

doi:10.3788/gzxb20144310.1014003

高能激光环形光束近场和远场传输特性

周松青, 关小伟, 强希文, 瞿谱波

(西北核技术研究所 激光与物质相互作用国家重点实验室, 西安 710024)

摘要:为满足高能激光环形光束在近场区和远场区的实际应用需求,从电磁波衍射积分方程出发,推导了环形光束光场分布和远场光强分布表达式,并对光场分布和光强分布进行了分析,得到光强分布与高斯光束的有限孔径大小、中心遮挡比和传输距离的关系.引入大气湍流场景,采用相位屏法对环形光束在不同湍流强度下的大气传输进行了数值模拟和分析,研究了受大气湍流影响远场光斑畸变、光斑破碎、光束扩展和漂移等的增强现象.最后开展了环形光束近场区大气传输数值模拟和实验,结果表明:随着传输距离的增加,光斑中心光强越来越强,光斑逐渐趋于均匀,平均光强呈类高斯分布,近场区环形光束扩散和光斑畸变现象受大气湍流影响而增强.

关键词:激光物理;高能激光;环形光束;相位屏;近场;远场;光场分布;光强分布

中图分类号: O436.1; TN241

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2014)10-1014003-5

The Near and Far Field Transmission Characteristics of High Energy Laser Annular Beam

ZHOU Song-qing, GUAN Xiao-wei, QIANG Xi-wen, QU Pu-bo

(State Key Laboratory of Laser Interaction with Matter, Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, China)

Abstract: To meet the applications of high energy laser annular beam in near-field and far-field, the expressions of light field distribution and the light intensity distribution in near-field region and far-field from electromagnetic wave diffraction integral equation were obtained and analysed. It can be concluded that the light intensity distribution was decided by the finite aperture, central obscure ratio and transmission distance of gaussian beam. Furthermore, atmospheric turbulence was introduced, by the method of phase screen, the atmospheric transmissions of annular light beam in different turbulence intensities were simulated. Due to the influence of atmospheric turbulence, the consequences of far-field spot distortion, spot crushing, beam expansion and drifting were studied and analysed. Finally, the numerical simulation and experiment of annular light beam atmospheric transmission in near-field were carried out. The results show that the spot central intensity becomes stronger and stronger, the spot intensity gradually tends to be more uniform, and the average intensity is near gaussian distribution with the increase of transmission distance. Because of the influence of atmospheric turbulence, the near-field annular beam dispersion and spot distortion increases also.

Key words: Laser physics; High energy laser; Annular beam; Phase screen; Near-field; Far-field; Light field distribution; Light intensity distribution

OCIS Codes: 140.0140; 140.3295; 140.3430; 010.3310; 020.2649

0 引言

自梅曼发明激光器之日起,高能激光器就成为各

国竞相追逐的目标,在定向能武器行列中扮演重要的角色,并逐步实现集成到战术平台上的武器级水平.然而,在激光的实际应用中,为获得高功率、高光束

基金项目:国家高技术发展研究计划项目(No. 8061006-1)和国家重点实验室开放基础研究基金课题(No. SKLLIM1103)资助

第一作者:周松青(1981-),男,助理研究员,硕士,主要研究方向为激光技术及应用. Email: zhousongqing918@163.com

收稿日期:2014-03-07; **录用日期:**2014-04-10

<http://www.photon.ac.cn>

质量的激光输出,一般采用正支虚共焦非稳腔作为激光器谐振腔,它输出的光束既不是理想的平面波形,也不是简单的高斯光束,而是由 TEM₀₀ 模式激发的高斯光束经光阑后产生零强度中心区并含有衍射环的环形光束。

近年来,环形光束在现代光学和原子光学里得到了广泛应用,同时也吸引了国内外越来越多的人对环形光束的注意,并开展了许多研究,Y. Baykal 等提出了高阶环形高斯光束在自由空间的传播以及它们指数振幅和相位在湍流大气中的波动变化^[1];Yangjian Cai 等研究了圆形、椭圆和矩形对称的环形光束在湍流大气中的传播特性^[2];M. Alavinejad 等研究了平顶光束在湍流大气中的传输特性,推导了环形平顶光束的光强分布和束宽表达式^[3]。然而,现有的工作大多是定量研究其通过圆孔光阑衍射后在非涅尔区的光场特性,关于高能激光环形光束在近场区和远场区的光场分布以及光强分布特性报道相对较少,随着高能激光技术的快速发展和应用拓展,在实际应用中经常需要在近场区和远场区进行一些测量和效应实验^[4]。因此,研究高能激光环形光束在近场区和远场区的传输特性具有重要意义。

