

doi: 10.3788/gzxb20144301.0111001

# 特征平行直线的成像畸变现场校正

汪贵平<sup>1,2</sup>, 王会峰<sup>1,2</sup>, 刘盼芝<sup>1</sup>, 巨永锋<sup>1,2</sup>

(1 长安大学 电子与控制工程学院, 西安 710064)

(2 陕西省电工电子实验示范教学中心, 西安 710064)

**摘要:**针对畸变对成像测量的影响,通过对摄像机畸变模型的分析,提出了一种基于特征平行直线的畸变现场校正方法.该方法分两步,非线性径向畸变的校正和透视畸变的校正.首先,提取图像中包含的多条特征直线,然后通过迭代法将成像后的弯曲直线拉直的方法获得系统非线性径向畸变参量,再用这些参量对非线性径向畸变进行校正,得到去非线性径向畸变的图像.通过对图像中的特征平行直线进行拟合,获得系统的透视畸变参量,并以这些参量反演迭代实现对透视畸变的校正,进而得到去透视畸变的图像.实验和仿真结果表明:该方法通过两步法利用图像中的特征平行直线先验知识能够有效实现对成像中多种畸变的一靶现场校正;对像机径向畸变和透视畸变的校正后相对误差均达到 5% 以内,适合于工程中基于图像的测量和目标识别中目标无固定位置的复合畸变的现场校正.

**关键词:**成像测量;径向畸变;透视畸变;平行直线拟合;无畸变;误差;现场校正

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2014)01-0111001-5

## A Distortion Field-calibrating Method Based on Feature Parallel Lines of Image

WANG Gui-ping<sup>1,2</sup>, WANG Hui-feng<sup>1,2</sup>, LIU Pan-zhi<sup>1</sup>, JU Yong-feng<sup>1,2</sup>

(1 School of Electronic & Control Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

(2 EE Center Experiment Teaching Demonstration of Shaanxi Province, Xi'an 710064, China)

**Abstract:** Considering the effect on the image measurement system, a distortion calibration method was designed after analyzing the model of lens distortion. The method consists of two steps, namely calibration on the non-linear distortion and calibration on the perspective distortion. In the first step, the non-linear distortion coefficients of the lens were obtained from drawing the multi feature straight lines and straightening the feature lines. With these coefficients, the non-linear of the image was calibrated, and an image without any non-linear distortion was achieved. In the second step, the distortion parameters were obtained through fitting the parallel-line feature of the image. With these parameters, the perspective distortion was calibrated, and an image without perspective was achieved. The experiments and simulations show that the radial and the perspective-distortion relatively error can be reduced to 5% with this method, which can be used in many similar engineering systems based on image measurement and target recognition in non-fixed locations.

**Key words:** Measurements based on image; Radial distortion; Perspective distortion; Parallel lines fitting

**OCIS Codes:** 150.0155; 150.1488; 120.4640; 120.4800; 110.2960

## 0 引言

畸变是成像中由于光学系统本身的非线性,使得主光线与高斯像面交点的高度不等于理想像高,而产生

的图像异常现象<sup>[1]</sup>或者由于被测物体与像平面不平行而产生的成像的透视形变<sup>[2]</sup>.前者通常称为非线性畸变,后者常称为透视畸变;前者虽然不影响成像清晰度,但却使物像之间失去形状对应关系,使像对物产生

**基金项目:**国家自然科学基金(Nos. 41101357, 61107007)、陕西省教育厅科研计划(No. 12JK0806)和陕西省科学技术研究发展计划(No. 2013K09-17)资助

**第一作者:**汪贵平(1963-),男,教授,博士,主要研究方向为智能测控技术. Email:gpwang@chd.edu.cn

**收稿日期:**2013-05-15; **录用日期:**2013-09-17

<http://www.photon.ac.cn>

失真,从而直接影响成像测量准确度,后者对成像的大小和清晰度都有一定的影响.因此,在高准确度成像测量系统中必须严格限制系统的畸变.

对各种单一畸变的校正和标定,不同的研究者提出了一些方法.这些方法大致可分为三类:第一类是使用标定样板<sup>[3-6]</sup>,根据样板上特征点的图像位置的偏差或对应来求解畸变参量;如果已知特征点空间坐标以及摄像机的若干运动,则可以同时求出像机的内外参量.第二类不用样板,基于摄影变换将直线映射为直线的性质,迭代求取图像中应是直线的曲线映射回直线的变换<sup>[7-9]</sup>.第三类是盲校正法<sup>[10]</sup>,它不需要样板,也不必知道景物知识,其原理是镜头在频域中引入了高阶相关性,这种相关性可利用多谱分析来检测,畸变量通过使相关性最小而得到.

