

doi:10.3788/gzxb20144310.1010004

基于非下采样双树复小波域的双变量 模型去噪算法

殷明,白瑞峰,邢燕,庞纪勇,魏远远

(合肥工业大学 数学学院,合肥 230009)

摘 要:提出一种基于非下采样双树复小波域的图像去噪算法.首先分析非下采样双树复小波变换同一方向实部与虚部小波系数之间的相关性,通过实例及统计规律得到其联合概率分布近似服从于椭圆边界的单峰各向异性二维非高斯分布.然后把双变量统计模型引入到非下采样双树复小波变换实部和虚部小波系数中,将实部与虚部小波系数的联合概率分布作为双变量先验模型,得到了非下采样双树复小波变换自适应各向异性双变量去噪模型.该模型可以很好地体现实部与虚部小波系数之间的相关性.运用最大后验概率来估计从含噪图像的小波系数恢复原图像的系数,达到去噪目的.最后根据该模型得到了一种具有闭式解的去噪算法.实验表明:该算法比经典算法提高了一定的峰值信噪比,且有良好的视觉效果,较好地保持了图像中的纹理特征.

关键词:非下采样双树复小波变换;图像去噪;非高斯分布;双变量模型;最大后验概率

中图分类号:TP391

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2014)10-1010004-7

Denoising Algorithm by Nonsampled Dual-tree Complex Wavelet Domain Bivariate Model

YIN Ming, BAI Rui-feng, XIN Yan, PANG Ji-yong, WEI Yuan-yuan

(School of Mathematics, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: A novel image denoising algorithm based on undecimated dual-tree complex wavelet transform domain was proposed. Firstly, the dependency among the real and imaginary parts of undecimated dual-tree complex wavelet coefficients in the same direction was analyzed. According to the dependency characterization and empirical joint distribution of the original clean images, an elliptically contoured and anisotropic bivariate non-Gaussian statistical model was established to fit the empirical joint distribution of real and imaginary parts. Then the joint distribution as a prior model was modeled with an adaptive and anisotropic non-Gaussian bivariate statistical model as well as reflects the dependencies among coefficients. It finally uses a maximum posteriori probability from noise image to estimate the original image wavelet coefficients, so as to achieve the purpose of denoising. A denoising rule with the simple closed-form solution was derived from the model. The experimental results demonstrate that the proposed method can obtain better performances than other existing outstanding denoising algorithms in terms of peak signal-to-noise ratio and achieve a better visual quality. It also offers a better recovery of texture information compared to others.

Key words: Undecimated dual-tree Complex wavelet transform; Image de-noising; Non-Gaussian distribution; Bivariate model; Maximum a posteriori probability

OCIS Codes: 100.2980;100.3190;100.7410;100.2000

基金项目:安徽省自然科学基金项目(No. 1308085MA09)、安徽省教育厅基金项目(No. 2013AJZR0039)和校博士专项科研基金(No. 2012HGBZ0653)资助

第一作者:殷明(1962-),男,教授,博士,主要研究方向为小波分析及图像处理. Email:yhmft@126.com

通讯作者:白瑞峰(1988-),男,硕士研究生,主要研究方向为小波分析及应用. Email:deerway1@gmail.com

收稿日期:2014-01-21;录用日期:2014-04-22

<http://www.photon.ac.cn>

0 引言

图像去噪是图像处理的基础问题,其目的是从含噪图像中恢复原始图像,同时尽可能地保持细节和边缘信息.去噪方法主要有两种:1)像素级方法,即对像素进行处理,如中值滤波、均值滤波等,有一定的抑制效果,但是通常会导致图像细节和边缘信息的丢失,造成去噪图像的严重退化;2)变换域方法,即对图像变换系数进行处理,采用该方法能够较好地保持图像的细节并增强视觉效果.小波变换是一种具有多分辨率特性和良好时频局域性的分析方法,它可将图像的纹理和细节结构表现在不同分辨层次上,能较好地保存对视觉起主要作用的图像边缘和细节,因而被广泛应用于图像去噪.

