

doi:10.3788/gzxb20144310.1011003

# 基于扇束双投影方向的改进迭代层析成像算法

方静,程乐红,张玉萍,罗高鹏

(合肥工业大学 计算机与信息学院,合肥 230009)

**摘 要:**提出一种适用于气体扩散分布重建的改进代数迭代算法.针对投影射线扇束构型及双投影方向,在算法迭代步骤中引入先验矩阵,对迭代结果间隔性地进行中值滤波.以高斯烟羽模型为测试对象,分析迭代次数、松弛因子及不同滤波器使用策略对重建结果的影响,结果表明:迭代次数为 500 次,松弛因子为 2 时,均方误差、峰值相对误差基本收敛,并将波峰控制在一定范围内.改进代数迭代算法的均方误差、峰值相对误差重建指标优于传统代数迭代重建算法;同时,改进后算法能够准确定位波峰,完成尾峰重建,具有较强的抗噪性.

**关键词:**层析成像;迭代算法;中值滤波器;先验知识;遥感;双投影方向;扇束构型

中图分类号:O439

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2014)10-1011003-8

## Improved Iterative Tomography Algorithm Based on Fan-beam Geometry of Double Projections

FANG Jing, CHENG Le-hong, ZHANG Yu-ping, LUO Gao-peng

(School of Computer & Information, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

**Abstract:** An improved algebraic iterative algorithm was proposed to solve the problem that reconstruction of gas diffusion can barely be completed by the conventional algebraic iterative algorithm. Under the condition of fan beam geometry and double projections, the prior matrix was introduced in the iteration steps and the results processed by median filter every few iterations. Taking Gaussian plume model as test object, the effect of iterations, relaxation factor and different filter using strategies on the reconstruction results were analyzed. The experimental results shows that the mean square error and peak error reach the basic convergence and the peaks can be controlled in a certain range when the number of iterations is 500 and the relaxation factor is 2. Compared with the conventional algebraic iterative algorithm, the improved algorithm is better on the reconstitution indicators of mean square error and peak error. Furthermore, the peak position can be located more accurately and tail peak can be reconstructed successfully through the improved algorithm and the improved algorithm is robust to noise.

**Key words:** Tomography; Iterative algorithm; Median filter; Prior knowledge; Remote sensing; Double projections direction; Fan beam geometry

**OCIS Codes:** 110.6955; 010.0280; 010.1290; 280.1120; 100.6950

## 0 引言

层析成像重建算法包括解析重建算法和迭代重建算法两类.迭代重建算法<sup>[1]</sup>的主导思想是假设重建区域是由一系列离散的数值组成,根据测量获得的投影数据对这些未知数值建立一组方程,通过解方程组获

得未知的离散数值,从而达到重建目的.由于不完全投影数据可以看成是方程组中缺少的方程,这类算法适合应用于少投影方向领域.

层析成像重建技术与光学遥感技术相结合<sup>[2-3]</sup>,被应用于研究大气污染气体的空间分布,通过分析光学遥感技术遥测气体光谱<sup>[4]</sup>,再结合适当的层析成像重

基金项目:国家自然科学基金(Nos. 61102154, 41275027)资助

第一作者:方静(1979-),女,副教授,博士,主要研究方向为环境光学及光信息处理. Email:fi\_hfut@163.com

通讯作者:程乐红(1990-),男,硕士研究生,主要研究方向为环境光学及光信息处理. Email:clh\_hfut@163.com

收稿日期:2014-08-06;录用日期:2014-09-12

<http://www.photon.ac.cn>

建方法,获得大气痕量物质的空间分布信息.光学遥感层析成像技术不需要取样气体且适合远距离气体遥测,能更直观、形象地获取污染气体的时空分布信息,为研究气体污染物的大气传输、扩散和沉降过程等科学问题提供依据<sup>[9]</sup>.

在光学遥感层析成像重建中,由于光学仪器贵重,大规模布置仪器形成复杂的交叉光路会加重经济成本,宜选择适合少投影方向<sup>[6,7]</sup>的重建算法;再者,光学仪器一般设置在固定的位置扫描,形成的光路为扇束,所以重建算法的投影方式也选为扇束<sup>[8]</sup>.目前,针对这种扇束极少投影方向的气体扩散分布重建尚无一种确定的算法.

本文基于层析成像重建技术,研究了扇束双投影方向下高斯烟羽模型的迭代重建算法,为未来布置光学遥感测量装置进行污染气体分布的重建实验做理论准备.基于代数重建(Algebraic Reconstruction Technique, ART)算法<sup>[9,10]</sup>在不完全投影数据重建中的广泛应用,通过在传统 ART 算法中引入先验矩阵,适当的使用中值滤波器<sup>[11,12]</sup>,提出了一种基于扇束双投影方向,针对气体扩散分布重建的改进 ART 算法,并以高斯烟羽模型为测试对象进行了一系列的重建实验,取得了较为满意的重建效果.

## 1 高斯烟羽气体扩散模型

高斯烟羽模型<sup>[13-15]</sup>是国际原子机构推荐用于气体扩散模拟的数学模型.该模型是基于高斯模型的一个变形,通常应用于点源排放的污染气体的连续泄露扩散.本文采用高斯烟羽模型作为重建的测试模型.

