

doi:10.3788/gzxb20144312.1201002

基于 Rayleigh 大气偏振模式的太阳空间位置优化计算

王飞,唐军,任建斌,王晨光,雷龙海,刘俊

(中北大学 电子测试技术国家重点实验室;仪器科学与动态测试教育部重点实验室,太原 030051)

摘 要: 为了满足偏振光导航对空间特征点空间位置信息的需求,提出一种基于 Rayleigh 大气偏振分布模式的太阳空间位置计算方法.首先,从大气光学的 Rayleigh 散射理论出发,建立了天空中偏振光的分布模型.然后将由大气偏振模式中的有限的采样点信息确定太阳空间位置的问题转化为非线性最小二乘优化问题,采用 Gauss-Newton 法简化算法结构,结合对初值的全局搜索以获取精确的太阳空间位置.仿真实验表明,在本文设定的采样方式下,不同时间、不同地点下利用偏振度信息求解,太阳高度角误差均小于 10^{-5} 度,方位角误差小于 10^{-6} 度;偏振角度求解时,太阳高度角和方位角求解误差均小于 10^{-6} 度;并且在不同的采样方式下均保持了良好的优化准确度.实验证实该算法准确度高,对各种采样方式适应性好,可以有效地由偏振模式信息处理得到太阳空间位置.

关键词: 大气光学;太阳空间位置;最小二乘法;最优化;Rayleigh 散射;大气偏振模式;导航

中图分类号: P401;O241.2

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2014)12-1201002-6

Optimized Calculation of Solar Spatial Position with the Rayleigh Atmosphere Polarization Pattern

WANG Fei, TANG Jun, REN Jian-bin, WANG Chen-guang, LEI Long-hai, LIU Jun

(Science and Technology on Electronic Test & Measurement Laboratory, Key Laboratory of Instrumentation Science & Dynamic Measurement, North University of China, Taiyuan 030051, China)

Abstract: In order to satisfy the requirement from the polarization navigation for the spatial position of feature points in the sky, a method is introduced to calculate the solar spatial position with the Rayleigh atmosphere polarization pattern. First, the distribution pattern of the polarized sky light is established on the basis of the Rayleigh scattering theory of the atmosphere optics. Then a method using nonlinear least square optimization is introduced to solve the matter of finding the solar spatial position with finite sampling information from the atmosphere polarization pattern. The Gauss-Newton method couple with global search for initial value guarantee less steady residual error. Experimental simulation results indicate that the error of the solar zenith angle and azimuth angle is respectively less than 10^{-5} degree and less than 10^{-6} degree with sampling the degree of polarization, and the errors of the two angles are all less than 10^{-6} with sampling the angle of the degree. And the method has shown good precision under different sampling types. As a result, the method is proved to be precise and adapt various sampling types, the polarization pattern can be efficiently processed into the solar spatial position.

Key words: Atmospheric optics; Solar spatial position; Nonlinear least square method; Optimization; Rayleigh scattering; Atmosphere polarization pattern; Navigation

OCIS Codes: 010.1290;290.1310;290.5855;290.5870

基金项目: 国家 973 计划项目子课题(No. 2012CB723404)、山西省高等学校优秀青年学术带头人支持计划、国家自然科学基金杰出青年基金(No. 51225504)和面上项目(No. 61171056)资助

第一作者: 王飞(1991—),男,硕士研究生,主要研究方向为偏振光导航信息处理. Email: nuc_fwong@163.com

导师(通讯作者): 刘俊(1968—),男,教授,博士,主要研究方向为微米纳米技术、惯性测试技术及仿生导航. Email: liuj@nuc.edu.cn

收稿日期: 2014-05-07; **录用日期:** 2014-08-08

<http://www.photon.ac.cn>

0 引言

太阳光在传输过程中与大气中的分子或尘埃等发生散射作用从而产生偏振光,不同观测方向的偏振光形成了具有一定分布特性的偏振态,即大气偏振模式^[1],主要包含被测方向上的偏振程度和偏振化方向等信息.晴朗天空下,大气偏振模式会随着太阳在观测坐标系中的运动,相应呈现出规律性的分布特性,这种分布特性可以由 Rayleigh 散射理论进行描述^[2],其中蕴含着重要的导航信息^[3].应用天空偏振光分布模式进行导航因为很难在大范围内受到人为干扰,且误差不会随时间累积的优点成为近年来的研究热点^[4-5].