基于小波分析的模极大值图像去噪算法首先被提出,但该方法未考虑小波变换域统计模型^[1].基于拉普拉斯先验分布的软阈值去噪算法开创性地分析了小波系数的统计特征,不足是去噪图像有过平滑性^[2].实验发现自然图像小波系数的边缘分布具有非高斯性,混合高斯分布或高斯尺度分布模型可以很好地模拟边缘分布,但估计模型的参量比较复杂^[3].双树复小波变换的提出解决了二维可分离小波不能很好地表示图像中的细节特征和方向选择性少的不足^[4],它有六个方向,且每个方向有实部和虚部系数,小波系数的模还具有旋转不变性,这些优点使它能够更好地表示高维奇异特征而被广泛用于图像去噪、图像分割和纹理分析等方面^[5].所选阈值可随图像的统计特性自适应改变的BayesShrink 阈值去噪方法取得了较好的去噪效果^[6].通过利用尺度间小波系数的依赖关系提出基于双变量收缩函数的去噪方法,实验表明该方法有良好的去噪性能^[7].ProbShrink 去噪算法利用小波系数的边缘分布估计小波系数重要信息的概率得到去噪图像,但提出的小波分解系数统计模型相对简单,不够准确^[8].SURE-LET 去噪算法的先验模型在尺度内较好地模拟小波系数的概率分布,但完全忽略了小波系数尺度间的相关性^[9].双树复小波系数的模和实部、虚部关系可用于去噪模型,但复小波系数模的先验分布未能准确估计^[10].双树复小波变换与其它滤波器相结合的去噪算法均没有考虑实部与虚部小波系数的依赖关系^[11-12].

针对以上缺点,本文提出一种基于非下采样双树复小波域的自适应各向异性双变量模型图像去噪算法.首先用自适应各向异性二元非高斯统计模型模拟同一方向实部和虚部小波系数的联合概率分布;然后把双变量统计模型引入同一方向实部和虚部小波系数中,得到具有闭式解的非下采样双树复小波变换自适

应各向异性双变量去噪模型;最后运用最大后验概率来估计原图像的系数并达到去噪目的.

1 非下采样双树复小波变换

一维双树复小波变换用两个实小波变换并行来完成实部与虚部运算,且包含两个平行的分解树,使用解析的复小波函数基,双树分解滤波器的实部和虚部满足希尔伯特变换对的要求.它具备近似的平移不变性和频率无偏性的优良特性.图1显示了双树复小波对一维信号的分解,其中 g_0 和 h_0 分别是树A的低频和低频滤波器.同理, g_1 和 h_1 分别是树B的低频和高频滤波器. $\downarrow 2$ 表示对滤波系数进行下采样.二维双树复小波变换可以通过一维双树复小波的张量积得到,分解时相当于分别对图像的行列进行一维双树复小波变换.每级分解得到2个低频子带和6个方向($\pm 15^\circ, \pm 45^\circ, \pm 75^\circ$)的高频子带.

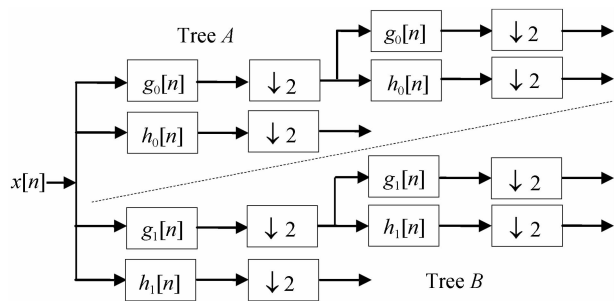


图1 一维双树复小波变换

Fig. 1 1D dual-tree Complex wavelet transform

二维可分离小波变换过程中的下采样操作导致变换不具有平移不变性,这样信号的微小平移会导致图像各尺度小波系数能量分布的重大变化.非下采样小波变换产生的分解子带与原信号大小相同,具有真正的平移不变性,可以通过A trous、Beylkin's 和Undecimated算法实现,因此非下采样小波变换常用于图像处理中.非下采样双树复小波变换结合了双树复小波和非下采样小波变换的优点,使它具有平移不变性和多方向性.变换后的各子带与原图像维数相同.同一位置的小波系数在各尺度子带的位置固定,这样有利于分析同一位置小波系数之间的统计特征.通过分析系数间的相关性特征可以提高图像去噪算法的能力^[13].

2 实部和虚部系数联合概率分布

小波系数具有传递和聚集的特性,即幅值较大系数的邻域系数幅值也较大,且在其它尺度同一位置系数的幅值也较大.它的边缘分布具有非高斯性,近似服从拉普拉斯分布、广义高斯分布或混合高斯分布等.把这些边缘分布特征作为小波分解系数的模型是不够准

确的,因为忽略了系数的依赖关系.因此,通过建立较为准确的数学模型来描述系数之间的相关性,从而提高去噪效果是研究的难点^[14].