对非线性畸变的校正,大多采用样板直线映射法.对于透视畸变的校正,在光学上可以用远心光路镜头实现,但是该系统体积较大且造价高;也可以通过软件实现校正,但是至今为止尚没有一种能够同时实现对上述两种畸变同时校正的方法.

通过对畸变详细分析,本文提出一种基于特征平行直线的混合畸变校正方法.该方法通过采样图像上的特征平行直线,利用平行弯曲线的拉直校正非线性径向畸变,利用特征平行线的拟合求解出透视畸变参量校正透视畸变,可以实现对多种畸变的现场校正.在实际应用中可以寻找图像上的特征平行线,一次性现场校正图像的径向非线性畸变和透视畸变.该算法应用于车牌的识别图像预处理上获得了良好的效果.

### 1 摄像机混合畸变模型

摄像机的畸变主要有透视线性畸变和非线性畸变两种.透视畸变又称线性畸变,而非线性畸变主要是径向畸变.图1是成像中由于物面的倾斜引起的像平面与物平面不平行而产生的畸变.图中, $O$ 为光心, $ABCD$ 所在平面为物平面, $A'B'C'D'$ 所在平面为像平

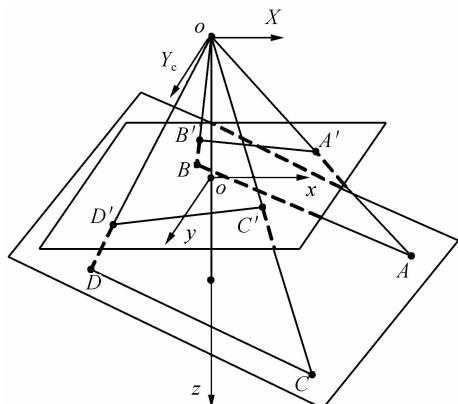


图1 透视投影畸变模型  
Fig. 1 The model of perspective distortion

面. $ABCD$ 四点的空间坐标分别为 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 、 $C(x_3, y_3)$ 和 $D(x_4, y_4)$ , $A'B'C'D'$ 四点的像素坐标分别为 $A'(x'_1, y'_1)$ 、 $B'(x'_2, y'_2)$ 、 $C'(x'_3, y'_3)$ 和 $D'(x'_4, y'_4)$ .

透视畸变可以通过式(1)的单应性变换公式<sup>[12]</sup>进行校正.

$$\begin{cases} u = \frac{a_1 x + a_2 y + a_3}{a_7 x + a_8 y + 1} \\ v = \frac{a_4 x + a_5 y + a_6}{a_7 x + a_8 y + 1} \end{cases} \quad (1)$$

式中, $(u, v)$ 是存在透视畸变的图像坐标, $(x, y)$ 是透视畸变校正后的图像坐标.

非线性畸变主要是径向畸变,如图2所示,引入带有径向畸变的摄像机模型.设 $P(X_w, Y_w, Z_w)$ 是点 $P$ 在世界坐标系中的坐标, $P(X_c, Y_c, Z_c)$ 是点 $P$ 在摄像机坐标系中的坐标.摄像机坐标系的原点在光学中心, $z$ 轴和光轴重合. $oxyz$ 是图像坐标系,它的原点是光轴与图像平面的交点, $x$ 轴、 $y$ 轴分别与 $X_c$ 轴 $Y_c$ 轴平行.