本文在不考虑高能激光大气传输非线性效应情况下从衍射积分方程出发推导了环形光束近场区和远场区的光场分布和光强分布表达式,讨论了光强分布的影响因素;结合大气湍流问题,利用相位屏法模拟计算了环形光束远场区的短曝光像;最后利用高能碘化学激光器(Chemical Oxygen-iodine Laser, COIL)开展了环形光束近场传输特性的模拟计算和实验研究。

1 理论分析和推导

1.1 环形光束近场传输特性

所谓近场区,是指光阑平面与菲涅尔衍射区之间的区域。

图1为一电磁波经圆形光阑衍射几何图,图中光

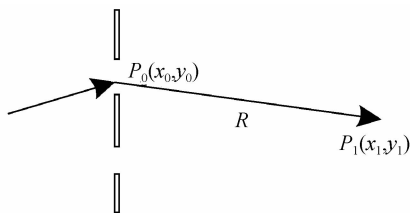


图1 电磁波经圆形光阑衍射几何图形

Fig. 1 Diffraction geometry of normally incident electromagnetic field through a diaphragm

阑尺寸要比光波长大多。设面积为 S 的源点平面上某点 $P_0(x_0, y_0)$ 处电场为 $\mathbf{E}_0(P_0)$,则在光阑右侧任一点 $P_1(x_1, y_1)$ 处的电场为

$$\mathbf{E}(P_1) = \frac{1}{2\pi} \nabla \times \iint_S \mathbf{n} \times \mathbf{E}_0(P_0) \frac{\exp(ikR)}{R} ds \quad (1)$$

式中 $k=2\pi/\lambda$ 为波数^[5], $R=[(x_1-x_0)^2+(y_1-y_0)^2+z^2]^{1/2}$ 为源点距观测点的距离, \mathbf{n} 为指向 $+z$ 方向的单位矢^[6]。

因此,式(1)中的矢量可写成 x_1 和 y_1 方向的分量形式,即

$$E_{x_1}(x_1, y_1, z) = \frac{1}{2\pi} \iint_S E_{x_0}(x_0, y_0, 0) \frac{\exp(ikR)}{R} \left(ik - \frac{1}{R} \right) \left(-\frac{z}{R} \right) dx_0 dy_0 \quad (2)$$

$$E_{y_1}(x_1, y_1, z) = \frac{1}{2\pi} \iint_S E_{y_0}(x_0, y_0, 0) \frac{\exp(ikR)}{R} \left(ik - \frac{1}{R} \right) \left(-\frac{z}{R} \right) dx_0 dy_0 \quad (3)$$

由此可知,光阑右边任一点的电场完全由光阑平面上电场的切向分量决定。

当观测点离光阑平面一定距离时,从波动微分方程出发,利用场论中的格林定理及电磁场的边值条件,可以得到

$$E_1(x_1, y_1, z) = \left(-\frac{i}{2\lambda} \right) \iint_S E_0(x_0, y_0, 0) \frac{\exp(ikR)(1+\cos\theta)}{R} dx_0 dy_0 \quad (4)$$

式中 $E_0(x_0, y_0, 0)$ 、 $E_1(x_1, y_1, z)$ 分别为环形光束源点和近场区光场的复振幅; $(1+\cos\theta)/2$ 为倾斜因子; θ 是 S 面上源点 $(x_0, y_0, 0)$ 处的法线与 R 的夹角^[7]。

进一步增大测点离光阑平面的距离,当衍射面与观察面的距离远大于衍射孔径和观察区的线度时,即满足菲涅耳近似条件,取 $R \approx z$,由式(2)和(3)可得

$$E_1(x_1, y_1, z) = \left(-\frac{i}{\lambda z} \right) \exp(ikz) \iint_S E_0(x_0, y_0, 0) \exp \left\{ \frac{ik}{2z} [(x_1-x_0)^2 + (y_1-y_0)^2] \right\} dx_0 dy_0 \quad (5)$$