由于双树复小波的实部和虚部滤波器构成希尔伯特变换对,因此图像经双树复小波变换后,同一方向实部与虚部系数具有相关性.为了进一步研究其联合概率分布,先观察两个最常见的 Lena 和 Barbara 图像的统计分布特征.图 2 显示了图像 Lena 和 Barbara 经 2

层非下采样双树复小波变换后,实部和虚部的小波系数的统计特征.其中图 2(a)、(b)为实部和虚部小波系数的边缘分布乘积灰度;图 2(c)、(d)为联合概率分布灰度图;图 2(e)、(f)为其直方图;图 2(g)、(h)为其等值线图.从图 2(e)、(f)中看出,小波系数主要集中在原点周围,即系数的取值大部分接近 0,表明非下采样双树复小波变换可稀疏表示图像.从图 2(a)、(b)与(c)、(d)对比得到:同一方向的实部与虚部系数的联合概率分

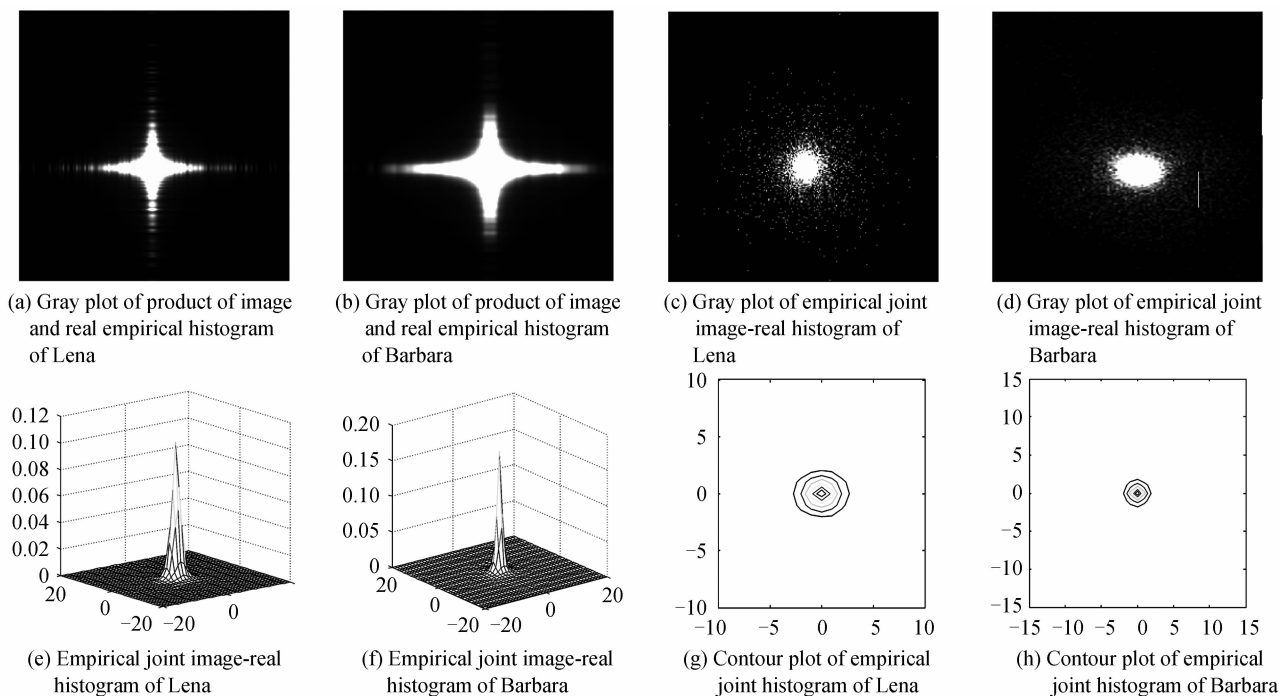


图 2 同一方向实部和虚部小波系数相关性分析

Fig. 2 The correlation of image and real wavelet coefficient pairs form one direction