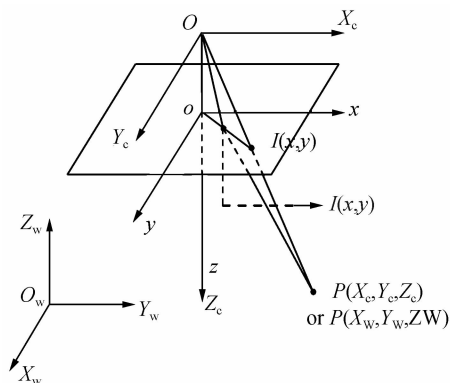


图2 带有径向畸变的摄像机成像模型  
Fig. 2 The camera imaging model with radial distortion

根据透视投影模型,摄像机中的点映射为无畸变图像中的点时的映射关系仅与镜头的焦距有关,实际成像中<sup>[14]</sup>,由于镜头的畸变作用,理想点 $I(x, y)$ 将变换成 $I(x', y')$ ,引入畸变中心<sup>[9]</sup> $(c_x, c_y)$ 和 $X$ 方向的尺度因子 $s_x$ ,则可以将畸变图像映射到去畸变图像.畸变图像可以直接获得,而去畸变图像可以通过计算得到.带有径向畸变的摄像机透视投影可以写成一个无穷级数的形式.但是文献<sup>[16]</sup>指出,使用径向畸变系数 $k_1$ ,校正准确度可达1/10像素,因此可以将带畸变的校正模型简化为

$$\begin{cases} x = x' + (x' - c_x) k_1 r_d^2 \\ y = y' + (y' - c_y) k_1 r_d^2 \end{cases} \quad (2)$$

式中 $r_d$ 是畸变半径.

根据摄像机成像模型:1)如果像平面和物平面平行则平行直线成像后仍然是平行的.2)如果不存在非线性畸变,那么直线经过成像后仍然是直线.因此对于含有混合几何畸变的特征靶标可以采用两步进行校正,首先进行基于直线特征校正,将成像后图像中弯曲的直

线拉直即可得到径向非线性畸变校正系数,然后再根据平行直线进行平行直线的拟合将非平行直线校正为平行直线,即可得到透视畸变系数.通过上面两步的校正即可得到不含非线性径向畸变和透视畸变的图像.

## 2 非线性径向畸变校正

在无畸变透视投影成像模型中,三维空间中的直线投影到图像平面上仍然是直线.由于镜头存在非线性畸变,三维空间中的直线投影到图像平面上,呈现弯曲.镜头的非线性畸变越大,空间直线投影形成曲线的弯曲程度就越大<sup>[13]</sup>.因此可以利用直线投影后曲线的弯曲程度作为目标优化求解镜头的非线性畸变<sup>[14-15]</sup>.如图3所示在某一条被检测到的边缘 $L_i$ 上,选择像素

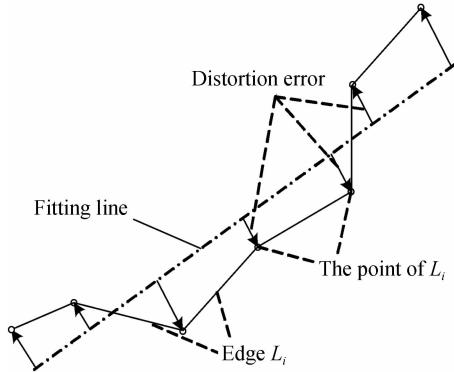


图3 弯曲程度示意

Fig. 3 Sketch of the degree of curve

点 $(x_j, y_j)$ (其中 $j=1, 2, \dots, N$ )到拟合后的理想直线段的距离的平方和 $E_i$ 作为这条边缘弯曲程度的测量值<sup>[14]</sup>.设最小二乘法<sup>[15]</sup>拟合得到第 $i$ 条直线的方程为

$$x \sin \phi_i - y \cos \phi_i + c_i = 0 \quad (3)$$

式中 $\phi_i, c_i$ 是拟合得到的直线参数.则该条直线的弯曲程度 $E_i$ 的表达式为

$$E_i = \sum_{j=1}^N (x_j \sin \phi_i - y_j \cos \phi_i + c_i)^2 \quad (4)$$

式中, $N$ 是边缘 $L_i$ 的像素点的数量, $(x_i, y_i)$ 是边缘 $L_i$ 上的点的坐标.

对畸变图像中检测到的所有边缘的畸变程度测量值求和,作为整幅图像的畸变误差评价函数 $E_r$ ,即

$$E_r = \sum_{i=1}^M E_i \quad (5)$$

式中, $M$ 是检测到的边缘的数量.如果某条边缘恰好位于拟合直线上,则该边缘的畸变误差为0.边缘的弯曲程度越大,则畸变误差越大.为了求解最优畸变系数,应该最小化 $E_r$ ,采用镜头非线性畸变模型式(2),多项式阶数取到一次,即 $(k_1, C_x, C_y, S_x)_{\text{optimal}} = \min(E_r)$ .