目前,国内外在天空偏振光的导航应用上做了大量的工作. Lanbrinos 等基于 Point-source 测量法研制了搭载偏振光检测装置的 Sahabot 型机器人,成功得到了机器人轴在地理坐标系中的方位角,验证了偏振光导航的可行性^[6]. 澳大利亚学者 JavaanChahl 通过检测天空偏振光实现了飞行体的导航和稳定控制^[7]. 国内学者也做了相关研究,大连理工大学褚金奎教授团队根据 Point-source 测量原理,采用分段导航算法研制了六通道偏振光导航传感器,将其用于移动机器人的导航,实现了 $\pm 0.2^\circ$ 的导航准确度^[8-10];合肥工业大学高隽教授团队针对局部天空偏振光信息受天气等因素影响的缺陷,提出利用全天域大气偏振模式分布的对称性来获取导航航向信息,其理论数据仿真表明航向准确度达到 10^{-2} 度级^[11],并且对大气偏振模式在载体空间姿态信息获取上的应用做了初步探索^[12],其核心是利用大气偏振模式测量得到空间特征点的空间位置信息.

以上无论是基于 Point-Source 原理的偏振光导航方法还是利用大气偏振光分布规律的导航方式,都是通过解算载体轴同太阳子午线的位置关系解算得到导航信息,太阳子午线的方位信息即太阳的方位角.此外太阳作为空间的一个显著特征点,其空间位置的获取在利用偏振光确定载体姿态信息方面有着显著的优势^[13].所以利用大气偏振分布模式确定太阳空间位置在偏振光的导航应用理论中是一个核心问题,而利用大气偏振模式同时确定太阳空间位置两个参量(高度角、方位角)的方法尚未见报道.

针对偏振光导航对太阳空间位置信息的需求,本文提出一种利用大气偏振模式得到太阳空间位置的方法,该方法从大气偏振光分布的理论数学模型入手,通过在全天域的偏振模式中采样有限点的偏振信息(偏振度或偏振角度),应用最小二乘优化方法,得到太阳空间位置的优化解,包括太阳的高度角和方位角,通过仿真实验验证了该求解方法的有效性.

1 Rayleigh 大气偏振分布模式

散射粒子对太阳光的散射作用因其尺度与光线波长的相对大小不同需要分别采用瑞利散射理论、米散射及几何光学方法进行分析.在晴朗无云的条件下,大气对于太阳光的散射主要是瑞利散射,散射光随着散射角度的变化表现出不同的偏振状态,以偏振角(AOP)和偏振度(DOP)对其进行描述.

未经散射的太阳光在各个方向的振动强度一致,称为自然光,可将其分解为水平分量 E_r^o 和垂直分量 E_i^o ,自然光与气体分子发生散射时,产生瑞利散射,散射前后垂直分量仍然保持平行,水平方向分量发生了偏移,这样散射后的垂直分量和水平分量的合成方向,既散射光的传播方向相对入射光发生了角度的偏离, θ 被称为散射角,如图 1.对 Rayleigh 粒子散射而言,在入射光为自然光的条件下偏振度 $P(\theta)$ 可由式(1)计算^[14],其中 P_{\max} 为实际天空中光线的最大偏振度,可由实际测量数据统计得到.

$$P(\theta) = \frac{1 - \cos^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} P_{\max} \quad (1)$$