高斯烟羽模型的一个关键假设是,在短时间内(如几小时)对空气污染物排放量和气象变化来说是稳态的.空气污染是由顶端一段理想化的烟羽表示.该模型主要的计算之一是泄漏源的有效高度,这取决于气体出口速度、温度以及周围空气的温度.一旦烟羽达到有效的泄漏源高度,气体扩散将在三维空间中开始.顺风方向是由平均风速吹过烟羽,穿过风方向和垂直方向将由高斯烟羽横向扩散方程决定,并呈高斯分布.横向扩散取决于大气条件,这是用于衡量周围空气的相对稳定度.

假设烟囱地面中心为原点,风向与  $x$  轴正向一致,则标准的高架连续点源的高斯有界烟羽模型为

$$X(x, y, z, H) = \frac{Q}{2\pi u \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right) \times \left\{ \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(z-H)^2}{\sigma_z^2}\right] + \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(z+H)^2}{\sigma_z^2}\right] \right\} \quad (1)$$

式中  $X(x, y, z)$  为下风向  $x$  米、横向  $y$  米、地面上方  $z$  米处的扩散的气体浓度,单位为  $\text{g}/\text{m}^3$ ;  $Q$  为源强(即源释放速率),单位为  $\text{g}/\text{s}$ ;  $u$  为平均风速,单位为  $\text{m}/\text{s}$ ;  $\sigma_y$ 、

$\sigma_z$  分别为水平和垂直扩散参量,单位为  $\text{m}$ ;  $H$  为泄漏源有效高度,单位为  $\text{m}$ .式中令  $z=h$ ,即可得到离地面  $h$  气体浓度分布公式.

某市一化工厂通过烟囱排放污染物,污染源排放速率为  $450 \text{ g}/\text{s}$ ,烟囱高度为  $100 \text{ m}$ ,风速为  $3.5 \text{ m}/\text{s}$ ,大气稳定度为  $C$  级,时间是白天,则其在离地面  $103 \text{ m}$  处的横截面的污染物浓度随下风向距离和横向距离变化分布如图 1.

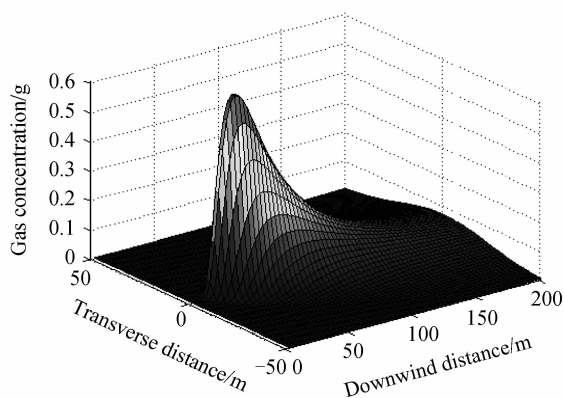


图 1 高斯烟羽模型

Fig. 1 Gaussian plume model

## 2 层析成像重建算法

### 2.1 代数迭代重建基本算法

在迭代重建<sup>[16-18]</sup>中,首先将重建区域离散化,即将重建区域划分成  $N=n \times n$  的网格,如图 2.

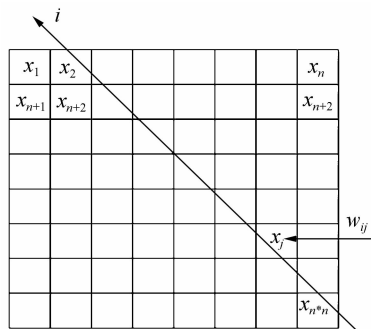


图 2 重建模型

Fig. 2 Reconstruction model

假设每个网格单元的浓度是均匀的.记第  $i$  条射线的总投影值为  $p_i$ ,  $p_i$  定义为

$$\sum_{j=1}^N \omega_{ij} x_j = p_i \quad (2)$$

$x_j$  为第  $j$  个网格区域的浓度值;  $\omega_{ij}$  是加权因子,代表第  $j$  个网格区域对投影值  $p_i$  贡献.在实际中,只要射线构型固定,系统矩阵  $\omega_{ij}$  也就随之确定.定义  $w_{ij}$  为

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & i \text{ 号射线经过 } j \text{ 号元素 } (i=1, 2, \dots, M) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

这样,迭代法实际就是寻求解决方案解决式(4)的线性方程组

$$\mathbf{W} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{P} \quad (4)$$

式中 $\mathbf{W}$ 为 $M \times N$ 维权重矩阵, $\mathbf{X}$ 为 $N$ 维网格区域浓度值向量, $\mathbf{P}$ 为 $M$ 维投影向量。

在实践中,传统的矩阵理论方法来转化方程组是不可能的.为了解决该问题,ART算法通过逐线校正,采用线性代数中的迭代法来求解重建问题,其迭代过程为

$$x_j^{(k+1)} = x_j^{(k)} + \lambda \frac{p_i - \sum_{j=1}^N w_{ij} x_j^{(k)}}{\sum_{j=1}^N w_{ij}^2} w_{ij} \quad (5)$$

式中 $k$ 为迭代次数, $\lambda$ 为松弛因子,一般取 $0 \sim 2$ 之间。

## 2.2 射线构型

在光学遥感检测中,光学仪器一般在固定的位置扫描,形成的光路为扇束,所以重建算法的投影方式也选为扇束.实验中采用的射线构型如图3.

