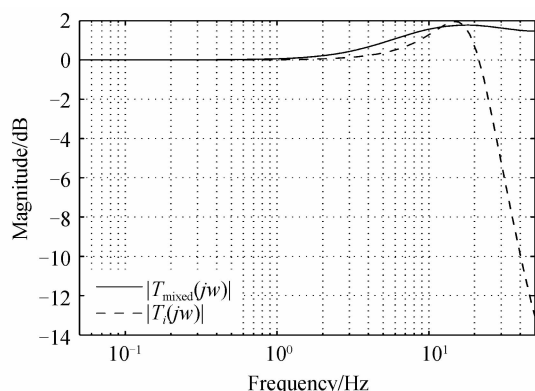


图 7 补灵敏度对数幅频特性曲线

Fig. 7 Log magnitude-frequency curve of complementary sensitivity

### 3 大气湍流波前整体倾斜模拟和校正仿真实验

本文采用自适应光学波前整体倾斜校正试验平台对大气湍流波前整体倾斜以及校正效果进行仿真实验.

泰勒等<sup>[21]</sup>研究了科尔莫戈罗夫湍流畸变波前中整体倾斜的时间特性,得到了波前整体倾斜的时间功率谱. 泰勒研究表明,波前整体倾斜的功率谱用  $\Phi_G(f)$  表示,则在  $x$  轴方向和  $y$  轴方向的功率谱为  $\Phi_G(f)/2$ <sup>[21]</sup>;它在低频段正比于频率的  $-2/3$  次方,如式(19),在高频段正比于频率的  $-11/3$  次方,如式(20)<sup>[15]</sup>.

$$\frac{1}{2} \Phi_G(f) = 0.804 \sec(\psi) f^{-2/3} \int_0^L C_n^2(h) \cdot V(h)^{-1/3} dh, f \leq f_0 \quad (19)$$

$$\frac{1}{2} \Phi_G(f) = 0.011 D^{-3} \sec(\psi) f^{-11/3} \int_0^L C_n^2(h) \cdot V(h)^{8/3} dh, f > f_0 \quad (20)$$

功率谱的单位是  $\text{rad}^2/\text{Hz}$ ,  $f$  为时间频率,  $D$  望远镜口径,  $\psi$  为天顶角,  $L$  为传输路径的长度,  $C_n^2(h)$  为传输路径上的折射率常量,  $V(h)$  为传输路径上的横向风速,  $f_0$  为功率谱高频段与低频段的交点频率. 对于常用的 H-V 模型,认为在传输路径上  $V(h)$  是不变的<sup>[22]</sup>, 并且

$$C_n^2(h) = 0.00594 (v/27)^2 (10^{-5} h)^{10} \exp(-h/1000) + 2.7 \times 10^{-16} \exp(-h/1500) + A_0 \exp(-h/100) \quad (21)$$

$A_0$  为近地面湍流强度. 令式(19)和式(20)相等,可以得到交点频率<sup>[15]</sup>, 即

$$f_0 = 0.239V/D \quad (22)$$

通常可采用 AR(2) 模型来描述大气湍流的影响<sup>[23]</sup>, AR(2) 模型功率谱在低频段不随频率变化,高频段与频率的  $-12/3$  次方成正比. 本文采用 AR(2) 模型,并使其转折频率为交点频率  $f_0$ , 生成一组随机的信号  $\varphi_r$ , 以模拟仿真大气湍流在  $y$  轴方向的整体倾斜. 具体参量选取如下:  $D=1$  m,  $\psi=0$ ,  $L=2 \times 10^4$  m,  $V=10$  m/s,  $A_0=1.7 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ . 仿真的大气湍流整体倾斜的功率谱如图 8. 仿真的大气湍流整体倾斜的方差为  $\delta_{\text{urb}} = 2.198 \times 10^{-13} \text{ rad}^2$ .