布与边缘概率分布乘积两者的图像完全不同,表明两者不是独立的,而是相关的.从联合概率分布灰度图 2(c)、(d)中得到亮点集中在中心,除分布在四周的极少部分点外,包含白色像素的区域边界规则,说明实部与虚部系数的取值之间有联系.联合分布图 2(e)、(f)和等值线图 2(g)、(h)表明联合概率分布具有椭圆形边界和各向异性.通过对大量自然图像研究,也发现类似的特征.因此,同一方向实部与虚部小波系数是相关的,两者的取值有依赖关系且联合概率分布近似于椭圆边界的单峰二维非高斯分布.因此我们可用非高斯概率密度函数来模拟实部与虚部的二元先验分布,即

$$p_u(\mathbf{u}) = t \cdot \exp\left(-a \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left(\frac{u_i}{\sigma_i}\right)^2}\right) \quad (a > 0) \quad (1)$$

式中 t 为归一化的常量, u_1, u_2 的标准差分别为 σ_1, σ_2 . 概率密度函数体现了 u_1 和 u_2 两者的不独立相关性. a 是待定参量,可以用最小二乘拟合法选取.实验中,计算得到当 $a=7.639$ 时概率密度函数可以很好地拟合 Lena 的同一方向实虚部联合分布图 2(e), $a=6.174$ 时可以拟合 Barbara 的联合分布图 2(f).此联合概率

密度函数与图 2(e)、(f)有较好拟合效果,再次验证了实部与虚部系数的相关性.

3 自适应各向异性双变量去噪模型

假定 \mathbf{x} 为原始图像, \mathbf{v} 是服从 $N(0, \sigma^2)$ 分布的高斯白噪音, \mathbf{y} 为含噪图像,则含噪图像模型可表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{v} \quad (2)$$

在给定含噪图像 \mathbf{y} 的前提下,图像去噪的目的是根据一定的准则尽可能地恢复原始图像 \mathbf{x} .在非下采样双树复小波域中,含噪模型可以表示为

$$\mathbf{g} = \mathbf{u} + \mathbf{n} \quad (3)$$

式中, \mathbf{g} 为含噪小波系数, \mathbf{u} 为原始图像小波系数, \mathbf{n} 为噪音的小波系数.在频域去噪目的是根据含噪系数 \mathbf{g} 来估计原始系数 \mathbf{u} .由于最大后验概率估计(Maximum A Posteriori, MAP)方法具有时间代价低和实现简单等优点,故采用 MAP 由 \mathbf{g} 得到 \mathbf{u} 的估计值 $\hat{\mathbf{u}}$.

Sendur 提出的双变量模型很好地体现了小波系数之间的相关性^[7],借助这一思想,把双变量统计模型引入到非下采样双树复小波变换同一方向实部和虚部小

波系数中. 在考虑同一方向实部与虚部小波系数之间依赖关系的情况下, 构造双变量模型, 即

$$\begin{cases} g_1 = u_1 + n_1 \\ g_2 = u_2 + n_2 \end{cases} \quad (4)$$

式中 g_1 和 g_2 是同一尺度同一方向的实部和虚部小波系数 u_1 和 u_2 的含噪观测值, n_1 和 n_2 是噪音的小波系数. 式(4)可以改写成

$$\mathbf{g} = \mathbf{u} + \mathbf{n} \quad (5)$$

式中 $\mathbf{g} = (g_1, g_2)$, $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$ 和 $\mathbf{n} = (n_1, n_2)$.

已知 \mathbf{g} 并对 \mathbf{u} 进行 MAP 估计

$$\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{g}) = \arg \max_{\mathbf{u}} p_{\mathbf{u}|\mathbf{g}}(\mathbf{u}|\mathbf{g}) \quad (6)$$

式(6)可变形为

$$\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{g}) = \arg \max_{\mathbf{u}} [p_{\mathbf{g}|\mathbf{u}}(\mathbf{g}|\mathbf{u}) \cdot p_{\mathbf{u}}(\mathbf{u})] = \arg \max_{\mathbf{u}} [p_{\mathbf{n}}(\mathbf{g} - \mathbf{u}) \cdot p_{\mathbf{u}}(\mathbf{u})] \quad (7)$$

为了计算方便, 式(7)等价于

$$\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{g}) = \arg \max_{\mathbf{u}} [\log(p_{\mathbf{g}|\mathbf{u}}(\mathbf{g}|\mathbf{u})) + \log(p_{\mathbf{u}}(\mathbf{u}))] \quad (8)$$

在噪音的概率密度函数和小波系数的先验概率密度函数已知的条件下, 通过运用贝叶斯法则可得到不含噪小波系数的估计. 因此, 为了运用式(8)估计得到原始小波系数, 两者的概率密度函数必须为已知.