设圆屏光阑上的高斯光束振幅分布为 $E_G(\rho)$, ρ 为孔径平面上的坐标 (x_0, y_0) 。由式(2)和式(3)可以得出近场区光强分布为

$$I_0(z) = \left| \frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^{\infty} E_G(\rho) \frac{\exp(ik\sqrt{\rho^2+z^2})}{\sqrt{\rho^2+z^2}} \rho d\rho \right|^2 \quad (6)$$

式(2)~(4)和式(5)分别代表着高斯光束经圆屏衍射后的环形光束在近场区和菲涅尔衍射区的光场分布。式(6)代表着近场区光强分布,在无大气湍流影响情况下,其光强分布状态与高斯光束初始状态、圆屏光阑衍射孔径大小和传输距离有关。当高斯光束束腰半径 ω 大于光阑半径 a 时,光强沿轴向方向会出现抖动现象,但最小值不为零,若 ω 趋近于无穷大,等效为平面波的入射,随着传输距离的增大,轴向光强最小值迅速减小至零;当束腰半径 ω 小于光阑半径 a 时,光强沿轴向的抖动会明显减弱,若 ω 趋近于零,其传播特性类似于点光源发出的球面波。

1.2 环形光束远场传输特性

所谓远场区,是指观测点离光源距离 $R \gg (x_0^2 + y_0^2)_{\max}/2$ 的区域,在很多光学系统,尤其是高能激光系统的应用中,非常重要的一点是要获得最大的远场光斑能量^[8].

图2为高能激光经卡式望远系统聚焦示意图.设 (x_0, y_0) 和 (x_2, y_2) 分别为光阑区和远场区的平面变量,光束传输水平方向为 $+z$ 方向, $D=2a$ 为环形孔径, τ 为环形孔径的中心遮拦比.

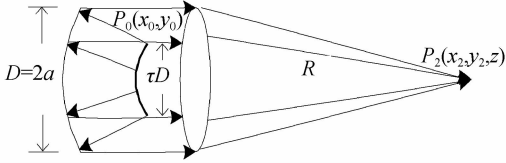


图2 高能激光经光阑衍射聚焦示意图

Fig.2 The focusing of high energy laser through a diaphragm

由衍射理论可知,波长为 λ 的一束光波经光阑衍射时,其远场光斑由夫琅和费近似,取 $R \approx z$,远场区光场分布 $E(x_2, y_2, z)$ 可表达为

$$E_2(x_2, y_2, z) = \left(-\frac{i}{\lambda z}\right) \exp\left[ik\left(z + \frac{x_2^2 + y_2^2}{2z}\right)\right] \cdot \iint_S E_0(x_0, y_0, 0) \exp\left(\frac{ik(x_0^2 + y_0^2)}{2z}\right) \cdot \exp\left[-\frac{ik(x_2 x_0 + y_2 y_0)}{z}\right] dx_0 dy_0 = \left(\frac{-i}{\lambda z}\right) \exp\left[\frac{ik(z + r^2)}{2z}\right] \iint_S E_0(\rho) \cdot \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) \exp\left(-\frac{ik\rho \cdot r}{z}\right) d\rho \quad (7)$$

式(7)中积分符号前的指数函数在求光强时可自动消去,因此光强分布 $I(x_2, y_2, z)$ 为

$$I(x_2, y_2, z) = \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \left| \iint_S E_0(\rho) \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) \cdot \exp\left(-\frac{ik\rho r}{z}\right) d\rho \right|^2 \quad (8)$$

式中, $E_0(\rho)$ 为孔径平面入射光波的振幅分布, r 为远场平面坐标 (x_1, y_1) .

假设经圆屏光阑衍射的光束为等相面的高斯光束^[9],其高斯光波在孔径平面上的振幅分布 $E_0(\rho)$ 、光强分布 $I_G(\rho)$ 和环形光束输出光能 P 分布为

$$\begin{cases} E_0(\rho) = \sqrt{I_G(\rho)} \exp\left(-\frac{i\pi\rho^2}{z}\right), \\ P = \int_0^{2\pi} \int_0^a I_G(\rho) d\rho d\theta, \\ I_G(\rho) = \frac{P}{S} \frac{2\mu^2}{1 - \exp(-2\mu^2)} \exp(-2\mu^2 \rho^2) \end{cases} \quad (9)$$