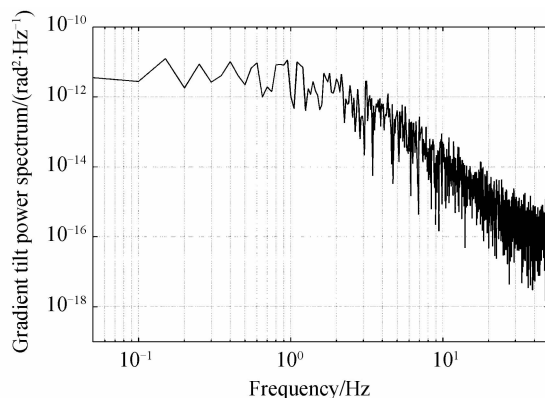


图 8 仿真的大气湍流波前整体倾斜的功率谱图

Fig. 8 Power spectrum of simulated atmospheric turbulence wavefront gradient tilt

本文在五天的不同时间共进行了 20 次实验,测得 20 组采用混合  $H_2/H_\infty$  控制器的试验平台校正后残余波前整体倾斜数据,并计算每组校正后残余波前整体倾斜的方差. 20 个方差的均值  $\delta_{\text{mean}} = 3.806 \times 10^{-15} \text{ rad}^2$ , 是仿真的大气湍流整体倾斜的方差  $\delta_{\text{urb}}$  的 0.017 3 倍. 20 个方差中,最大方差  $\delta_{\text{max}} = 3.843 \times 10^{-15} \text{ rad}^2$ , 最小方差  $\delta_{\text{min}} = 3.767 \times 10^{-15} \text{ rad}^2$ , 最大方差和最小方差的差  $\delta_{\text{diff}} = 7.6 \times 10^{-17} \text{ rad}^2$ . 实验结果显示,采用混合

$H_2/H_\infty$ 控制器的自适应光学波前整体倾斜校正试验平台具有鲁棒稳定性,且能够对整体倾斜进行有效地校正.图9为其中一组校正后残余波前整体倾斜的功率谱图,该组校正后残余波前整体倾斜的方差为 $3.810 \times 10^{-15} \text{ rad}^2$ .

因为经典的积分控制器是目前自适应光学系统最常用的控制器<sup>[5-6]</sup>,本文把采用混合 $H_2/H_\infty$ 控制器的试验平台与采用经典的积分控制器的试验平台进行对比.

使采用的积分控制器的试验平台在满足鲁棒稳定性的条件下,即 $\|T(s)\|_\infty \leq 1.259$ ,校正后波前整体倾斜的方差最小,而设计出的积分控制器记为 $K_i(s)$ .采

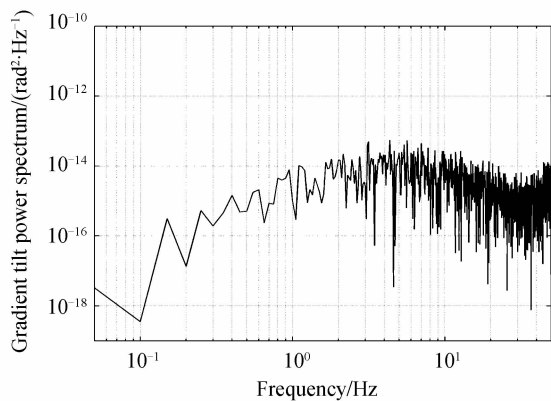


图9 采用混合 $H_2/H_\infty$ 控制器的试验平台校正后残余波前整体倾斜的功率谱图

Fig. 9 Power spectrum of residual wavefront gradient tilt corrected by the test platform with the mixed  $H_2/H_\infty$  controller

用 $K_i(s)$ 的自适应光学系统的补灵敏度函数 $T_i(s)$ 的对数幅频特性如图7的虚线所示。 $\|T_i(s)\|_\infty = 1.253 > \|T_{\text{mixed}}(s)\|_\infty$ ,说明采用混合 $H_2/H_\infty$ 控制器的试验平台鲁棒稳定性更好一些.