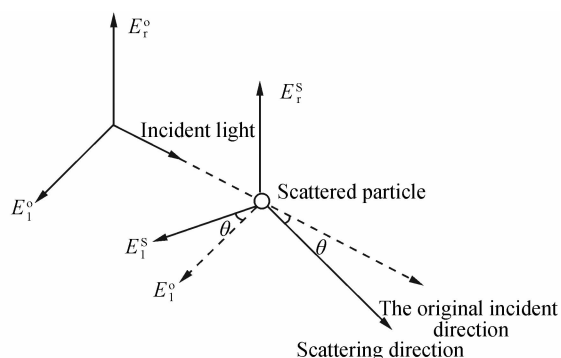


图 1 Rayleigh 散射模型

Fig. 1 Rayleigh scattering model

将上述单粒子散射的机制推广到三维空间中,建立基于瑞利散射原理的大气偏振模式的三维空间坐标系,如图 2.坐标系以观测点为原点 O ,地理正北方向为 Y 轴,地理正东方向为 X 轴,过天顶点的垂线为 Z 轴,

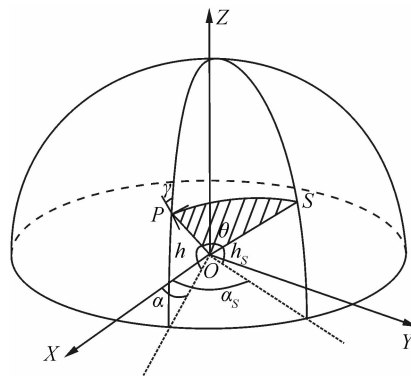


图 2 天球坐标系各点位置示意图

Fig. 2 Schematic diagram of points in celestial coordinate system

被测点 P 高度角为 h , 取值范围为 $-90^\circ \sim 90^\circ$, 由地平圈向天顶方向为正, 方位角为 α 以正北方向为起始点, 顺时针方向为正, 取值范围为 $0^\circ \sim 360^\circ$. 太阳 S 高度角为 h_s , 方位角为 α_s , 其定义同被测点高度角和方位角.

在球面三角形 ZPS 中, 由球面余弦定理可得

$$\cos \theta = \sin(h) \sin(h_s) + \cos(h) \cos(h_s) \cos(\alpha_s - \alpha) \quad (2)$$

由式(1)、(2)即可得到被测方向散射光线的偏振度, 记做 $P = \text{DOP}(h_s, \alpha_s, h, \alpha)$.

偏振角度 γ 定义为被测点偏振 \mathbf{E} 矢量方向同所在子午线夹角. 根据 Rayleigh 散射定律^[14], 点 P 处的 \mathbf{E} 矢量为

$$\mathbf{E} = v \cos \gamma + h \sin \gamma \quad (3)$$

式中, $v = (-\cos h \cos \alpha, -\cos h \sin \alpha, \sin h)$, 当 $h = (-\sin \alpha, \cos \alpha, 0)$. 当太阳空间位置为 (h_s, α_s) 时, 偏振角度 γ 为

$$\gamma = \arctan \left(\frac{\sin(h) \cos(h_s) - \cos(h) \sin(h_s) \cos(\alpha_s - \alpha)}{\sin(\alpha_s - \alpha) \sin h_s} \right) \quad (4)$$

2 太阳位置的最小二乘优化计算

对大气偏振模式中若干点的偏振信息进行采样, 在半球面上分布 n 个偏振检测单元, 即 n 个采样点, 采样点按一定的规则分布在球面上, 每个点的球面坐标位置已知, 将采样点位置序列记做数组 P , 第 i 个采样点 P_i 的空间方位坐标为 (h_i, α_i) . 各采样点的采样信息(偏振角度和偏振度)组成大气偏振模式采样数组, 即偏振度 $D_i = \text{DOP}(h_i, \alpha_i)$ 或偏振化方向 $\gamma_i = \text{AOP}(h_i, \alpha_i)$, 其中 $i \in [1, n]$. 将采样信息数组代入式(1)、(2)或式(4), 即得到求解太阳位置的方程组

$$P_i = \text{DOP}(S, h_i, \alpha_i), i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

$$\gamma_i = \text{AOP}(S, h_i, \alpha_i), i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