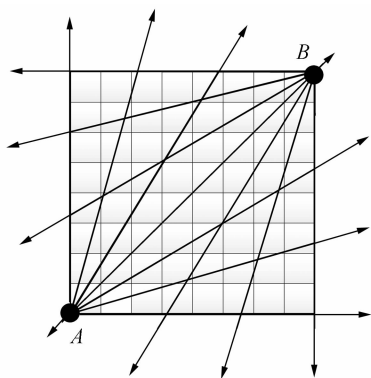


图3 射线构型

Fig. 3 Ray configuration

图3中A、B两点为光学遥感仪器的放置点,根据光路的可逆性,可以看作点源,两点分别设置在重建区域对角线位置以形成交叉光路.实验中A、B两点扫描范围为 $90^\circ$ ,且每度扫描一次,由此获得所需要的投影数据。

## 2.3 基于扇束双投影方向的改进代数迭代重建算法

由于只有双投影方向,式(4)的方程个数远远少于未知数的个数,即方程组是欠定的,在本文中,重建区域分割成 $64 \times 64$ 的区域网格,投影数据只有两组,每组91个数据,即共有4 096个未知数和182个方程,所以如果直接使用式(5)进行迭代重建,基本上不能完成重建,和重建测试模型相差甚远.为此,针对扇束双投影方向下气体扩散重建问题,对传统ART算法的迭代过程作出一些改进。

首先,由于重建的是区域内的气体污染浓度值,而浓度值具有非负约束性,如果在式(5)的迭代后产生负值,这和实际情况不符,故在每次迭代后检验重建结果,对于结果中的负值重新赋0初值以符合实际情况,

再进行下次迭代.同时由于测量仪器一般远离污染源,再加上气体扩散范围有限,而在重建中,这些原始浓度值为0的区域会不断的产生非0值,而这些值通过多次迭代,最终会严重影响重建结果,在实验中可以在每次迭代后对靠近测量仪器及监测区域角落位置检验,若不为0,则重新赋0;所以改进的ART算法在迭代中引入先验矩阵,即每次迭代后检验先验矩阵,先验矩阵包含上述先验知识。

其次,考虑到高斯烟羽模型浓度值变化比较平缓,即重建后模型比较平滑.但由于扇束双投影方向中投影数据很少,每次迭代后都会产生严重的伪峰,而这些伪峰误差也必将影响下一次迭代结果,最终导致重建结果非常不理想,甚至于不能重建.因此,本文在迭代中引入中值滤波器对迭代结果进行平滑处理.鉴于连续多次使用滤波器可能会导致峰值的偏移,在实验中并非每次迭代后都进行中值滤波,而是采用间隔性使用方式,即每迭代 $C$ 次后对重建值滤波一次,其中 $C$ 为一常量,然后在进行下一次迭代.改进后的ART算法迭代过程如图4.

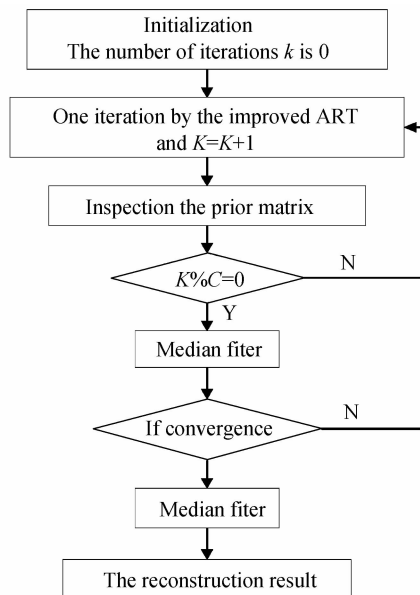


图4 改进的ART算法流程

Fig. 4 The process of the improved ART

## 2.4 算法验证

实验中,重建区域分割成 $64 \times 64$ 的区域网格,测试模型使用高斯烟羽模型模拟污染气体扩散,ART算法中的松弛因子为2,实验中投影数据由式(2)直接计算获得,考虑到实际中获得的投影数据含有一定程度的噪音,所以在实验中获得投影数据中添加30 dB的高斯白噪音,改进后的ART算法中 $C$ 取5( $C$ 表示使用滤波器的间隔迭代次数).由此得到结果如图5.