式中, ω 为高斯光束的束腰半径, $\mu = a/\omega$ 为截断面, ρ 为坐标 (x_0, y_0) 归一化坐标,以孔径半径 a 为单位,变化范围为 $[0, 1]$. 将式(9)代入式(8),最后得环形光束

的远场光斑光强分布

$$I(x_2, y_2, z) = \frac{8PS\mu^2}{(\rho\omega)^2 [1 - \exp(-2\mu^2)]} \cdot \left| \int_{\tau}^1 \exp(-\mu^2 \rho^2) J_0\left(\frac{\pi D}{\lambda} \sqrt{x_2^2 + y_2^2}\right) \rho d\rho \right|^2 \quad (10)$$

式中 J_0 为零阶贝塞尔函数^[10-11]. 若只考虑远场光斑主瓣分布而不考虑旁瓣能量分散,式(10)可简化为

$$I(\varphi) = \frac{2PS[\exp(-\mu^2) - \exp(-\mu^2 \tau^2)]^2}{(\lambda z \mu)^2 [1 - \exp(-2\mu^2)]} \cdot \exp\left(\frac{-\varphi^2}{2\varphi_c^2}\right) \quad (11)$$

式中 φ 为远场环围半径,远场光斑等效宽度 φ_c 为

$$\varphi_c = \frac{\lambda}{2\pi\omega} \sqrt{1 + \frac{2}{\exp(a/\omega)^2 - \exp(a\tau/\omega)^2}} \quad (12)$$

由此可知,高能激光环形光束传输特性受其本身高斯光束束腰半径和光阑衍射孔径大小的限制. 当 $\omega \ll a$ 时, $\varphi_c \approx \lambda/2\pi\omega$, 说明环形光束不受孔径的限制,可认为是没有被遮拦的无限高斯光束的衍射,通常,当 $a \geq 1.5\omega$ 时,可认为高斯光束的衍射不受圆形光阑衍射孔径大小和遮拦比的限制^[12]; 当 $\omega \gg a$ 时, $\varphi_c \approx \lambda/\pi a [2(1 - \tau^2)]^{1/2}$, 可以认为环形光束远场光斑是一束高斯光束受遮拦影响的艾里光斑; 一般情况下,环形光束远场光斑环围半径参考式(12),即一束受到截断和遮拦的高斯光束的远场衍射可以等效为束腰宽度为 2ω 的无限制的高斯光束远场衍射.

2 大气湍流对环形光束远场光斑形态的影响

激光在大气传输过程中,因受大气湍流影响,严重影响激光工程系统的使用性能^[13]. 数值模拟是对激光大气传输及其相位补偿进行理论研究的重要手段^[14], 相位屏法是最常见和最有效的模拟计算方法,其原理是把光束的传输路径看作是由真空和散布其间的若干薄相位屏所构成,模拟计算激光经大气湍流传输后的光斑图像. 生成随机相位屏的常用方法有谱反演法^[15-16].

图3给出了利用相位屏法模拟计算的在不同强度湍流状况下遮拦比 $\tau=0.5$ 、激光波长 $\lambda=1.315 \mu\text{m}$ 的环形光束聚焦传输 1 000 m 后的短曝光像. 首先利用

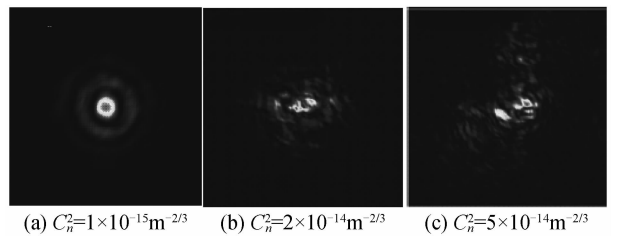


图3 不同湍流强度下远场区短曝光像

Fig.3 The short exposure image of far field in different atmospheric turbulence degree

谱反演法对符合 Kolmogorov 统计规律的大气湍流畸变相位屏进行了数值模拟,然后利用激光通过大气湍流传输程序进行数值计算,得出了传播路径上不同湍流强度状况下远场区的短曝光像.从光斑图像可以看出弱湍流状况下环形光束远场传输特性接近真空传输时的情况,而随着湍流强度的增强,远场光斑平均光强的中心峰值减小,光斑旁瓣趋于平滑,同时光斑畸变逐渐增大,光斑破碎和光束扩展、漂移等现象不断增强.当传输距离大于特征值时,环形光束传输平均光强为高斯分布^[17-18].