假设噪音是独立同分布的高斯白噪音, 在经过非下采样双树复小波变换后仍服从高斯分布. 假设噪音小波系数的概率密度函数为

$$p_{\mathbf{n}}(\mathbf{n}) = \frac{1}{(2\pi\sigma_n^2)} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{n}\|_2^2}{2\sigma_n^2}\right) = \frac{1}{(2\pi\sigma_n^2)} \cdot \exp\left(-\frac{n_1^2 + n_2^2}{2\sigma_n^2}\right) \quad (9)$$

噪音小波系数的概率密度函数通过式(9)可得到, 同一尺度同一方向的实部和虚部不含噪小波系数的联合概率密度函数为式(1).

把式(1)和式(9)代入式(8)得

$$\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{g}) = \arg \max_{\mathbf{u}} \left[-\log(2\pi\sigma_n^2) - \sum_{i=1}^2 \frac{(g_i - u_i)^2}{2\sigma_n^2} + \log(t) - a \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left(\frac{u_i}{\sigma_i}\right)^2} \right] \quad (10)$$

等价于

$$\frac{g_1 - u_1}{u_1} = \frac{a\sigma_n^2}{\sigma_1^2 r} \quad (11)$$

$$\frac{g_2 - u_2}{u_2} = \frac{a\sigma_n^2}{\sigma_2^2 r} \quad (12)$$

式中 $r = \sqrt{\sum_{j=1}^2 \left(\frac{u_j}{\sigma_j}\right)^2}$.

通过式(11)和(12)可得

$$u_2 = \frac{\sigma_2^2 g_2 u_1}{(g_1 - u_1)\sigma_1^2 + u_1\sigma_2^2} \quad (13)$$

对式(11)的两边同时平方可得

$$\frac{(g_1 - u_1)^2}{u_1^2} = \frac{a^2 \sigma_n^4}{\sigma_1^4 r^2} \quad (14)$$

求解式(14)等价于求解

$$u_1^4 + bu_1^3 + cu_1^2 + du_1 + e = 0 \quad (15)$$

式中

$$\begin{cases} b = \frac{-2g_1(2\sigma_1^2 - \sigma_2^2)}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2} \\ c = 6g_1^2 - \frac{\sigma_1^2(-2a^2\sigma_2^2\sigma_n^4 + 5\sigma_2^4g_1^2)}{\sigma_1^2(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2} - \frac{\sigma_1^4(-a^2\sigma_n^4 + 6\sigma_2^2g_1^2 + \sigma_2^2g_2^2) + a^2\sigma_2^4\sigma_n^4}{\sigma_1^2(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2} \\ d = \frac{2g_1\sigma_2^2(\sigma_1^2g_1^2 - a^2\sigma_n^4 - \sigma_1^2g_2^2)}{(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2} - \frac{2g_1(2\sigma_1^4g_1^2 - a^2\sigma_1^2\sigma_n^4)}{(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2} \\ e = \frac{\sigma_1^2g_1^2(\sigma_1^2g_1^2 + \sigma_2^2g_2^2 - a^2\sigma_n^4)}{(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2} \end{cases}$$

根据费拉里解法^[15], 四次方程(15)等价于

$$\left(u_1^2 + \frac{1}{2}bu_1 + \frac{1}{2}s\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{1}{4}b^2 - c + su_1} + p\sqrt{\frac{1}{4}s^2 - e}\right)^2 \quad (16)$$

式中 s 是三次方程

$$s^3 - cs^2 + (bd - 4e)s + (4ce - b^2e - d^2) = 0$$

的一个实根, 且

$$p = \begin{cases} 1, & (bs/2 - d) > 0 \\ -1, & \text{else} \end{cases}$$

式(16)通过求解两个二次方程可得到四个根, 即

$$\begin{cases} u_{1,1} = (-f_1 + \sqrt{f_1^2 - 4l_1})/2 \\ u_{1,2} = (-f_1 - \sqrt{f_1^2 - 4l_1})/2 \\ u_{1,3} = (-f_2 + \sqrt{f_2^2 - 4l_2})/2 \\ u_{1,4} = (-f_2 - \sqrt{f_2^2 - 4l_2})/2 \end{cases}$$

式中

$$\begin{cases} f_1 = b/2 + \sqrt{b^2/4 - c + s} \\ f_2 = b/2 - \sqrt{b^2/4 - c + s} \\ l_1 = s/2 + p\sqrt{s^2/4 - e} \\ l_2 = s/2 - p\sqrt{s^2/4 - e} \end{cases}$$