式中 $S = (h_s, \alpha_s)^T$. 由于方程组(5)或(6)包含一系列的正余弦函数, 且通常方程数量 $n > 2$, 使得式(5)、(6)为超定方程组, 所以无法直接求得代数解, 需采用数值方法进行求解. 以下将偏振角和偏振度方程转化为非线性最小二乘问题. 以偏振度方程(5)为例, 偏振角方程求解过程与之类似, 将式(5)改写为

$$f_i(S) = \text{DOP}(S, h_i, \alpha_i) - P_i \quad (7)$$

$f_i(S)$ 为偏振度的残量函数, 把求解方程(7)转化为求解最小二乘问题, 即求以下目标函数的最小值.

$$\min f(S) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n f_i^2(S) = \frac{1}{2} \| F(S) \|_2^2 \quad (8)$$

式中 $F(S)$ 为残量函数 $f_i(S)$ 组成的列向量函数, 利用

Gauss-Newton 法求解, 即求以下最小化问题的解.

$$\min \frac{1}{2} \| \bar{M}_k \|^2 \quad (9)$$

$$\bar{M}_k(x) = F(S_k) + \mathbf{J}(S_k)(S - S_k) \quad (10)$$

式中, $\mathbf{J}(S_k)$ 为 $F(S_k)$ 的雅克比矩阵, 即

$$\mathbf{J}(S_k) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(S_k)}{\partial S_k(1)} & \frac{\partial f_2(S_k)}{\partial S_k(1)} & \dots & \frac{\partial f_n(S_k)}{\partial S_k(1)} \\ \frac{\partial f_1(S_k)}{\partial S_k(2)} & \frac{\partial f_2(S_k)}{\partial S_k(2)} & \dots & \frac{\partial f_n(S_k)}{\partial S_k(2)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

解式(8)的第 k 次迭代为

$$S_{k+1} = S_k + (\mathbf{J}(S_k)^T \mathbf{J}(S_k))^{-1} \mathbf{J}(S_k) F(S_k) \quad (12)$$

从式(10)可以看出, Gauss-Newton 法仅需偏振信息残量函数的一阶导数信息, 使得求解效率大大提高.

迭代过程需要给定 S 的初始值 $S_0(h_{s_0}, \alpha_{s_0})$ 作为迭代出发点, 由于 Gauss-Newton 法忽略了 $F(S)$ 二次模型的二阶信息项, 因此算法的成功与否将依赖于二阶信息项在模型中的重要性^[15]. 实际上仅当初始点 S_0 接近最小二乘模型的局部极小点, 即初始点接近测量时刻当地的太阳位置, 或者二阶信息项是小的情况下, Gauss-Newton 法是有效的. 在实际应用中, 太阳的实际正确位置 (h_i, α_i) 是未知量, 因此有必要在优化过程中对不同的初值在其定义域内进行搜索, 以确定可以有效得到优化解的迭代初值.

图 3 反映了采样信息为偏振角度和偏振度时太阳空间位置误差在 $h_{s_0} \in [0, 90^\circ]$ 与 $\alpha_{s_0} \in [0, 360^\circ]$ 上的分布规律. 由图 3 可以看出, 相对于偏振角度采样, 偏振度采样对优化初值的适应性更好, 太阳高度角和方位角误差均小于 10^{-5} ; 偏振角度采样时, 仅当方位角迭代初值在接近实际方位角时, 可以得到准确的优化解, 太阳高度角和方位角误差均小于 10^{-6} .

由于实际应用中优化模型的残差平方和是判断优化准确度的唯一依据. 从图 3 中可以看出, 优化残差平方和同太阳空间位置求解准确度间有显著的对应关系, 通过对太阳位置准确度关于残差平方和的分布规律进行统计分析, 当残差平方和趋于 0 时, 偏振度采样时, 太阳高度角 h_s 和方位角 α_s 误差分别达到 $10^{-5} \sim 10^{-14}$ 和 $10^{-6} \sim 10^{-13}$ 的准确度; 偏振角度采样时, 太阳高度角 h_s 和方位角 α_s 误差均达到 $10^{-7} \sim 10^{-13}$ 的准确度. 由此, 残差平方和可以作为判断太阳位置优化准确度的依据, 即当残差平方和小于某个阈值时, 则太阳位置是准确的, 本文中阈值取 10^{-10} , 将小于阈值的结果取均值作为最终太阳位置.