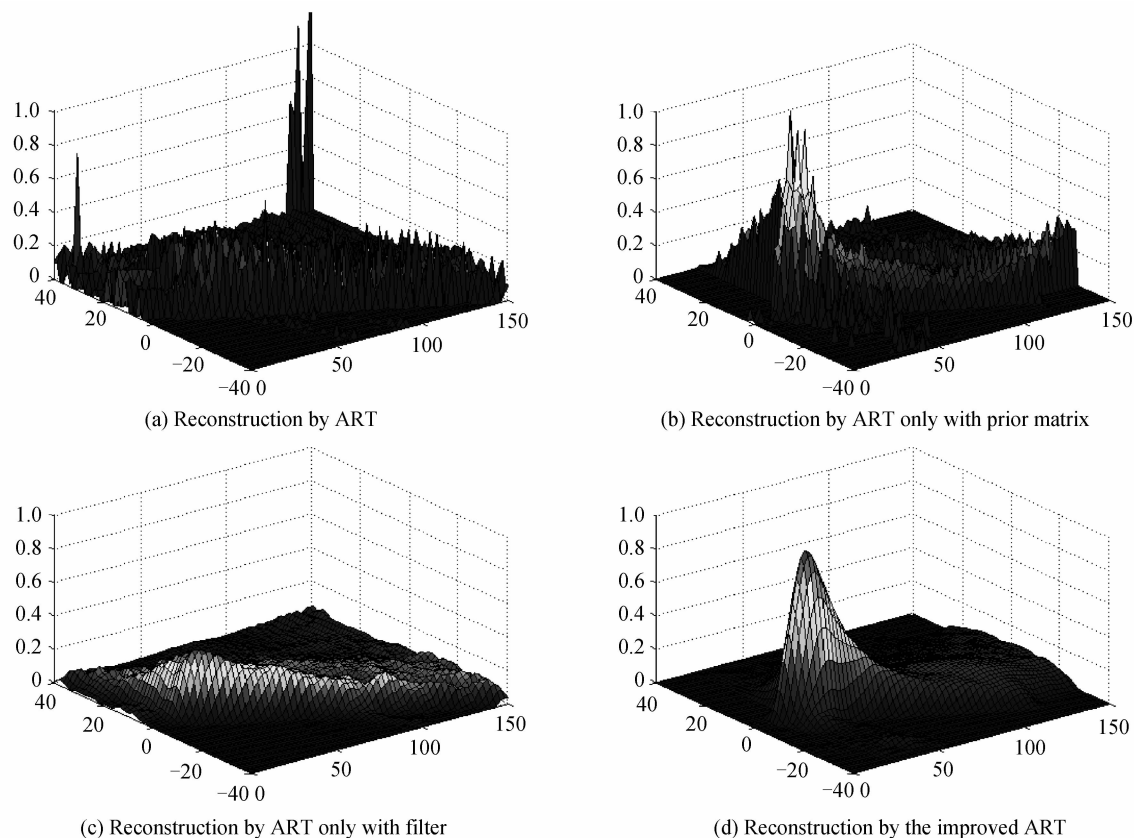


图5 ART算法和改进后ART算法对比

Fig. 5 The comparison between the ART and the improved ART

从图5中(a)~(d)可以看出,在扇束双投影方向下,传统的ART算法重建后区域图充斥各种伪峰,基本上无法用于本文情况下的重建;仅添加先验矩阵的ART算法能够重建出一定的雏形,但是伪峰太多,噪音过大,重建效果不理想;仅添加滤波器的ART算法能大概看出波峰位置,但在峰值大小以及尾峰上的重建和测试模型相差太大;而添加先验矩阵和滤波器的ART算法重建后的模型在波峰位置和尾峰基本与测试模型相当,峰值大小和测试模型相比有一定程度的减小.从重建后的模型定性来看,改进后的ART算法能够很好的完成扇束双投影方向下高斯扩散模型的重建.

为了定量说明改进后算法和原图之间的误差,选取均方误差(Mean-Square Error, MSE),峰值相对误差(Peak Error, PE)以及波峰位置三种误差作误差分析

$$\text{MSE} = \frac{\sum_{j=1}^N (x'_j - x_j)^2}{N} \quad (6)$$

式中  $N$  是划分后的网格数;  $x'_j$  和  $x_j$  分别表示重建后和原始模型的第  $j$  个网格区域的浓度值

$$\text{PE} = \frac{|x'_{\max} - x_{\max}|}{|x_{\max}|} \quad (7)$$

式中  $x'_{\max}$  和  $x_{\max}$  分别表示重建后和原始模型的最大峰值;

波峰位置用坐标  $(m, n)$  表示,  $m, n$  指图(2)中区域离散化后矩阵的第  $m$  行,  $n$  列.

在500次迭代时均方误差值为0.0041,峰值相对误差为0.1629.测试模型的峰值位置(32, 12), (33, 12)两点,而改进的ART算法重建后峰值位置为(32, 13).可以得出,添加先验矩阵和滤波器的ART算法整体重建效果良好,且基本上能够定位波峰,其主要误差表现在峰值大小上.

### 3 误差影响因素分析

#### 3.1 迭代次数以及松弛因子对重建结果的影响

在ART算法中,迭代次数以及松弛因子的选取影响着重建速度及重建准确度,一般而言,更多的迭代次数意味着更好的重建质量,但是也就需要更多的时间.为了选取合适的迭代次数以及松弛因子,实验分析了多个重建评估指标在不同迭代次数、松弛因子选择下的变化趋势,实验中使用滤波器的间隔迭代次数  $C$  取5,信噪比为30 dB,实验结果如图6.

从图6(a)可以看出,当迭代次数达到900时,不同的松弛因子下的均方误差基本上已经收敛,当继续迭代时,均方误差减小幅度很小,同时可以看出松弛因子为0.1时均方误差最大,其它取值时收敛图基本上接近,其中松弛因子为0.6时收敛速度较快;从图(b)可