根据贝叶斯估计相当于阈值处理, 则估计值位于 $[0, |g_1|]$ 之间, 同时估计值的符号与观测值相同. 因此, 估计值为

$$\hat{u}_1 = u_{1,k}, |u_{1,k}| < |g_1|, \text{sign}(g_1 u_{1,k}) \geq 0 \quad (k=1, 2, 3, 4) \quad (17)$$

4 参量估计

从推导过程中知道 \hat{u}_1 的估计值必须先得到未知参量 a 、噪音方差 σ_n^2 和不含噪小波系数的方差 σ_1^2 和 σ_2^2 的值, 噪音方差在各高频子带中是不同的且无法准确知道, 采用文献^[16]提出的蒙特卡洛方法得到噪音方

差的估计值 $\hat{\sigma}_n^2$ 和文献[7]提出的方法估计不含噪小波系数方差 σ_1^2 和 σ_2^2 ,然后用最小二乘法得到未知参量 α 的估计值.

在变换域含噪模型中含噪观测值的方差 σ_g^2 、不含噪观测值的方差 σ_u^2 和噪音方差之间 σ_n^2 三者之间满足

$$\sigma_g^2 = \sigma_u^2 + \sigma_n^2 \quad (18)$$

在变换域双变量模型中, g_1, n_1 和 g_2, n_2 各自分别独立,因此,方差之间满足

$$\sigma_{g_i}^2 = \sigma_{u_i}^2 + \sigma_{n_i}^2 \quad (i=1,2) \quad (19)$$

式中 $\sigma_{g_i}^2$ 和 $\sigma_{u_i}^2$ 分别是 g_i 和 u_i 的方差,同时在模型中 g_i 和 u_i 的均值为 0,通过式(20)计算可得方差的估计值

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{N_i^2} \sum_{g_j \in U_i} g_j^2 \quad (i=1,2) \quad (20)$$

式中 N_i 是邻域 U_i 的大小,邻域 U_i 取自 g_i .

通过式(19)可得 $\sigma_{u_i}^2$ 的估计值

$$\hat{\sigma}_{u_i}^2 = \max(\hat{\sigma}_{g_i}^2 - \hat{\sigma}_{n_i}^2, 0) \quad (i=1,2) \quad (21)$$

5 去噪算法

基于本文模型的去噪算法过程为

步骤 1:给定含噪图像,并对其进行非下采样双树复小波变换,得到含噪小波系数;

步骤 2:使用蒙特卡洛方法计算 σ_n^2 ,用式(21)得到 $\hat{\sigma}_1^2$ 和 $\hat{\sigma}_2^2$ 的值,用最小二乘法得到参量 α ;

步骤 3:使用式(17)估计不含噪小波系数 \hat{u}_i ;

步骤 4:通过步骤 3 可得到实部与虚部小波系数的估计值,然后对去噪后的小波系数进行非下采样双树

复小波逆变换得到去噪图像.

6 仿真实验与分析

对图像去噪效果的评价可以从定性和定量两方面进行,定性依靠图像的视觉效果进行评价,具有主观性.如何用定量的方法评价去噪效果的优劣目前并没有完全统一的评价标准.本文选用峰值信噪比(Peak Signal to Noise Ratio,PSNR)作为定量评价标准.假设 f 和 \hat{f} 是原始含噪图像和去噪得到的图像, $M \times N$ 是图像的大小.

PSNR 的定义为

$$\text{PSNR} = 20 \log \left(\frac{255}{\text{MSE}} \right) \quad (22)$$

式中, MSE 为均方误差(Mean Square Error),其定义为

$$\text{MSE} = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [f(i,j) - \hat{f}(i,j)]^2} \quad (23)$$

PSNR 值越大,表明原始图像与去噪后的图像差异越小.

采用 MATLAB7.0 进行了算法的仿真实验.选用了 3 幅 512×512 的标准测试图像 Lean、Barbara 和 SAR 进行分析,Lena 和 Barbara 图像分别加入了零均值、不同等级标准差的高斯白噪音,SAR 图像加入了不同等级的 speckle 噪音,speckle 噪音是乘性噪音,通过对含噪图像进行对数变换转换为加性噪音.表 1 中 SAR 图像的噪音方差表示加噪图像与原图像之间的