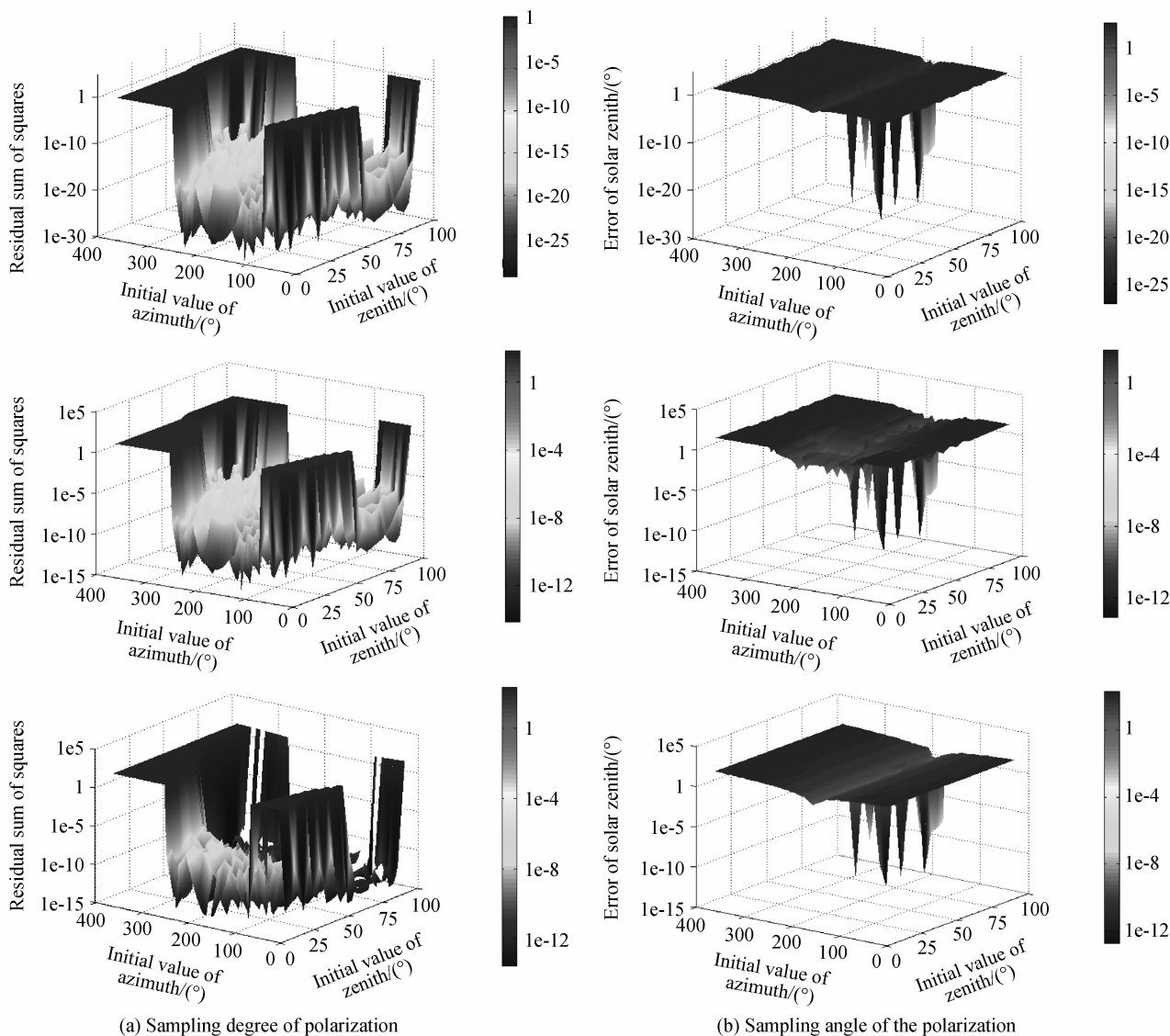


图 3 优化初值与求解结果(由左至右依次为残差平方和、太阳高度角、方位角误差分布)

