

doi:10.3788/gzxb20144311.1116003

掺杂硅片与电磁超材料间的 Casimir 平衡恢复力

牛凯坤¹, 李学伟¹, 张俊龙¹, 沈晶^{1,2}, 黄志祥¹, 吴先良^{1,2}

(1 安徽大学 电子信息工程学院, 合肥 230039)

(2 合肥师范学院 物理电子系, 合肥 230061)

摘要: 为探讨掺杂硅片与电磁超材料间的 Casimir 平衡恢复力的大小与相关材料参数间的变化关系, 基于 Lifshitz 理论, 采用格林函数得到麦克斯韦应力张量及单位面积 Casimir 力计算表达式, 分析了掺杂硅片与电磁超材料板间的 Casimir 作用力。结果表明, 掺杂硅片与电磁超材料板间 Casimir 作用力的大小和方向随着掺杂程度、材料厚度和填充比例因子的变化而改变, 并能调控 Casimir 效应; 且随着板间距的变化表现出平衡恢复力。

关键词: 量子理论; 电磁场; 电磁超材料

中图分类号: 0431.2

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2014)11-1116003-4

Restoring Casimir Force between Doped Silicon Slab and Metamaterials

NIU Kai-kun¹, LI Xue-wei¹, ZHANG Jun-long¹, SHEN Jing^{1,2}, HUANG Zhi-xiang¹, WU Xian-liang^{1,2}

(1 School of Electronics and Information Engineering, Anhui University, Hefei 230039 China)

(2 Department of Physics and Electronic Engineering, Hefei Normal University, Hefei 230061, China)

Abstract: In order to explore the relationship restoring Casimir force between the doped silicon slab and electromagnetic metamaterials with related parameters, basing on the generalization of the Lifshitz theory and Green function for Maxwell force tensor, the Casimir force between the doped silicon slab and metamaterials were calculated. The results show that the magnitude and the direction of the Casimir force can be tunable by varying the doping level, the thickness of doped silicon slab, and filling factor of metamaterials. Consequently, the force can be controlled by those factors.

Key words: Quantum theory; Electromagnetic; Metamaterials

OCIS Codes: 160.3918; 270.5580; 040.6040

0 引言

Casimir 效应起源于量子真空零点能的涨落, 1948 年 Hendrik Casimir 在理论上推导出真空中靠得很近的两个中性理想导体板间存在相互吸引力^[1]。近年来, Casimir 效应在实验和理论方面引起了广泛的关注。特别是随着纳米技术的发展, Casimir 效应在亚微米范围内对机械系统产生显著影响^[2-4], 它可以用于动力学装置, 但是当器件的尺寸缩小到纳米级别, Casimir 力变成强吸引力, 使系统中可动的组装零件粘附在一起而造成破坏, 因此开发具有零或者接近于零的 Casimir 系

统成为当前一个研究热点。

2009 年, 哈佛大学的研究小组宣布测量到排斥性的 Casimir 力^[5], Boyer 指出一块理想导体板和一块具有无限大磁导率的材料板间可以存在 Casimir 排斥力^[6]。但自然界中存在的物质在近红外和光频段不具有强的磁响应, 随着人工电磁超材料 (metamaterials) 的发展, 获得强磁响应的材料已不是一件难事, 这为 Casimir 排斥力的实现提供了条件。电磁超材料是一种异于天然的人工复合结构或复合材料^[7], 存在着完美成像和负折射率等诸多独特的电磁特性。近年来, 对电磁超材料实验方面的研究, 已经从最初的微波频段逐

基金项目: 国家自然科学基金(Nos. 51277001, 61101064, 61301062)、教育部新世纪优秀人才基金(No. NCET-12-0596)、教育部博士点基金(No. 20123401110009)和安徽省高校重点项目(No. KJ2012A103)资助

第一作者: 牛凯坤(1992—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为电磁超材料特性。Email: 274036175@qq.com

导师(通讯作者): 黄志祥(1979—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为电磁超材料, 计算电磁学。Email: zxhuang@ahu.edu.cn

收稿日期: 2014-03-05; **录用日期:** 2014-06-04

<http://www.photon.ac.cn>

步深入到光波频段^[8-9].许多物理学家对 Casimir 效应的理论进行了研究和发展,其中,Lifshitz 理论结果与实验结果非常吻合^[10-11],本文基于 Lifshitz 理论^[10]计算和讨论真空中掺杂硅片与电磁超材料板间的 Casimir 效应,并研究掺杂程度、材料厚度和填充比例因子对 Casimir 作用力的影响.