3 环形光束近场光斑形态变化研究

3.1 真空条件下近场传输特性数值模拟

基于 Tracepro 环境,建立激光波长 $\lambda=1.315 \mu\text{m}$ 、遮拦比 $\tau=0.5$ 的高斯分布环形光束在真空条件下自由传输简化模型,对距光源 2 m、16 m、30 m 处的光斑形态进行数值模拟,仿真结果见图 4.由图可知,在真空环境下,随着环形光束传输距离的增加,光斑尺寸不断增大,中间空心部分的光强也不断增强,光强分布逐渐趋于均匀.

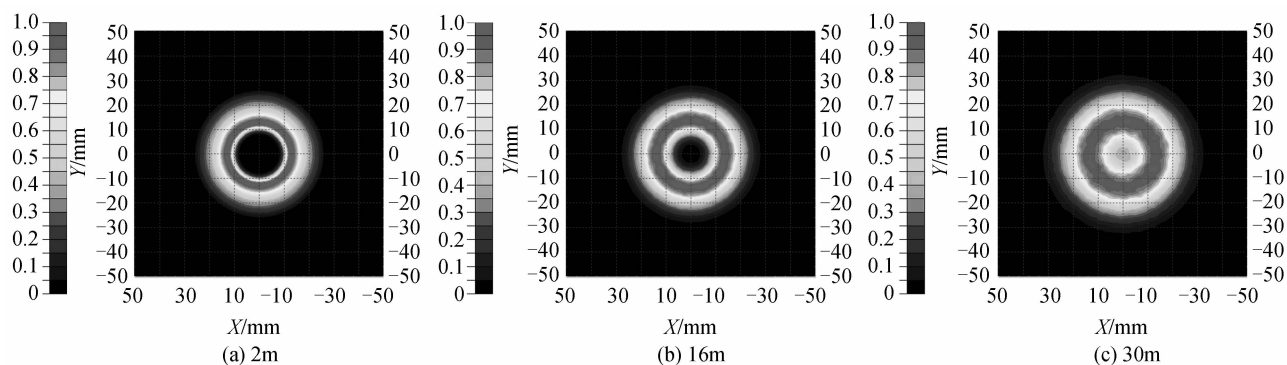


图 4 环形光束在真空条件下传输不同距离后的光斑形态

Fig. 4 The annular beam spot of different distance's in vacuum environment

3.2 大气湍流条件下近场传输特性实验研究

图 5 为高能碘化学激光器输出的环形光束在近场区经大气湍流模拟装置后光斑形态变化实验研究结构.其中激光器非稳腔由两个曲率半径不同的球面镜、

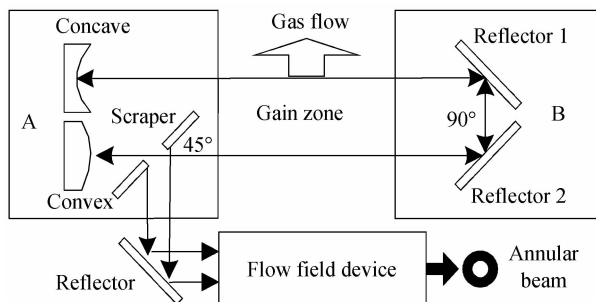


图 5 碘化学激光器光腔和流场装置结构图

Fig. 5 Schematic of COIL resonator and flow filed device

两个全反镜和一个刮刀镜按折叠虚共焦方式组合而成,这是气体激光技术研究中获得良好光束质量的首选腔型之一,有利于在较短的谐振腔内产生最大模体积的高质量激光束^[19].光腔盒 A 中放置凹凸镜和刮刀镜,光腔盒 B 中放置两个 45° 的全反镜.光腔盒 A、B 通过增益发生器相连,与碘喷管后面的流场相通,并处于同一静压下.大气湍流模拟装置主要由空气流场管道、反射镜和窗口镜等组成,管道端面与大气相通,管道外侧开设不规则的小孔,小孔与高压空气气瓶相连.在激光器出光前,打开空气气瓶阀门给流场管道吹气,使得管道内大气中的温度、压力、密度、水汽、沙尘和悬浮颗

粒不停地变化和运动,模拟大气运动引起的折射率随机扰动.反射镜和窗口镜安装在距激光器出口 2 m、16 m 和 30 m 处的管道中,用于引出激光进行测量.