Fig. 3 Initial value of optimization and the calculation result(residual sum of squares,zenith angle error,azimuth angle error)

3 仿真实验

按照图 4 所示的采样分布方式对理论大气偏振模式进行采样,其采样点分布以结构的顶点开始,从高纬度到低纬度依次分布 6 个纬度圈,同一纬度圈上的采样点具有相同的高度角,且均匀分布,这种采样分布方

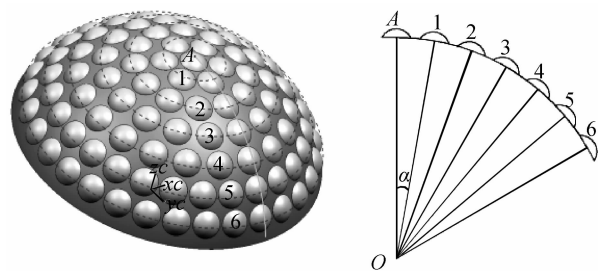


图 4 偏振信息采样分布结构

Fig. 4 Distribution structure for sampling polarization information

式的优点是在相同的传感器尺寸条件下相对经纬交叉点分布方式可以获得更大的分布密度. 设第 i 个纬圈采样点数量为 n ,则相邻两采样点方位角间隔为 $360^\circ/n$,相邻纬度圈之间高度角相差 10° ,采样时按照纬度由高向低,同一纬圈上逆时针采样,得到一个采样信息的二维数组.

3.1 不同观测时刻下仿真实验

预设观测点地理坐标为北纬 $37^\circ54'$,东经 $112^\circ33'$ (太原),时间为 2013 年 12 月 25 日上午 9:00 至下午 18:00 的连续时间段内,每隔半小时进行采样计算,观测者朝向为地理正北方向,结果如图 5,其中图 5(a)为偏振度采样时的仿真结果,图 5(b)为偏振角采样时的仿真结果,图中的三角形曲线代表太阳高度角误差,正方形曲线代表太阳方位角误差.由实验结果可以看出,在不同的观测时刻下运用本文所述方法均可以有效得到准确的太阳空间位置,误差均维持在 10^{-6} 以下.

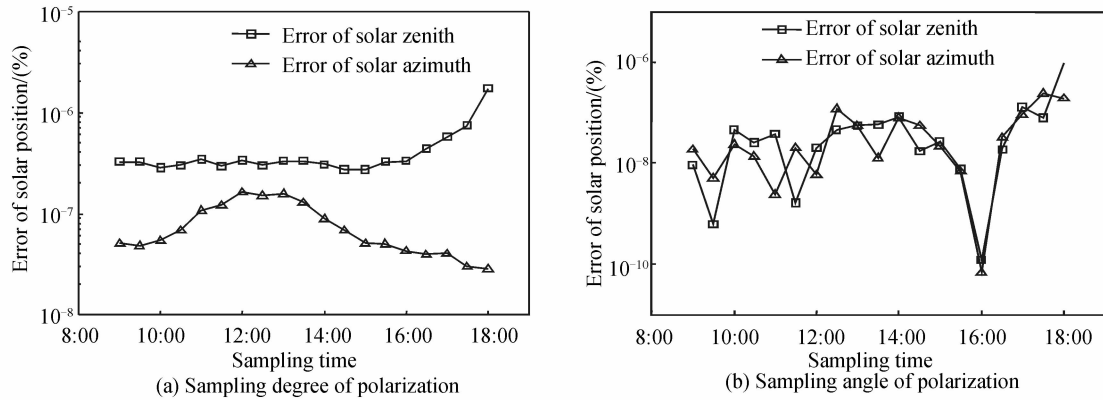


图 5 连续观测时刻太阳空间位置误差仿真结果

Fig. 5 Simulated result of solar spatial position error in continuous time

3.2 不同观测地点下仿真实验

通过改变实验一中的观测地点进行多组仿真实验对比,观测地点选择北京、太原、乌鲁木齐和哈尔滨四个地点,将实验结果进行统计分析,结果如表 1. 由实验结果可以看出,在不同的观测地点下运用本文所述方法均可以有效得到准确的太阳空间位置,误差均维持在 10^{-7} 以下.