由于数据中存在野值,直接对四个畸变系数同时进行优化计算,得到的畸变系数可能会偏离最优解.因此,应该先只对 $k_1$ 进行优化,直到畸变误差的相对变化量小于阈值 $T$ 时,再把 $C_x$ 和 $C_y$ 加入优化计算,最后

把 $S_x$ 加入,对这四个畸变系数同时进行优化.

## 3 透视畸变校正

经过前文校正的图像中已经不包含非线性的径向畸变,然而由于成像中像平面和物平面不能完全平行,使得平行直线成像在图像平面上成为非平行的直线,所以透视畸变校正目标就是要使得特征直线族校正后成为理想的平行直线.采用图像平面平行直线拟合法,用拟合后的残差作为目标函数优化,可求得线性畸变的校正系数.然后再根据式(1)进行映射,得到校正后的图像.

设参与拟合的特征直线方程为

$$x \sin \theta - y \cos \theta + d_1 = 0, x \sin \theta - y \cos \theta + d_2 = 0 \cdots, x \sin \theta - y \cos \theta + d_m = 0 \quad (6)$$

利用最小二乘法,构造目标函数

$$E(\theta, d_1, d_2, \dots, d_m) = \sum_{(x_i, y_i) \in p_1} [x_i \sin \theta - y_i \cos \theta + d_1]^2 / n_{n_1} + \sum_{(x_i, y_i) \in p_2} [x_i \sin \theta - y_i \cos \theta + d_2]^2 / n_{n_2} + \cdots + \sum_{(x_i, y_i) \in p_m} [x_i \sin \theta - y_i \cos \theta + d_m]^2 / n_{n_m} \quad (7)$$

式中 $m$ 为参与拟合的直线条数; $n_1, n_2, \dots, n_m$ 为每条直线参与拟合的点数; $p_1, p_2, \dots, p_m$ 为各条直线的点集.记为

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n_{n_j}} \sum_{(x_i, y_i) \in p_j} x_i, \bar{y}_j = \frac{1}{n_{n_j}} \sum_{(x_i, y_i) \in p_j} y_i \quad (8)$$

$$(j=1, 2, \dots, m; i=1, 2, \dots, n_j)$$

$$a_j = \sum_{(x_i, y_i) \in p_j} \frac{x_i^2}{n_{n_j}} - \bar{x}_j^2 - \sum_{(x_i, y_i) \in p_j} \frac{y_i^2}{n_{n_j}} - \bar{y}_j^2$$

$$b_j = \sum_{(x_i, y_i) \in p_j} \frac{x_i y_i}{n_{n_j}} - \bar{x}_j \bar{y}_j \quad (9)$$

令

$$a = \sum_{j=1}^m a_j, b = \sum_{j=1}^m b_j, j=1, 2, \dots, m \quad (10)$$

则有当 $b \neq 0$ 时

$$\tan \theta = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 + 4b^2}}{2b}$$

再利用

$$d_j = \bar{y}_j \cos \theta - \bar{x}_j \sin \theta \quad (11)$$

求出 $d_j$ .进而可求得各条拟合直线的方程,如图4.拟合出平行直线中的各条直线后,可以计算出各条直线上参与拟合的点到各条直线上的误差评价函数,即

$$E_1 = \sum_{j=1}^m \sum_{(x_i, y_i) \in p_j} [x_i \sin \theta - y_i \cos \theta + d_j]^2 / n_{n_j} \quad (12)$$

式中, $m$ 为直线的条数, $p_j$ 为第 $j$ 条直线.直线不平行程度越大则误差函数的值就越大.