1 掺杂硅片与电磁超材料板间的 Casimir 作用力

置于真空中的 p 型掺杂硅片和电磁超材料板,掺杂硅片与电磁超材料板间距为 d . 基于 Lifshitz 理论,用格林函数法求得麦克斯韦应力张量,得到单位面积的 Casimir 力计算公式^[12-13]为

$$\frac{F(d)}{A} = \frac{\hbar}{2\pi^2} \int_0^\infty d\xi \int_0^\infty k_0 k_{\parallel} dk_{\parallel} \times \sum_{\alpha} \frac{r_{\alpha}^{(1)} r_{\alpha}^{(2)}}{e^{2k_0 d} - r_{\alpha}^{(1)} r_{\alpha}^{(2)}} \quad (1)$$

式(1)是虚频率和波矢的积分, k_{\parallel} 为平行于介质板表面的波矢分量, $\alpha = \text{TM}, \text{TE}$, $r_{\text{TM}}^{(1,2)}$ 和 $r_{\text{TE}}^{(1,2)}$ 分别表示 TM 和 TE 场的反射系数, 上标(1)和(2)分别对应于掺杂硅片和电磁超材料, 而 $k_0 = \sqrt{k_{\parallel}^2 + \xi^2/c^2}$, c 为真空中光速.

对于各向同性材料板 j , 在真空中其界面反射系数表示为

$$\begin{aligned} r_{\text{TM}}^{(j)} &= \frac{\epsilon_j k_0 - \sqrt{k_{\parallel}^2 + \mu_j \epsilon_j \xi^2/c^2}}{\epsilon_j k_0 + \sqrt{k_{\parallel}^2 + \mu_j \epsilon_j \xi^2/c^2}} \\ r_{\text{TE}}^{(j)} &= \frac{\mu_j k_0 - \sqrt{k_{\parallel}^2 + \mu_j \epsilon_j \xi^2/c^2}}{\mu_j k_0 + \sqrt{k_{\parallel}^2 + \mu_j \epsilon_j \xi^2/c^2}} \end{aligned} \quad (2)$$

式中, ϵ_j 和 μ_j 为材料板 j 的介电常数和磁导率.

对于 p 型掺杂硅, 其色散特性由 Drude 和等离子体型^[14]关系描述为

$$\epsilon_1(i\xi) = \epsilon_{S_i}(i\xi) + \frac{\omega_p^2}{\xi^2 + \gamma\xi} \quad (3)$$

$$\epsilon_{S_i}(i\xi) = \epsilon_{\infty} + \frac{(\epsilon_0 - \epsilon_{\infty})\omega_p^2}{\xi^2 + \omega_p^2} \quad (4)$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{\epsilon_0 m^*}} = \frac{2\pi c}{\lambda_p}, \gamma = \frac{Ne^2}{m^*} \quad (5)$$

式中, $\epsilon_{\infty} = 1.035$, $\epsilon_0 = 11.87$, $\omega_{S_i} = 6.6 \times 10^{15}$ rad/s, $m^* = 0.34m_e$ 为载流子的有效质量, m_e 是电子质量, ρ 为掺杂硅的电阻率, N 为对应的掺杂程度, ω_p 是等离子体频率(λ_p 是对应的波长), γ 是阻尼系数. 对于 p 型掺杂硅, 不同掺杂程度对应的 ω_p 和 γ 的具体数值在表 1^[14] 中给出.