在20次实验中,采用积分控制器 $K_i(s)$ 的试验平台校正后残余波前整体倾斜的方差的均值 $\bar{\delta}_{\text{mean}} = 1.132 \times 10^{-14} \text{ rad}^2$ ,是采用混合 $H_2/H_\infty$ 控制器的试验平台校正后波前整体倾斜方差 $\delta_{\text{mean}}$ 的2.974倍.采用积分控制器 $K_i(s)$ 的试验平台校正后残余波前整体倾斜的方差中,最大方差 $\bar{\delta}_{\text{max}} = 1.142 \times 10^{-14} \text{ rad}^2$ ,最小方差 $\bar{\delta}_{\text{min}} = 1.125 \times 10^{-14} \text{ rad}^2$ ,最大方差和最小方差的差 $\bar{\delta}_{\text{diff}} = 1.7 \times 10^{-16} \text{ rad}^2$ , $\bar{\delta}_{\text{diff}}$ 为 $\delta_{\text{diff}}$ 的2.2倍.图10为其中一组校正后的残余波前整体倾斜的功率谱,该组校正后的残余波前整体倾斜的方差为 $1.127 \times 10^{-14} \text{ rad}^2$ .可以看出在大部分频率范围,采用的积分控制器 $K_i(s)$ 的试验平台校正后残余波前整体倾斜功率谱明显大于采用混合 $H_2/H_\infty$ 控制器的试验平台校正后残余波前整体倾斜功率谱.

综上,与采用积分控制器的自适应光学波前整体倾斜校正试验平台的相比,采用混合 $H_2/H_\infty$ 控制的自

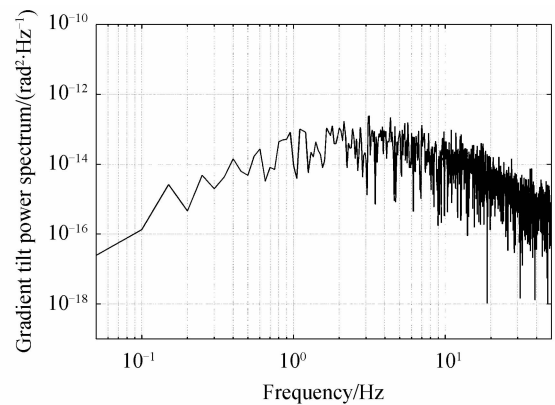


图10 采用积分控制器的试验平台校正后残余波前整体倾斜的功率谱图

Fig. 10 Power spectrum of residual wavefront gradient tilt by corrected the test platform with the integral controller

适应光学波前整体倾斜校正试验平台获得了更小的残余波前整体倾斜和更好的系统鲁棒稳定性.

## 4 结论

本文通过自适应光学波前整体倾斜校正试验平台,模拟并校正了大气湍流波前畸变的主要部分:波前整体倾斜像差.通常高阶像差也需要进行校正,校正高阶像差的系统与校正整体倾斜的系统有着相近的工作原理和模型,但其被控对象的传递函数是一个多输入多输出的传递函数.自适应光学系统对高阶像差的校正, $H_\infty$ 控制方法已有较多研究.与 $H_\infty$ 控制方法一样,混合 $H_2/H_\infty$ 控制方法可以面对多输入多输出的传递函数来设计控制器.本文下一阶段的目标是在中国科学院西安光学精密机械研究所某自适应光学试验平台上实现 $H_2/H_\infty$ 控制,对高阶像差进行校正.

本文提出采用混合 $H_2/H_\infty$ 控制方法设计自适应光学系统控制器.通过与采用积分控制器的自适应光学波前整体倾斜校正试验平台对比,从系统补灵敏度函数的 $H_\infty$ 范数和波前整体倾斜仿真实验可以得出,采用混合 $H_2/H_\infty$ 控制器的试验平台同时获得了更小的残余波前整体倾斜和更好的鲁棒稳定性.显示出自适应光学系统混合 $H_2/H_\infty$ 控制方法的优越性,证明了所提出方法的有效性.

### 参考文献

- [1] TYSON R. Principles of adaptive optics[M]. 3rd ed. Boca Raton: CRC Press, 2010.
- [2] JIANG Wen-han. Adaptive optical technology[J]. Chinese Journal of Nature, 2006, 28(1): 7-13.  
姜文汉. 自适应光学技术[J]. 自然杂志, 2006, 28(1): 7-13.
- [3] MU Quan-quan, CAO Zhao-liang, LI Da-yu, et al. Liquid crystal adaptive optics system to compensate turbulence in collimator[J]. Acta Photonica Sin, 2008, 37(5): 1020-1022.  
穆全全, 曹召良, 李大禹, 等. 平行光管气流扰动的液晶自适应光学校正[J]. 光子学报, 2008, 37(5): 1020-1022.
- [4] LIU Zhao-nan, Li Chao, XIA Ming-liang, et al. Dispersion of