结合式(1),为了使成像后图像中的平行直线仍为平行直线,应使 $E_1$ 最小,即

$$(a_1, a_2, \dots, a_8)_{\text{optimal}} = \min(E_1) \quad (13)$$

根据式(12)即可得到透视畸变校正的校正系数 $(a_1, a_2, \dots, a_8)$ .再经过式(1)的映射即可获得去透视畸变

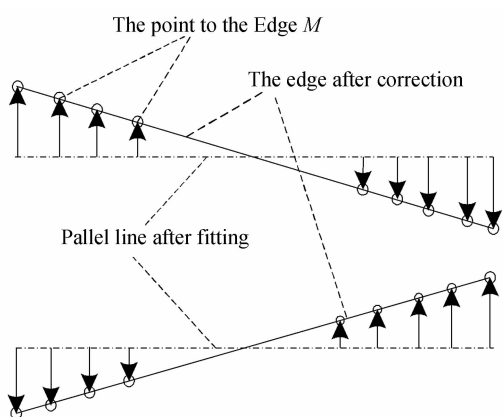


图4 平行度示意图

Fig. 4 Sketch of the degree of parallel

的图像.图5是根据前文算法设计的混合类型畸变校正流程,其中参量  $T$  和  $T_1$  的取值要根据实际应用中畸变校正后残余误差的准确度来选取.本文中  $T$  和  $T_1$  均取 5%.

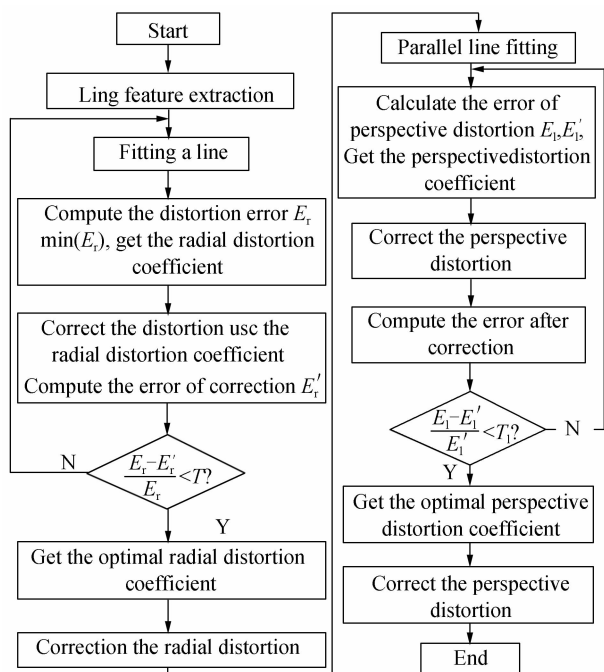


图5 几何畸变校正流程

Fig. 5 Flow chart of Geometric distortion correction

#### 4 畸变校正实验和结果分析

实验中用特征平行直线靶标进行实验,其中,图6

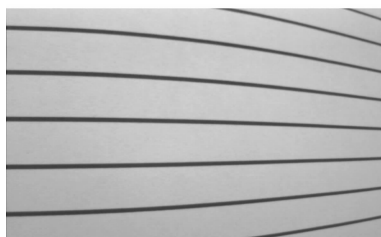


图6 特征平行线靶标原始图像

Fig. 6 Original image

是通过监控摄像机采集的一幅平行直线靶标图像.靶标和摄像机的光轴夹角约  $30^\circ$ ,可见该图像中不仅存在非线性的径向畸变(线条弯曲)也存在透视线性畸变(线条不平行),即:存在明显混合几何畸变.获得的图像大小为  $768 \times 576$ ,实验中使用的像机镜头的焦距为 3.6 mm.

图7是使用最大类间方差对拍摄的靶标图像进行分割的结果.图8是进行非线性径向畸变校正与线性透视畸变校正后的处理结果,获得的最优畸变系数如表1.

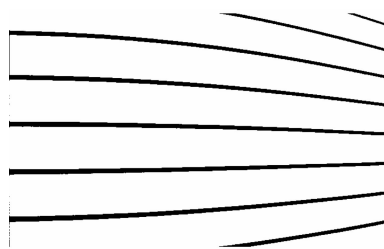
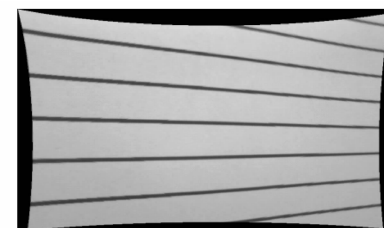
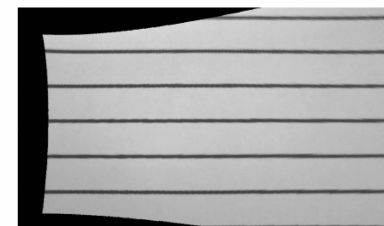