图 6 为空气流场管道内距激光器激光输出窗口 2 m、16 m 和 30 m 处的激光光斑形态.图 7 为与之对

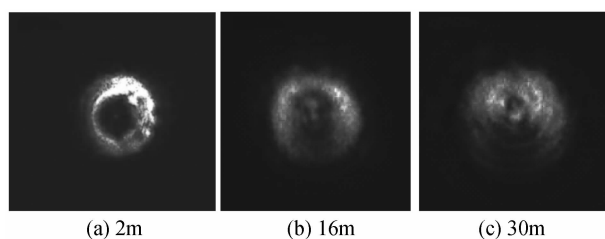


图 6 环形光束传输不同距离后的光斑形态

Fig. 6 Annular beam spot in different distances

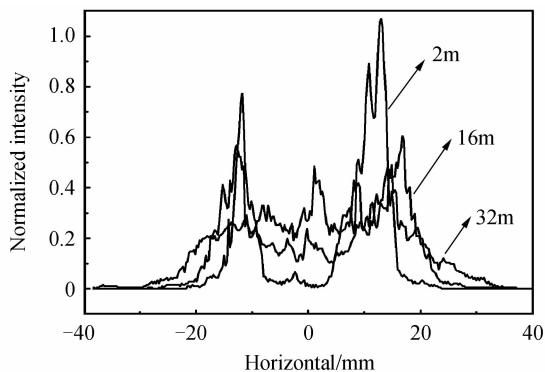


图 7 环形光束传输不同距离后光斑横向归一化光强分布
Fig. 7 Horizontal normalized light intensity distribution of annular beam in different distances

应的光斑横向归一化光强分布。

由图6和图7可知:1)环形光束在湍流大气中传输时,距激光器激光输出口近距离处的光斑仍然是环形光束,中心强度几乎接近于零(由于衍射作用,光斑中心出现了微弱的亮点),随着传输距离在近场区的增加,光斑中心光强越来越强,光斑逐渐趋于均匀,平均光强呈类高斯分布,与真空条件下的仿真结果相吻合。2)高能激光环形光束在传输过程中,由于受流场管道内大气分子和悬浮颗粒(气溶胶粒子)的吸收和散射,以及流场管道内大气运动引起的折射率随机扰动带来的影响,激光传输能量不断衰减,近场区探测面接收到的激光光强出现闪烁,光束扩散增大,光斑畸变和漂移现象稍有增强,其变化趋势与图3仿真结果基本一致。

环形光束在自由空间传播过程中,刚开始仍然是环形光斑,随着传播距离的增加中心光强越来越强,直至传播到某一特定距离后中心光强随传播距离增加而减弱。工程应用中往往需要预测环形光束传播路径上光斑形态和光强分布的状态,但目前还没有能得出确切结果的解析表达式,只能根据环形光束的有效菲涅尔数 $F = D^2(1 - \tau^2)/(\lambda z)$ 来定性或半定量分析。经验上一般把 $F \geq 10$ 归为几何光学区(中心强度为零),采用几何分析法或近场衍射分析法; $1 < F < 10$ 的区域归为近场区,采用近场衍射分析法; $F \approx 1$ 的区域归为菲涅尔衍射区,采用菲涅尔衍射分析法; $F \ll 1$ 的区域归为远场区,采用夫琅和费衍射分析法。

4 结论

本文通过推导环形光束近场区和远场区的光场分布和光强分布表达式,找到了光强分布的影响因素,最后,通过对环形光束大气传输数值模拟和实验研究,得出了环形光束在近场区和远场区的传输特性,为高能激光环形光束的靶面参量测量、大气传输、辐照效应等实验开展提供了重要的理论依据和数据支持。