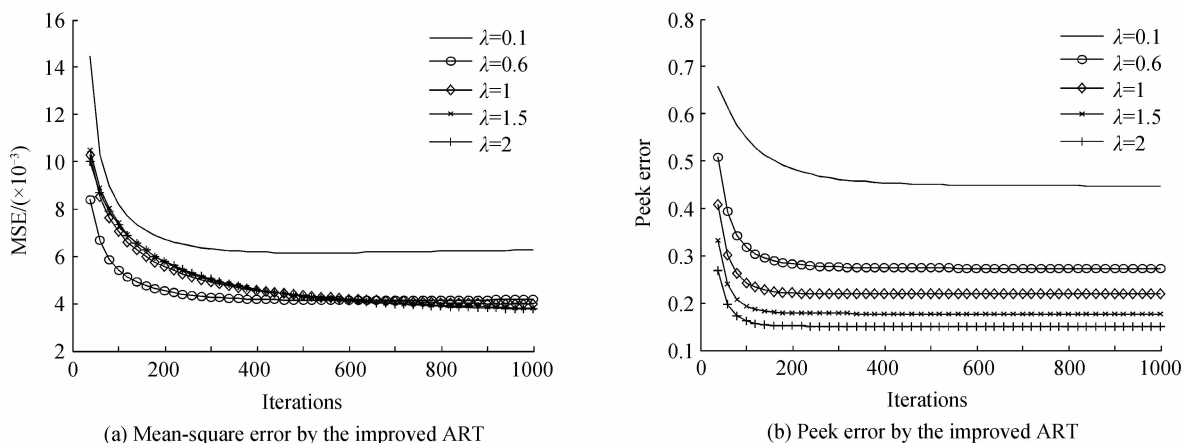


图6 迭代次数和松弛因子与重建质量的关系

Fig. 6 The relationship between the reconstruction quality and the number of iterations and the relaxation factor

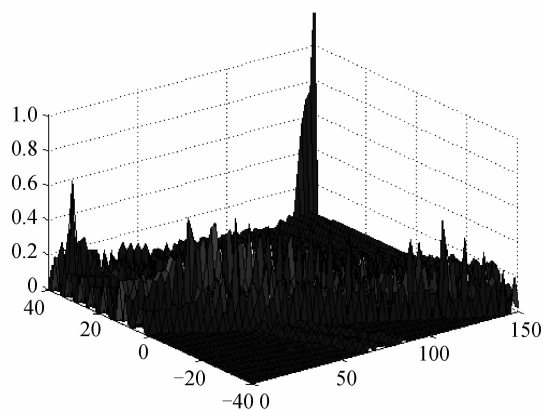
可以看出不同的松弛因子下峰值相对误差在 200 次迭代后基本上已经收敛,同时随着松弛因子取值增大峰值相对误差越小;综合考虑收敛速度、重建质量以及各误差指标,本文采用的迭代次数为 500,松弛因子取为 2.

### 3.2 改进 ART 算法的抗噪分析

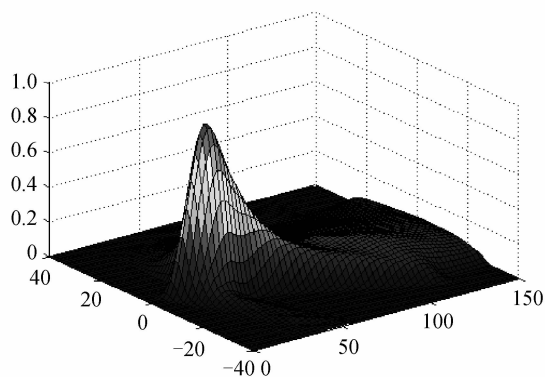
在层析成像重建中,获取的投影数据中的噪音必然影响重建结果.为了分析改进的 ART 算法的抗噪音性能,本文对不含噪音、信噪比为 10 dB、30 dB 的投影数据分别使用传统的 ART 算法和改进后的 ART 算法

重建,实验中使用滤波器的间隔迭代次数  $C$  取 5,迭代次数为 500,重建结果如图 7.

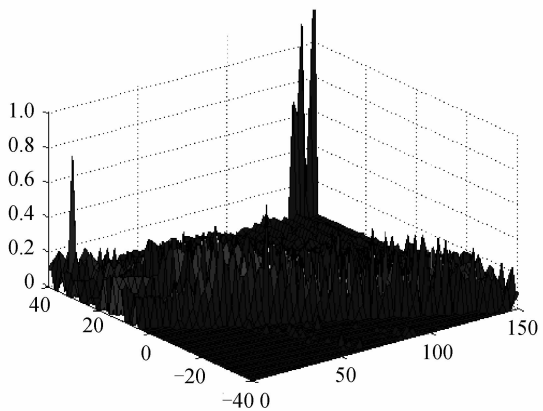
从图 7(a)、(c)、(e)图可以看出,无论是在无噪音,还是噪音大或者小的情况下,传统的 ART 算法都很难完成测试模型的重建;从图(b)、(d)、(f)看出,当噪音较小(本文中取 30 dB)时,改进的 ART 算法基本与不含噪音时重建效果相当,当噪音较大(本文中取 10 dB)时,重建质量有一定程度的降低,重建结果无论在峰值大小还是平滑度上都有一定的差距,但整体来看,仍能



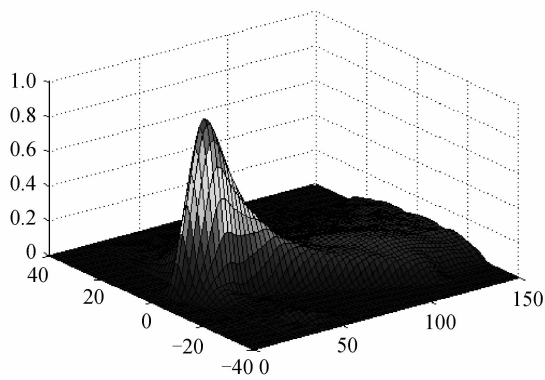
(a) Reconstruction by ART without noise



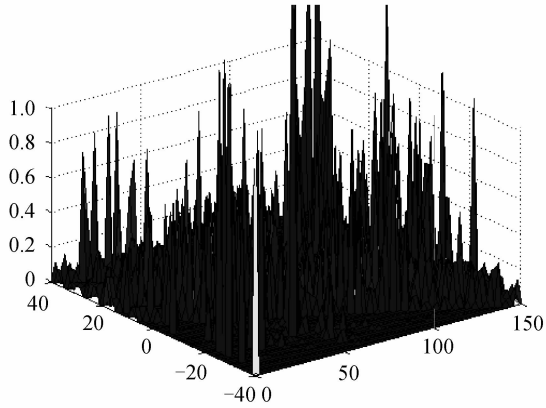
(b) Reconstruction by the improved ART without noise