- liquid crystal wavefront correctors[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(6): 1014-1020.
- 刘肇楠, 李抄, 夏明亮, 等. LCOS 液晶波前校正器的色散研究[J]. *光子学报*, 2010, **39**(6): 1014-1020.
- [5] AGAPITO G, QUIROS-PACHECO F, TESI P, *et al.* Observer-based control techniques for the LBT adaptive optics under telescope vibrations[J]. *European Journal of Control*, 2011, **17**(3): 316-326.
- [6] GUESALAGA A, NEICHEL B, RIGAUT F, *et al.* Comparison of vibration mitigation controllers for adaptive optics systems[J]. *Applied Optics*, 2012, **51**(19): 4520-4535.
- [7] GUESALAGA A, NEICHEL B, O'NEAL J, *et al.* Mitigation of vibrations in adaptive optics by minimization of closed-loop residuals[J]. *Optics Express*, 2013, **21**(9): 10676-10696.
- [8] KIM J, BUTRT D, AGRAWAL B. Wavefront correction of optical beam for large space mirrors using robust control techniques[J]. *Acta Astronautica*, 2011, **68**(1-2): 141-148.
- [9] FRAZIER B W, TYSON R K, SMITH M, *et al.* Theory and operation of a robust controller for a compact adaptive optics system[J]. *Optical Engineering*, 2004, **43**(12): 2912-2920.
- [10] GUESALAGA A, GUZMAN D, MYERES R, *et al.* Synthesis of approximate zonal controllers for MEMS DMs [C]. SPIE, 2008: 68880-68880.
- [11] ZHAO Xin, MA Cai-wen. Research on nonsmooth h-infinity control for the adaptive optics[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **43**(9): 0901003-1-0901003-5.
- 赵欣, 马彩文. 自适应光学系统的非光滑 H-infinity 控制研究[J]. *光子学报*, 2014, **43**(9): 0901003-1-0901003-5.
- [12] ZHOU K, DOYLE C, GLOVER K. Robust and optimal control[M]. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1995.
- [13] KHARGONEKAR P, ROTEA M. Mixed  $H_2/H_\infty$ -infinity control: a convex-optimization approach [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, **36**(7): 824-837.
- [14] CHILALI M, GAHINET P. H-infinity design with pole placement constraints: An LMI approach [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, **41**(3): 358-367.
- [15] LI Xin-yang, JIANG Wen-han, WANG Chun-hong, *et al.* Power spectra analysis of the disturbed wavefront in laser beam horizontal atmospheric propagation i: wavefront overall tilt and tyler frequency[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(7): 883-889.
- 李新阳, 姜文汉, 王春红, 等. 激光大气水平传输湍流畸变波前的功率谱分析 I: 波前整体倾斜与泰勒频率[J]. *光学学报*, 2000, **20**(7): 883-889.
- [16] 高金源, 夏洁, 张平, 等. 计算机控制系统[M]. 北京: 高等教育出版社, 2010.
- [17] 梅生伟, 申铁龙, 刘康志. 现代鲁棒控制理论与应用[M]. 2版 北京: 清华大学出版社, 2008.
- [18] SKOGESTAD S. Multivariable feedback control: analysis and design[M]. 2nd ed. Postlethwaite, I. New York: Wiley, 2007.
- [19] BALAS G, CHIANG R, PACKARD A, *et al.* Robust control toolbox [M]. 4. 2 ed. Natick: The MathWorks, Inc., 2012.
- [20] SCHERER C. Mixed  $H_2/H_\infty$  control [C]. SPRINGER, 1995, 173-216.
- [21] TYLER G. Bandwidth considerations for tracking through turbulence[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1994, **11**(1): 358-367.
- [22] ANDREWS L, PHILLIPS R. Laser beam propagation through random media [M]. 2nd ed. Bellingham: SPIE, 2005.
- [23] KULCSAR C, RAYNAUD H. F, PETIT C, *et al.* Minimum variance prediction and control for adaptive optics [J]. *Automatica*, 2012, **48**(9): 1939-1954.