电磁超材料通常含有金属成分或者金属基底, 其中金属都是相互连在一起的, 通常认为它的介电常数是单共振模型叠加一个 Drude 背景^[12], 即

$$\epsilon_2(i\xi) = 1 + f \frac{\Omega_D}{\xi^2 \gamma_D \xi} + (1-f) \frac{\Omega_e}{\xi^2 + \omega_e^2 + \gamma_e \xi} \quad (6)$$

式中, Ω_e 是电等离子频率, ω_e 是介质的电共振频率, γ_e

是电耗散系数, Ω_D 和 γ_D 是电磁超材料中的金属成分的 Drude 参数, f 是金属成分在材料中占的体积比, 即材料的填充比例因子. 而磁导率 μ , 通常用 Drude-Lorentz 模型来描述^[12], 即

$$\mu_2(i\xi) = 1 + \frac{\Omega_m^2}{\xi^2 + \omega_m^2 + \gamma_m \xi} \quad (7)$$

式中, Ω_m 是磁等离子频率, ω_m 是介质的磁共振频率, γ_m 是磁耗散系数. 选择 $\omega_0 = 10^{14}$ rad/s, 对应真空中波长为 λ_0 . 含有金属银的电磁超材料参数为 $\Omega_e = 0.04\Omega_D$, $\Omega_m = 0.1\Omega_D$, $\omega_e = \omega_m = 0.1\Omega_D$, $\gamma_D = 0.002\Omega_D$, $\gamma_e = \gamma_m = 0.005\Omega_D$, $\Omega_D = 137.036\omega_0$.

表 1 不同掺杂程度的 p 型硅的等离子体频率和阻尼系数

Table 1 Different doped silicon Plasmon frequency and damping coefficient

N/cm^{-3}	$\omega_p/(\times 10^{12} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1})$	$\gamma/(\times 10^{13} \text{ s}^{-1})$	$\rho/(\Omega \text{ cm})$
1.1×10^{15}	3.189 9	1.184 82	13
1.3×10^{18}	110.127 5	3.751 93	3.5×10^{-2}
1.4×10^{19}	361.522	7.868 42	6.8×10^{-3}
1.0×10^{20}	966.084	9.917 551	1.2×10^{-3}

在此, 考虑材料板厚度的影响, 为了控制变量, 假设电磁超材料板的厚度相对无穷大, 只考虑掺杂硅片的厚度 D , 由于 D 非常小, 其反射系数改写为^[13,15]

$$r_{\text{TM}}^{(1)} \rightarrow r_{\text{TM}}^{(1)} \frac{1 - e^{-2\sqrt{k_{\parallel}^2 + \epsilon_1 \xi^2/c^2 D}}}{1 - r_{\text{TM}}^{(1)2} e^{-2\sqrt{k_{\parallel}^2 + \epsilon_1 \xi^2/c^2 D}}} \quad (8)$$

$$r_{\text{TE}}^{(1)} \rightarrow r_{\text{TE}}^{(1)} \frac{1 - e^{-2\sqrt{k_{\parallel}^2 + \epsilon_1 \xi^2/c^2 D}}}{1 - r_{\text{TE}}^{(1)2} e^{-2\sqrt{k_{\parallel}^2 + \epsilon_1 \xi^2/c^2 D}}} \quad (9)$$

2 仿真与结果分析

图 1 给出了掺杂硅片厚度分别为 $D=0.001\lambda_0$ 、 $D=0.005\lambda_0$ 、 $D=0.01\lambda_0$ 、 $D=+\infty$ 时, Casimir 作用力随距离的变化情况. 可以看出, 当 $D<0.005\lambda_0$ 时, 掺杂程度对 Casimir 作用力产生显著的影响, 在其他参数都相同的条件下, 掺杂程度越高, 吸引力越大, 排斥力越小; 而且作用力的平衡点(即 Casimir 力为零)的位置因掺杂程度的变化而改变, 进而可以通过改变掺杂程度来调控作用力的强弱以及平衡位置. 当 $D>0.01\lambda_0$ 时, Casimir 作用力几乎不受掺杂程度的影响, 但在 $0.01\lambda_0 < D < 2\lambda_0$ 范围内平衡恢复力越显著.