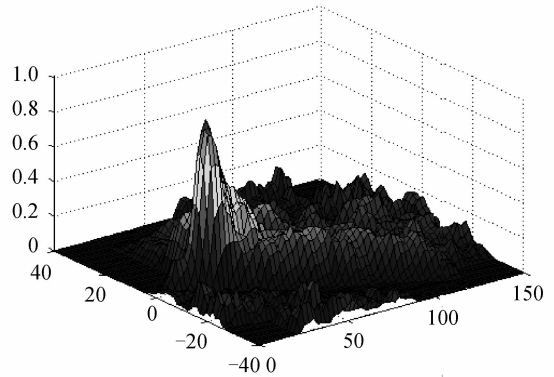
(c) Reconstruction by ART with 30dB noise



(d) Reconstruction by the improved ART with 30dB noise



(e) Reconstruction by ART with 10dB noise



(f) Reconstruction by the improved ART with 10dB noise

图7 投影数据噪声与重建质量的关系

Fig. 7 The relationship between the reconstruction quality and the noise in the projection data

完成气体扩散基本趋势的重建以及波峰的定位. 为了定量分析三种情况下改进后 ART 算法的重建质量, 表 1 给出了其 500 次迭代后的各类误差值.

从表 1 中可以看出, 改进的 ART 算法在含噪音的情况下基本能确定波峰的位置, 噪音较大时均方误差

表 1 不同投影数据噪音下的误差分析

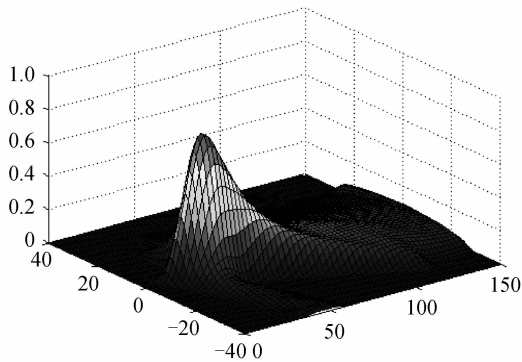
Table 1 Error analysis under different projection data noise

| Error indicator   | No noise | 30 dB   | 10 dB   |
|-------------------|----------|---------|---------|
| Mean-square error | 0.004 0  | 0.004 1 | 0.006 7 |
| Peek error        | 0.160 5  | 0.162 9 | 0.178 9 |
| Peek position     | (32,13)  | (32,13) | (32,13) |

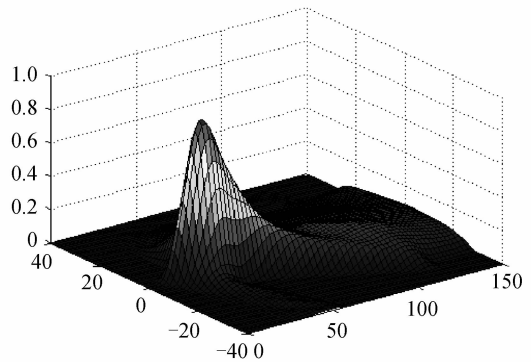
以及峰值相对误差有一定程度的增加. 总之, 添加先验矩阵和滤波器的 ART 算法具有较强的抗噪音性能. 在有噪音的情况下, 均方误差、峰值相对误差, 尤其是波峰位置仍能控制在一定范围内.

### 3.3 不同的滤波器策略对重建结果的影响

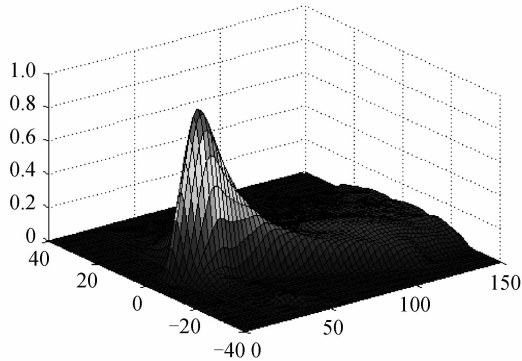
在图 4 算法流程第四步中, 常量  $C$  取不同值, 即不同的迭代次数后滤波一次对实验结果产生一定程度的影响. 实验中  $C$  分别取 1、3、5、7、10、20, 使用 6 种策略重建测试模型并分析这 6 种策略下的重建效果. 实验结果见图 8. 实验中投影数据的信噪比为 30 dB, 松弛因子为 2, 迭代次数为 500.