图7 平行线分割

Fig. 7 Parallel lines segmentation



(a) Result of calibration on the non-linear radial distortion



(b) Result of calibration on the linear perspective distortion

图8 两种畸变校正效果

Fig. 8 Results of two calibrations

表1 优化的畸变系数

Table 1 The optimized distortion coefficient

Distortion	Coefficient	Optimized result
Radial	$c_x/\text{pixel}$	398.461
	$c_y/\text{pixel}$	290.615
	$k_1$	$0.343 \times 10^{-6}$
	$s_x$	0.952
	$a_1$	1.785
	$a_2$	0.062
	$a_3$	-105.84
	$a_4$	0.279
Perspective	$a_5$	1.349
	$a_6$	-102.414
	$a_7$	0.001
	$a_8$	0.0001

对比图 7 和图 8 可以发现,经过畸变校正,存在混合畸变的靶标图像中的弯曲的直线已经全部校直了,不平行的特征直线已经平行了,即式(5)和式(12)的  $E_r$  和  $E_l$  基本不变化。

## 5 结论

本文所提出的方法能够对含有非线性径向畸变和线性透视畸变的混合畸变图像进行现场校正,且方法简单易行,能有效提高成像测量的准确度,非常适用于工程化应用,但实时性还有待进一步的改进,下一步的目标是研究能够实现多种混合畸变进行现场校正的实时算法和硬件实现方案。

### 参考文献

- [1] 张以谟. 应用光学[M]. 北京:机械工业出版社, 1995.
- [2] BORN M, WOLF E. Principle of optics [M]. 7th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- [3] HANEISHI H, YAGIHASHI Y, MIYAKE Y. A new method for distortion correction of electronic endoscope image [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1995, **14**(3): 548-555.
- [4] ASARI K V, KUMAR S, RADHAKRISHNAN D. A new approach for nonlinear distortion correction in endoscopic images based on least squares estimation [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1999, **18**(4): 345-354.
- [5] LEE C B. Radial undistortion and calibration on an image array [D]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 2000.
- [6] BRAUER-BURCHARDT C, VOSS K. Automatic lens distortion calibration using single views[C]. In: G. Sommer, N. Krugre, C. Perwass, eds *Mustererkennung 2000*. Proceedings of DAGM-Symposium Kiel, Germany, Informatik Aktuell Springer, 2000: 187-194.
- [7] DEVERNAY F, FAUGERAS O. Straight lines have to be straight: automatic calibration and removal of distortion from scenes of structured environments[J]. *Machine Vision and Applications*, 2001, **13**(1): 14-24.
- [8] SWAMINATHAN R, NAYAR S K. Non-metric calibration of wide-angle lenses and ploy cameras[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, **22**(10): 1172-1178.
- [9] WANG H F. A radial geometrical distortion correction method in measurement system based on optical image [J]. *Apply Optical*, 2010, **26**(1): 1226-1228.  
王会峰. 一种成像测量几何畸变的校正方法[J]. *应用光学*, 2010, **26**(1): 1226-1228.
- [10] Wolfram Mathworld [EB/OL]. (2008-5-07)[2013-05-15]. <http://mathworld.wolfram.com/LeastSquaresFitting.html>.
- [11] FARID H, POPESCU A C. Blind removal of lens distortion [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 2001, **18**(9): 2072-2078.
- [12] TSAI R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off the shelf TV cameras and automation[J]. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 1987, **3**(4): 323-344.
- [13] CHEN D C, WANG D C, ZHA J S. Research on measurement of realistic planting leaf area based on machine vision[J]. *Journal of Computer Application*, 2006, **26**(5): 1226-1228.  
陈鼎才, 王定成, 查金水. 基于机器视觉的现实叶片面积测量方法的研究[J]. *计算机应用*, 2006, **26**(5): 1226-1228.
- [14] ZHENG Yi, LIU Shang-qian. Line-based nonlinear distortion correction of a calibration image [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2007, **28**(6): 1129-1132.  
郑毅, 刘上乾. 利用直线特征的定标图像非线性畸变校正[J]. *仪器仪表学报*, 2007, **28**(6): 1129-1132.
- [15] DEVERNAY F, FAUGERAS O. Straight lines have to be straight[J]. *Machine Vision and Applications*, 2001, **13**(1): 14-24.
- [16] DEVERNAY F, FAUGERAS O. Automatic calibration and removal of distortion from scenes of structured environments [C]. *SPIE*, **2567**: 62-67.