图 2 为材料的电磁参数都不变, Casimir 力受掺杂硅片厚度的影响. 从图 2 可以看出, 当 $D>0.005\lambda_0$ 时, 作用力几乎不因 D 的改变而变化, 这是因为 D 较大时, $e^{-2\sqrt{k_{\parallel}^2 + \epsilon_1 \xi^2/c^2 D}} \ll 1$, 所以厚度 D 对作用力的影响将会减弱. 也可以从电磁场的趋肤效应角度来解释, 趋肤深度 $\delta = \sqrt{2/\omega\mu\sigma}$, 当 $D \gg \delta$ 时, 材料的厚度变化对电磁场的透射和反射影响减弱, 进而对作用力的影响减弱.

图 3 为电磁超材料填充因子 f 的大小对 Casimir

作用力的影响,可以看出填充比例因子 f 大小直接影响 Casimir 作用力的方向, f 越小 Casimir 排斥力越强。

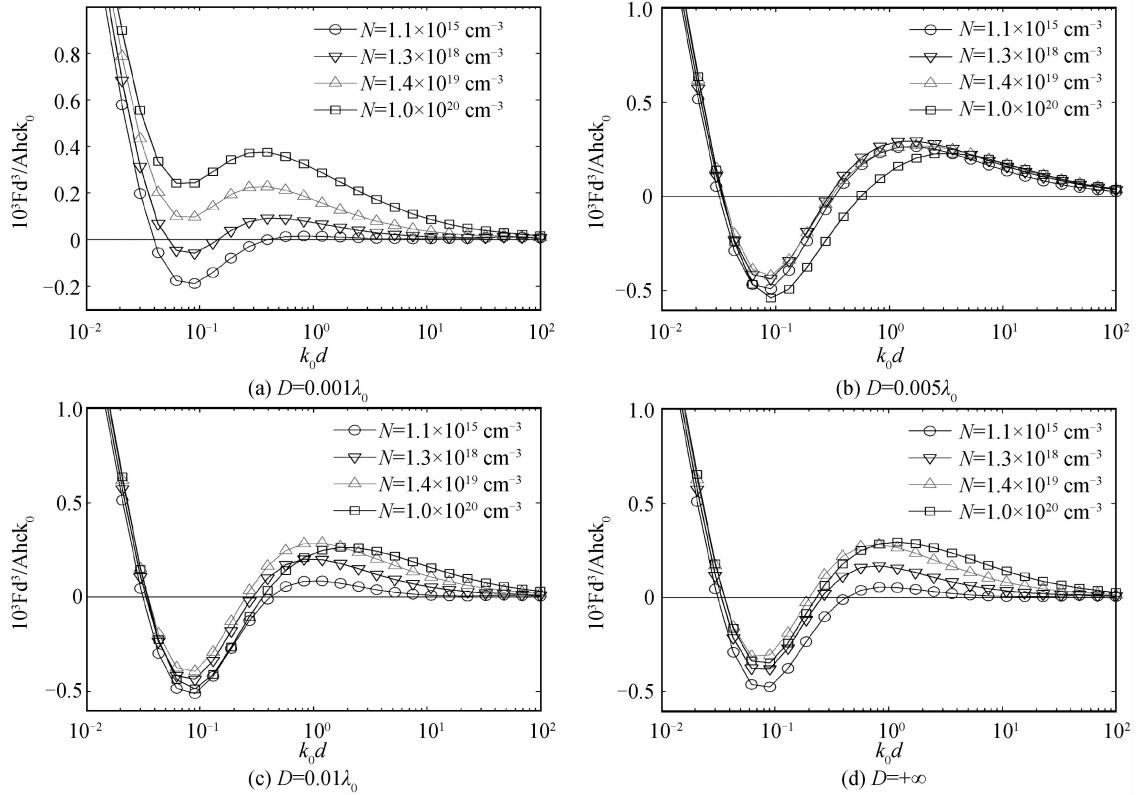


图 1 不同厚度的硅片与电磁超材料($f=10^{-5}$)间的 Casimir 作用力
Fig. 1 The Casimir force between different thickness of silicon slab and metamaterials