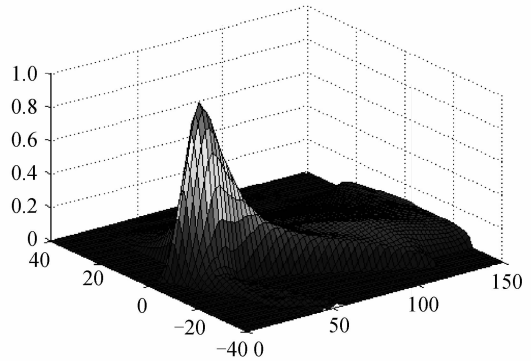
(a)  $C=1$



(b)  $C=3$



(c)  $C=5$



(d)  $C=7$

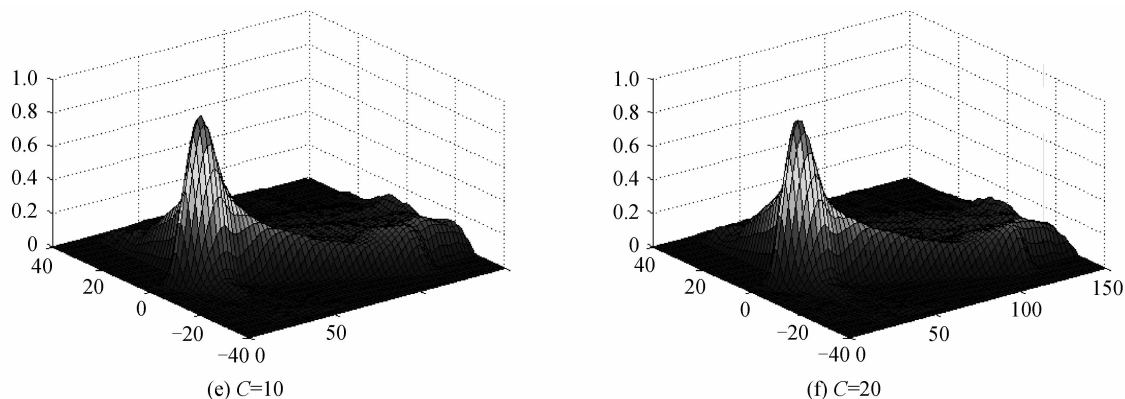


图8 不同的滤波器策略与重建质量的关系

Fig. 8 The relationship between the reconstruction quality and different filter strategies

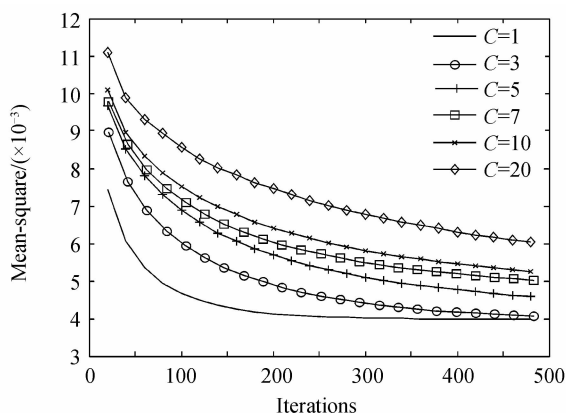
从图8可以看出,C取1和3时重建后模型的平滑性最好,尾峰的重建也较好,但是峰值大小明显比其他策略要小;C取5和7时平滑性和峰值大小都表现良好;C取10和20时重建后模型基本上相当,平滑性

相比于C其它取值有一定差距,峰值大小基本上维持在同一水平.为了定量的比较6种策略的误差,表2及图9给出了其误差分析数据及分析图.

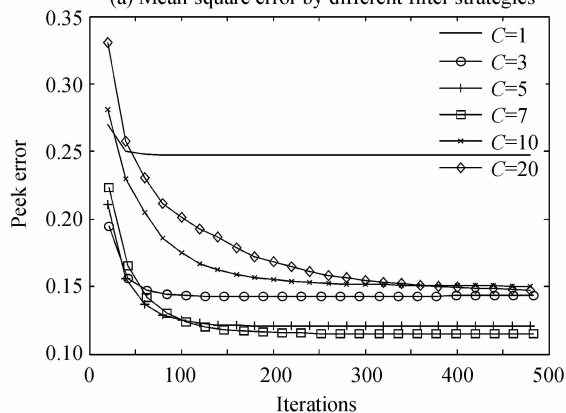
表2 滤波器策略与峰值位置的关系

Table 2 The relationship between the position of the peek and filter strategies

| Error indicator | C=1     | C=3     | C=5     | C=7     | C=10    | C=20    |
|-----------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Peek position   | (32,14) | (32,13) | (32,13) | (32,13) | (32,13) | (32,13) |



(a) Mean-square error by different filter strategies



(b) Peek error by different filter strategies

图9 不同滤波器策略下的误差分析

Fig. 9 Error analysis under different filter strategies

从表2可以看出,当C取1时波峰位置偏移较大,其它取值在定位波峰上效果相当.从图9(a)可以看出,

均方误差随C的取值成正比;从图9(b)可以看出,在C取5和7峰值相对误差结果较好;综合考虑均方误差及峰值相对误差,本文选取C的最终取值为5,此时在各个误差上都能得到较为满意的结果.

## 4 结论

本文针对扇束双投影方向下高斯烟羽模型气体扩散重建问题进行了研究,以高斯烟羽模型为测试对象开展了一系列的相关实验:1)通过添加包含浓度值非负、以及位置信息等先验知识的先验矩阵以及适当的使用滤波器,实验证明,改进后的算法解决经典ART算法无法完成重建的问题;2)分析了不同的迭代次数以及松弛因子对层析重建结果的影响,最终选取迭代次数为500次,松弛因子为2,此时,均方误差、峰值相对误差基本已经收敛,同时能保证波峰控制在一定范围内;3)对投影数据添加不同大小的噪音,发现改进的迭代算法具有良好的抗噪性,在有噪音的情况下,改进迭代算法的均方误差、峰值相对误差以及峰值位置仍能控制在一定的范围内;4)分析了6种不同的间隔使用滤波器策略,并通过对测试模型的重建,最终选取每5次迭代滤波一次的策略,这种策略无论在平滑性、峰值大小还是波峰位置上都有一个相对较好的重建结果.总之,经过添加先验矩阵及滤波器的ART算法,在扇束双投影方向的情况下,对高斯烟羽模型重建,对比原有ART算法,在均方误差、峰值相对误差以及定位波峰准确度上都有所改善.实验结果为下一步布置光学遥感测量设备进行污染气体分布的层析成像重建实

验提供理论准备和算法支持.