表 1 不同图像去噪后的 PSNR 的比较

Table 1 PSNR values of denoised images via different method

	σ_n	BayesShrink	BiShrink	ProbShrink	SURE-LET	Proposed Method
Lean	10	33.35	34.36	34.14	-	35.21
	20	30.18	31.19	30.99	-	32.42
	30	28.48	29.41	29.13	-	30.50
Barbara	10	30.84	32.25	32.18	32.18	33.20
	20	27.16	28.36	28.18	27.98	28.92
	30	25.15	26.28	26.18	25.83	26.74
SAR	10	29.65	30.40	30.74	28.16	31.53
	20	27.14	27.32	27.82	22.11	28.14
	30	25.22	25.46	26.59	18.59	26.90

(注:“-”表示原文未给出 PSNR 的值)

方差.为了说明本算法的有效性,与其它去噪算法如经典的 BayesShrink^[6]、BiShrink^[7]、ProbShrink^[8] 和 SURE-LET^[9]进行了比较.表 1 和图 3 给出了仿真实验的结果,其中表 1 中 Lena 和 Barbara 的 PSNR 都引用自原文.

图 3 给出了当 $\sigma_n = 30$ 时各种去噪算法对含噪图像 Lean、Barbara 和 SAR 的去噪效果,不难看出,本文方法有良好的视觉效果,而且较好地保持了图像中的纹理特征;用 BayesShrink 去噪法得到的图像平滑效果

比较严重,没有很好地保留原图像的纹理信息(图 3(b)、(h)、(n));SURE-LET 去噪法得到的图像纹理信息比较模糊,视觉效果比较差(图 3(c)、(i)、(o)).ProbShrink 得到的去噪图像伪吉布斯现象较为明显,视觉效果相对较差(图 3(d)、(j)、(p));BiShrink 得到的 Lena、Barbara 及 SAR 去噪图在视觉效果上优于以上三种方法(图 3(e)、(k)、(q)).本文算法得到的去噪图像(图 3(f)、(l)、(r))保留了纹理信息,略有平滑效果,同时视觉效果也比较好.