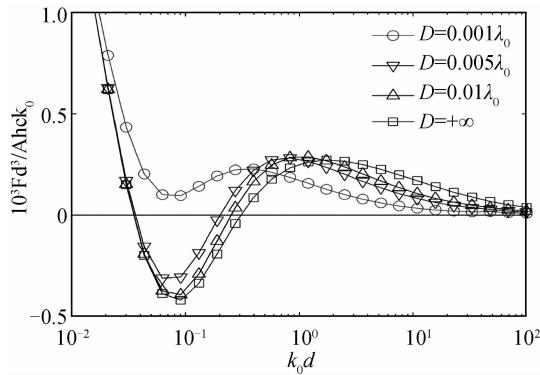


图 2 掺杂硅片和电磁超材料间的 Casimir 作用力
($f=10^{-5}$, $N=1.3 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$)

Fig. 2 Casimir force between doped silicon slab and metamaterials

3 结论

本文基于 Lifshitz 理论计算了掺杂硅片与电磁超材料间的 Casimir 作用力,探讨了掺杂程度和硅片厚度以及填充比例因子对 Casimir 效应的影响。结果表明,硅片厚度非常小时,改变掺杂程度可以调节作用力的平衡位置;填充比例因子越小 Casimir 排斥力越强,另外板间距在一定范围内存在平衡恢复力,这对解决微机械元件间可能存在的粘附破坏具有重要的指导意义。

当 f 变大时,即电磁超材料中金属结构所占比例增大,Casimir 作用力表现为吸引力。

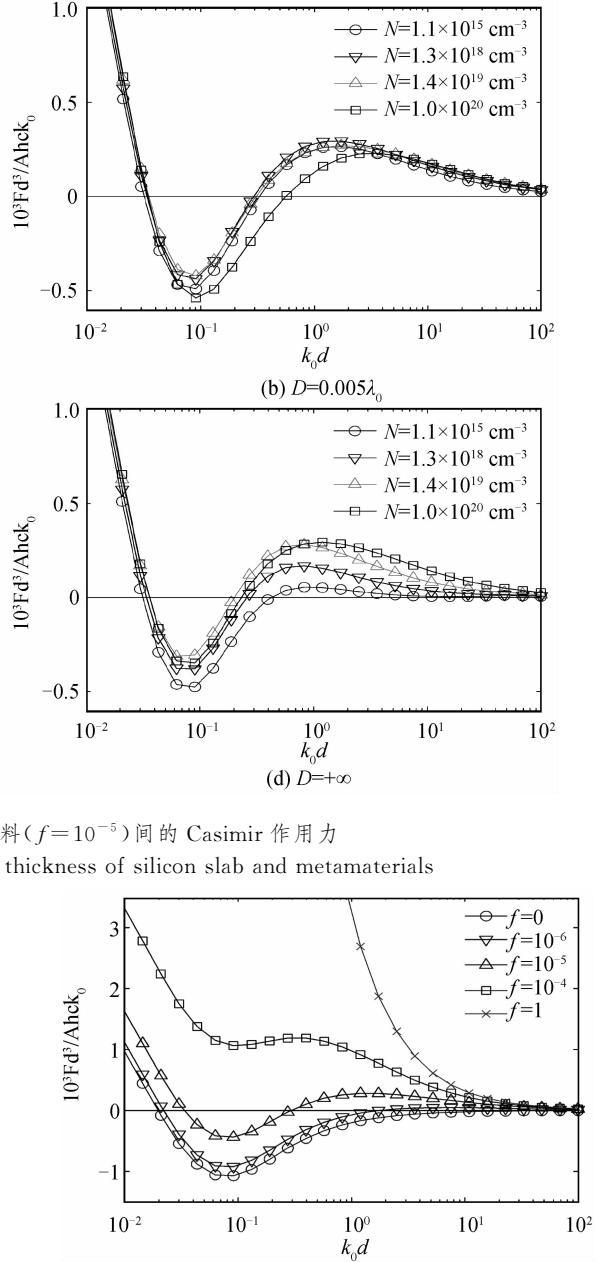


图 3 掺杂硅片和电磁超材料间的 Casimir 作用力
($N=1.3 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $D=0.1 \lambda_0$)