参考文献

- [1] BAYKAL Y. Log-amplitude and phase fluctuation of higher-order annular laser beams in a turbulent medium[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 2005, **22**(4): 672-679.
- [2] CAI Y, HE S. Propagation of various dark hollow beams in a turbulent atmosphere[J]. *Optics Express*, 2006, **14**(4): 1353-1367.
- [3] ALAVINEJAD M, GHAFARY B, KASHANI F D. Analysis of the propagation of flat-topped beam with various beam orders through turbulent atmosphere[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2008, **46**(1): 1-5.
- [4] SHEN Feng, JIANG Wen-han. Transmitting characteristics of gaussian beam due to the telescope's center obscure[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2000, **12**(3): 257-260.
沈锋,姜文汉. 环形孔径高斯光束的远场特性[J]. *强激光与粒子束*, 2000, **12**(3): 257-260.
- [5] SHEN Xue-ju, XU Qin-zu, WANG Long, et al. Propagation properties of flattened gaussian beams passing through an misaligned optical system with misaligned circular aperture[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **39**(10): 1844-1850.
- [6] 沈学举,许芹祖,王龙,等. 平顶高斯光束经含失调圆孔光阑的失调光学系统的传输特性[J]. *光子学报*, 2011, **39**(10): 1844-1850.
- [7] 郭硕鸿. 电动力学[M]. 2版. 北京: 高等教育出版社, 2008.
- [8] DUOCATELLA M, CRAIG B A. Bessel and annular beams for materials processing[J]. *Laser Photonics Review*, 2012, **6**(5): 607-621.
- [9] GAO Ming, NAN Wei-na, LÜ Hong, et al. Analysis on influence of the turbulent on polarization properties of elliptically polarized laser beams in propagation [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2013, **42**(9): 1107-1112.
高明,南妮娜,吕宏,等. 湍流对椭圆偏振激光传输中偏振特性的影响分析[J]. *光子学报*, 2013, **42**(9): 1107-1112.
- [10] HUANG Yin-bo, WANG Ying-jian. Choosing computing parameters in the numerical simulation of laser propagation effects [J]. *Journal of Atmospheric and Environmental Optics*, 2007, **2**(1): 23-27.
- [11] HUANG Yong-ping, ZENG An-ping. Propagation properties of hermite-gaussian beams in non-kolmogorov turbulence[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2012, **41**(7): 818-823.
黄永平,曾安平. 厄米-高斯光束在非Kolmogorov大气湍流中的传输性质[J]. *光子学报*, 2012, **41**(7): 818-823.
- [12] ZHAO Xiang-jie, ZHANG Da-yong, WANG Hai-feng, et al. Research on high power laser induced diffraction ring in 5CB liquid crystal[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(8): 1166-1171.
赵祥杰,张大勇,王海峰,等. 强激光条件下5CB液晶中的激光诱导衍射环现象[J]. *光子学报*, 2011, **40**(8): 1166-1171.
- [13] GUY F, BARLOW, ALAN S. Design and analysis of a low-threshold polymer circular-grating distributed-feedback laser[J]. *Optical Society of America*, 2004, **21**(12): 2142-2150.
- [14] ZHANG Hui-min, LI Xin-yang. Numerical simulation of wavefront phase screen distorted by atmospheric turbulence [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2006, **33**(1): 14-19.
张慧敏,李新阳. 大气湍流畸变相位屏的数值模拟方法研究[J]. *光电工程*, 2006, **33**(1): 14-19.
- [15] DOU Ling-yu, JI Xiao-ling, LI Pei-yun. Propagation of partially coherent annular beams with decentered field in turbulence along a slant path[J]. *Optics Express*, 2012, **20**(8): 8417-8430.
- [16] YUAN Yang-sheng, CHEN Ya-hong, LIANG Chun-hao, et al. Effect of spatial coherence on the scintillation properties of a dark hollow beam in turbulent atmosphere[J]. *Applied Physics B*, 2013, **110**(4): 519-529.
- [17] HUANG Yin-bo, WANG Ying-jian. Choosing computing parameters in the numerical simulation of laser propagation effects [J]. *Journal of Atmospheric and Environmental Optics*, 2007, **2**(1): 23-27.
黄印博,王英俊. 激光大气传输数值模拟中对计算参量的选取[J]. *大气与环境光学学报*, 2007, **2**(1): 23-27.
- [18] BAYKAL Y. Intensity correlations of general type beam in weakly turbulent atmosphere [J]. *Optics & Laser Technology*, 2011, **43**(7): 1237-1242.
- [19] YUAN Yang-sheng, CAI Yang-jian, QU Jun, et al. M²-factor of coherent and partially coherent dark hollow beams propagating in turbulent atmosphere [J]. *Optics Express*, 2009, **17**(20): 17344-17356.
- [20] SAGHAFI S, WITHFORD M J, PIPER J A. Characterizing output beams for lasers that use high-magnification unstable resonators[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2001, **18**(7): 1634-1643.