3.3 不同采样点数量下仿真实验

改变采样点分布,以图 4 所示结构为基础改变分

布的纬圈数进行仿真实验. 结果如图 6 所示,偏振度求解时,太阳方位角误差随采样点数量的增加有明显的减小,而高度角误差有微弱的减小,幅度不大;偏振角度求解时,太阳方位角误差随采样点数量的增加而减小,高度角误差存在波动,随采样点数量变化的规律不明显. 总体来说,这几种采样方式均有比较高的求解准确度,所以在设计采样点分布方式时,应综合权衡太阳位置求解误差和传感器加工制作等方面的条件来考虑,以确定最佳的分布方案.

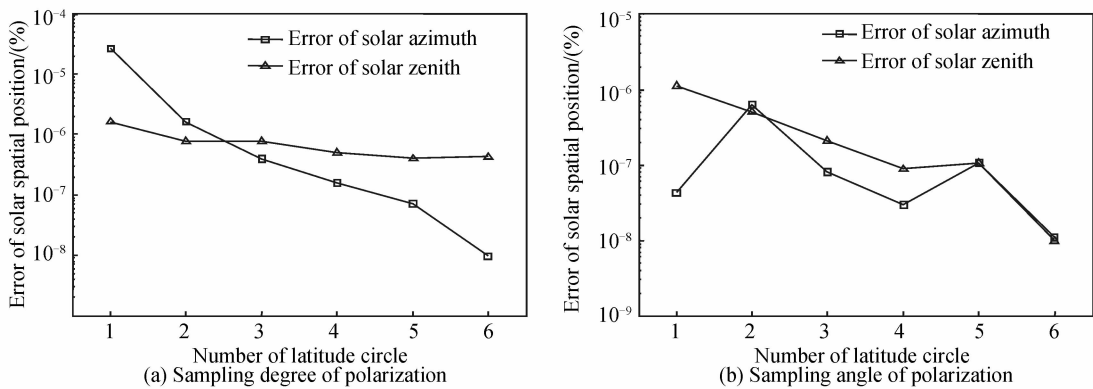


图 6 不同采样方式下太阳空间位置仿真结果

Fig. 6 Simulated result of solar spatial position error with different sampling methods

表 1 不同观测地点太阳空间位置仿真结果(°)

Table 1 Simulated result of solar spatial position error indifferent places

Observation place	The degree of polarization sampling		The polarization angle sampling	
	Azimuthal error	Angle error	Azimuthal error	Angle error
Beijing (E116°23', N39°55')	3.182 3e-07	9.517 6e-08	4.055 8e-08	7.983 4e-09
Taiyuan (E112°32', N37°51')	3.400 3e-07	1.074 4e-07	3.690 4e-08	2.418 0e-09
Urumqi (E87°36', N43°47')	2.850 0e-07	3.833 6e-08	4.504 8e-09	2.585 3e-08
Harbin (E126°38', N45°44')	3.063 5e-07	7.740 4e-08	4.048 0e-08	2.221 3e-08

4 总结

本文在研究基于 Rayleigh 散射理论的大气偏振分布模型的基础上,通过引入最小二乘优化理论来处理有限的偏振采样信息,完成太阳空间位置信息的解算,并通过仿真实验对所述方法进行了验证.实验结果表明,本文所述方法在不同的观测时刻和观测地点下均可以有效获取太阳高度角和方位角信息,并且在不同的采样方式下均维持了良好的准确度.在实验条件相近的情况下,本文获取的太阳方位角准确度相较于已有方法^[11]提升了至少 3 个数量级,且以几乎同样的准确度获得了太阳高度角信息.高准确度的太阳空间位置传感及测量对提升导航信息解算准确度是非常关键的,为了支撑该算法的外场试验验证,相关的高准确度传感器及其阵列测试系统的研制是本文内容后续开展的主要工作.太阳作为天空偏振模式中的显著特征点,其空间位置的获取在偏振光的导航应用中有重要的应用价值,另外在太阳能利用领域也有广阔的应用前景.