Fig. 3 Casimir force between doped silicon slab and metamaterials

参考文献

- [1] MILONNI P, MOHIDEEN U. Compendium of Quantum Physics [M]. Berlin Heidelberg: Springer, 2009, 87-88.
- [2] KLIMCHITSKAYA G L, MOHIDEEN U, MOSTEPANENKO V M. The Casimir force between real materials: Experiment and theory [J]. *Reviews of Modern Physics*, 2009, **81**(4): 1827-1885.
- [3] RODRIGUEZ A W, CAPASSO F, JOHNSON S G. The Casimir effect in microstructured Geometries [J]. *Nature Photonics*, 2011, **5**(4): 211-221.
- [4] GUO Jian-gang, ZHAO Ya-pu. Dynamic stability of torsional NEMS actuators with Casimir effect [J]. *Chinese Journal of*

- Sensors and Actuators*, 2006, **19**(5): 1645-1648.
郭建刚, 赵雅溥. 计及 Casimir 效应时旋转式 NEMS 致动器的动态稳定性研究 [J]. 传感技术学报, 2006, **19**(5): 1645-1648.
- [5] KLIMCHITSKAYA G L. The Casimir force between real materials: experiment and theory [J]. *Reviews of Modern Physics*, 2009, **81**: 1827-1885.
- [6] TIMOTHY H B. Vanderwaals forces and zero-point energy for dielectric and permeable materials [J]. *Physical Review A*, 1974, **9**(5): 2078-2084.
- [7] YI Qiang, ZHOU Fu-kun, LUO Xing-fang. Design and analysis of a kind of novel left-handed Metamaterial[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2013, **42**(6): 688-691.
易强, 周辅坤, 骆兴芳. 一种新型左手材料的设计和特性研究 [J]. 光子学报, 2013, **42**(6): 688-691.
- [8] LIU Yu, LÜ Jun, SONG Kun, et al. Preparation and optical properties of visible Metamaterials on flexible film[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(7): 1176-1180.
刘宇, 吕军, 宋坤, 等. 光波段柔性基超材料制备及光学性质 [J]. 光子学报, 2010, **39**(7): 1176-1180.
- [9] ZHAO Wei, ZHAO Xiao-peng. Relationship of surface plasmon polaritons and nanoparticles morphology [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(4): 556-560.
赵炜, 赵晓鹏. 纳米粒子形貌与表面等离子体激元关系 [J]. 光子学报, 2011, **40**(4): 556-560.
- [10] LIFSHITZ E M. The theory of molecular attractive forces between solids [J]. *Soviet Physics*, 1956, **2**(1): 73-83.
- [11] ZWOLP J, PALASANTZAS G. Repulsive Casimir force between solid materials with high-refractive-index intervening liquids [J]. *Physical Review A*, 2010, **81**(6): 062502.
- [12] ROSA F S S, DALVIT D A R, MILONNI P W. Casimir-Lifshitz theory and metamaterials [J]. *Physical Review Letters*, 2008, **100**(18): 183602.
- [13] ZHAO R, KOSCHNY T, ECONOMOU E N, et al. Repulsive Casimir forces with finite-thickness slabs [J]. *Physical Review B*, 2011, **83**(7): 075108.
- [14] PIROZHENKO I, LAMBRECHT A. Influence of slab thickness on the Casimir force [J]. *Physical Review A*, 2008, **77**(1): 013811.
- [15] POCHI Y. Optical Waves in Layered Media [M]. 2nd Ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2005, 83-90.