#### 参考文献

- [1] HERMAN G T. Image reconstruction from projections[J]. *Real-Time Imaging*, 1995, **1**(1): 3-18.
- [2] WEI Ru-yi, ZHOU Jin-song, JING Juan-juan, *et al.* Development and trends of the computed tomography imaging spectrometers[J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2010, **30**(10): 2866-2873.  
魏儒义, 周锦松, 景娟娟, 等. 计算层析成像光谱技术研究进展[J]. *光谱学与光谱分析*, 2010, **30**(10): 2866-2873.
- [3] ABICHOU T, CLARK J, CHANTON J, *et al.* A new approach to characterize emission contributions from area sources during optical remote sensing technique testing[J]. *Journal of the Air & Waste Management Association*, 2012, **62**(12): 1403-1410.
- [4] PARK D Y, FESSIER J A, YOST M G, *et al.* Tomographic reconstruction of tracer gas concentration profiles in a room with the use of a single OP-FTIR and two iterative algorithms: ART and PWLS [J]. *Journal of the Air & Waste Management Association*, 2000, **50**(3): 357-370.
- [5] HU Lan-ping, LI Yan, ZHANG Lin, *et al.* Advanced development of remote sensing FTIR in air environment monitoring[J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2006, **26**(10): 1863-1867.  
胡兰萍, 李燕, 张琳, 等. 遥感 FTIR 在大气环境监测中的新发展[J]. *光谱学与光谱分析*, 2006, **26**(10): 1863-1867.
- [6] YAO Hong-bing, HE An-zhi. Improvement of the reconstruction algorithm of optical computerized tomography [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(2): 158-161.  
姚红兵, 贺安之. 光学层析重建算法改进的研究[J]. *光学学报*, 2004, **24**(2): 158-161.
- [7] ZHOU Wen-jing, XU Qiang-sheng, YU Ying-jie. Analysis of tomography reconstruction based on three projections[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(7): 1257-1262.  
周文静, 徐强胜, 于瀛洁. 基于三投影方向的层析重建分析[J]. *光子学报*, 2010, **39**(7): 1257-1262.
- [8] AVERBUCH A, SEDELNIKOV I, SHKOLNISKY Y. CT reconstruction from parallel and fan-beam projections by a 2-D discrete Radon transform[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2012, **21**(2): 733-741.
- [9] HERMAN G T, LENT A, ROWLAND S W. ART: mathematics and applications; a report on the mathematical foundations and on the applicability to real data of the algebraic reconstruction techniques [J]. *Journal of Theoretical Biology*, 1973, **42**(1): 1-32
- [10] HERMAN G T, MEYER L B. Algebraic reconstruction techniques can be made computationally efficient [positron emission tomography application][J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1993, **12**(3): 600-609.
- [11] ZHANG Shun-li, ZHANG Ding-hua, AO Bo, *et al.* Research of image reconstruction from incomplete projection data on ART[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2007, **43**(10): 8-10.  
张顺利, 张定华, 熬波, 等. 不完全投影数据图像重建的 ART 算法研究[J]. *计算机工程与应用*, 2007, **43**(10): 8-10.
- [12] SONG Yi-zhong, SUN Tao, HU Guo-ying, *et al.* Analyzing the methods to smooth filed reconstruction by algebraic reconstruction technique with spectroscopy[J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2006, **26**(8): 1411-1415  
宋一中, 孙涛, 胡国英, 等. 光谱法分析迭代重建过程中的滤波[J]. *光谱学与光谱分析*, 2006, **26**(8): 1411-1415.
- [13] MAHANTA S, CHUTIA R, DATTA D, *et al.* Sensitivity analysis with reference to emission concentration of gaussian plume model [J]. *International Journal of Energy, Information and Communications*, 2012, **3**(2): 45-52.
- [14] ARYSTANBEKOVA N K. Application of Gaussian plume models for air pollution simulation at instantaneous emissions [J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2004, **67**(4): 451-458.
- [15] ZHANG Bin-cai, ZHAO Jun. Application of gaussian plume model of atmosphere diffusion integrated with GIS[J]. *The Administration and Technique of Environmental Monitoring*, 2008, **20**(5): 17-19.  
张斌才, 赵军. 大气污染扩散的高斯烟羽模型及其 GIS 集成研究[J]. *环境监测管理和技术*, 2008, **20**(5): 17-19.
- [16] MAESTRE-DEUSTO F J, SCAVELLO G, PIZARRO J, *et al.* ADART: An adaptive algebraic reconstruction algorithm for discrete tomography[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2011, **20**(8): 2146-2152.
- [17] ATKINSON C H, SORIA J. Algebraic reconstruction techniques for tomographic particle image velocimetry[C]. 16th Australasian Fluid Mechanics Conference, 2007: 191-198.
- [18] HERMAN G T. Fundamentals of computerized tomography: image reconstruction from projections[M]. Springer, 2009.