参考文献

- [1] WEHNER R. Polarization vision and its role in biological signaling[J]. *Integrative and Comparative Biology*, 2003, **43**(4): 549-558.
- [2] SMITH G S. The polarization of skylight: an example from nature [J]. *American Journal of Physics*, 2007, **75**(1): 25-35.
- [3] HOMBERG U, HEINZE S, PFEIFFER K, et al. Central neural coding of sky polarization in insects [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, 2011, **366**(1565): 680-687.
- [4] TRAGER U HOMBER U. Polarization-sensitive descending neurons in the Locust: connecting the brain to thoracic ganglia [J]. *The Journal of Neuro Science*, 2011, **31**(6): 2238-2247.
- [5] YOSHIYUKI H, Hiroaki T, HIROSHI K. Robot navigation using polarized light sensor without crossed-analyzer[C]. 6th International Symposium on Advanced Science and Technology in Experimental Mechanics, Osaka, Japan, 2011. 6.
- [6] DIMITRIOS L, RALF M, ROKF P. A mobile robot employing insect strategies for navigation[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2000, **30**(1): 39-64.
- [7] JAVAAN C, AKIKO M. Biomimetic attitude and orientation sensor[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2012, **12**(2): 289-297.
- [8] ZHAO K C, CHU J K, WANG T C. A novel angle algorithm of polarization sensor for navigation [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2009, **58**(8): 2791-2796.
- [9] CHU J K, CHEN W J, WANG H Q, et al. Mobile Robot Navigation Tests with Polarization Sensors [J]. *Optics Precision Engineering*, 2011, **19**(10): 2421-2426.
褚金奎, 陈文静, 王洪青, 等. 基于偏振光传感器的移动机器人导航实验[J]. *光学精密工程*, 2011, **19**(10): 2421-2426.
- [10] ZHAO K C, CHU J K, ZHANG Q, et al. A novel polarization angle sensor and error compensation algorithm for navigation [J]. *Journal of Astronautics*, 2009, **30**(2): 503-509.
赵开春, 褚金奎, 张强, 等. 新型仿生偏振测角传感器及角度误差补偿算法[J]. *宇航学报*, 2009, **30**(2): 503-509.
- [11] TIAN L, GAO J, FAN Z G, et al. The method of the navigation direction angle calculation with the distribution of the atmosphere polarization pattern [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, **40**(1): 141-146.
田柳, 高隽, 范之国, 等. 基于大气偏振模式分布规律的导航方向角计算方法[J]. *电子学报*, 2012, **40**(1): 141-146.
- [12] GAO J, FAN Z G, WANG X, et al. Three-dimensional attitude acquisition method based on space characteristics of atmospheric polarization mode: Chinese patent, CN102589544A[P]. 2012. 07. 18.
高隽, 范之国, 王昕, 等. 基于大气偏振模式空间特征的三维姿态获取方法: 中国专利, CN102589544A[P]. 2012. 07. 18.
- [13] WANG G H, GUO Z D, ZHU H, et al. Capability analysis of polarized light celestial positioning [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2012, **41**(1): 11-14.
王光辉, 郭正东, 朱海, 等. 偏振光天文导航定位能力分析[J]. *光子学报*, 2012, **41**(1): 11-14.
- [14] POMOZI I, HORVATH G, WEHNER R. How the clear-sky angle of polarization pattern continues underneath clouds: full-sky measurements and implications for animal orientation[J]. *The Journal of Experimental Biology*, 2001, (204): 2933-2942.
- [15] 袁亚湘, 孙文瑜. 最优化理论与方法[M]. 天津: 天津大学出版社, 1997.