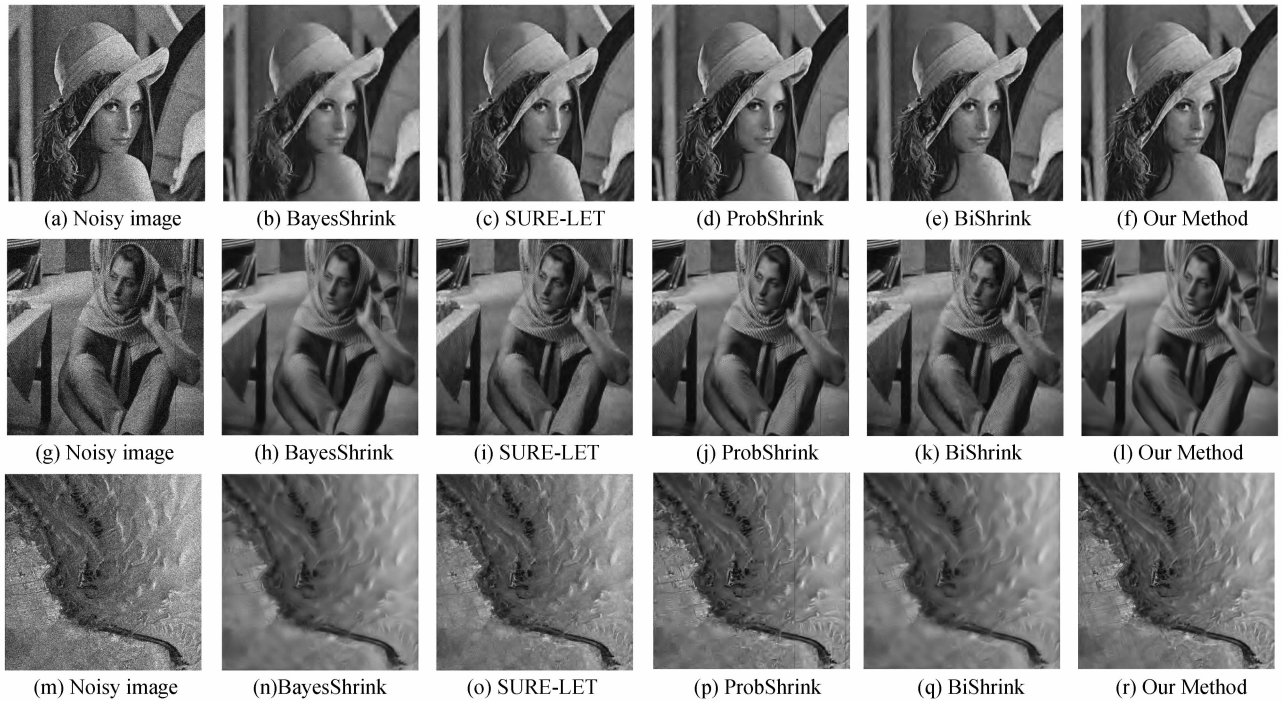


图3 去噪效果比较图

Fig. 3 Comparison of different denoising methods

从表1和图3中看出,本文算法在峰值信噪比上取得较大的提高,主观上保留了图像大部分细节信息,视觉效果更好.由于单变量模型算法只考虑单个小波系数的统计特征,没有考虑小波系数之间的依赖关系,同时只能以单变量概率密度函数作为先验分布求解阈值.单变量去噪算法虽然计算简单,但去噪效果不理想.本文算法以自适应各向异性的双变量概率密度函数作为先验分布,双变量模型体现了小波系数间的相关性,考虑了小波系数之间的依赖关系;同时运用了非下采样双树复小波变换,这些均提高了去噪效果.

7 结论

本文采用基于非下采样双树复小波变换域的去噪算法,首先分析同一方向实部与虚部小波系数的相关性,根据分析和统计特征得到了相应的概率密度函数;然后用自适应各向异性双变量非高斯统计模型模拟系数的统计分布,使用最大后验概率来估计原图的系数.该算法的峰值信噪比相比经典算法有一定的提高,且从视觉上也优于它们.

参考文献

- [1] JANSEN M. Noise reduction by wavelet thresholding [M]. New York: Springer, 2001.
- [2] BERKNER K, WELLS JR R O. Smoothness estimates for soft-threshold denoising via translation-invariant wavelet transforms [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2002, **12**(1): 1-24.
- [3] SHI F, SELESNICK I W. An elliptically contoured exponential mixture model for wavelet based image denoising [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2007,

23(1): 131-151.

- [4] KINGSBURY N. Complex wavelets for shift invariant analysis and filtering of signals [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2001, **10**(3): 234-253.
- [5] LUO Peng, GAO Xie-ping. Image denoising algorithm based on dual tree complex wavelet transform [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(3): 604-608.
罗鹏,高协平.基于双树复小波变换的图像去噪方法[J].*光子学报*, 2008, **37**(3): 604-608.
- [6] CHANG S G, YU B, VETTERLI M. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2000, **9**(9): 1532-1546.
- [7] SENDUR L, SELESNICK I W. Bivariate shrinkage with local variance estimation [J]. *Signal Processing Letters*, 2002, **9**(12): 438-441.
- [8] PIZURICAL A, PHILIPS W. Estimating the probability of the presence of a signal of interest in multiresolution single- and multiband image denoising [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, **15**(3): 654-665.
- [9] LUISIER F, BLU T, UNSER M. A new SURE approach to image denoising: Interscale orthonormal wavelet thresholding [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, **16**(3): 593-606.
- [10] YIN S, CAO L, LING Y, et al. Image denoising with anisotropic bivariate shrinkage [J]. *Signal Processing*, 2011, **91**(8): 2078-2090.
- [11] YIN M, LIU W, ZHAO X, et al. Image denoising using trivariate prior model in nonsubsampling dual-tree complex contourlet transform domain and non-local means filter in spatial domain [J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2013, **124**(24): 6896-6904.
- [12] DEWANGAN M S, BHONSLE M D. Image denoising using complex double density dual tree wavelet transform [J]. *International Journal of Engineering*, 2013, **2**(5): 906-916.
- [13] HILL P, ACHIM A, BULL D. The Undecimated dual Tree Complex Wavelet Transform and its application to bivariate

- image denoising using a Cauchy model [C]. IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), 2012: 1205-1208.
- [14] YIN Ming, LIU Wei. Image denoising using mixed statistical model in nonsubsamped Contourlet transform domain [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2012, **41**(6): 751-756.
殷明,刘卫. 非下采样 Contourlet 变换域混合统计模型图像去噪[J]. *光子学报*, 2012, **41**(6): 751-756.
- [15] Quartic function. [EB/OL]. 2014-01-21]. http://en.wikipedia.org/wiki/Quartic_function>.
- [16] PO D D Y, DO M N. Directional multiscale modeling of images using the contourlet transform [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, **15**(6): 1610-1620.