

doi: 10.3788/gzxb20144301.0105003

振幅比对矢量光束相干和非相干叠加合成 Stokes 奇点的影响

白闻海^{1, 2}, 何德¹, 高曾辉¹

(1 宜宾学院 计算物理重点实验室, 四川 宜宾 644000)

(2 四川师范大学 物理与电子工程学院, 成都 610101)

摘要:基于菲涅耳衍射积分方法、Stokes 参量和复 Stokes 标量场, 推导了两束单色傍轴矢量光束相干叠加和非相干叠加形成的合成 Stokes 奇点在自由空间传输时的表达式, 研究了合成 Stokes 奇点在自由空间随振幅比变化的传输特性, 同时分析了振幅比对合成 Stokes 奇点的偏振度的影响. 结果表明: 在自由空间传输时, 合成 Stokes 奇点的数目、位置和奇点指数受振幅比影响. 相干叠加场中, 合成 Stokes 奇点的偏振度始终为 1. 在 $z=0$ 面上, 当振幅比 $\eta \neq 1$ 时, C 点、 S_{23} 和 S_{31} 奇点的奇点指数会发生反转; 在 $z>0$ 面上, 产生奇点指数加倍的 S_{23} 奇点. 非相干叠加场中, 合成 Stokes 奇点的偏振度小于 1 且随振幅比发生变化. 在 $z>0$ 面上, 随振幅比 η 的改变, 会产生不稳定的 V 点, V 点会重新分裂为 S_{23} 奇点和旋向性发生反转的 C 点; 随振幅比 η 的进一步增加, S_{23} 奇点会湮灭. 研究还发现, 合成 Stokes 奇点的奇点指数之和守恒.

关键词:合成 Stokes 奇点; 复 Stokes 场; 偏振度; 相干叠加和非相干叠加; 振幅比; 旋向性; 奇点指数

中图分类号: O433

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2014)01-0105003-7

Effects of Amplitude Ratio on Composite Stokes Singularities in Coherently and Incoherently Superimposed Vector Optical Beams

BAI Wen-hai^{1,2}, HE De¹, GAO Zeng-hui¹

(1 Key Laboratory of Computational Physics, Yibin University, Yibin, Sichuan 644000, China)

(2 Institute of Physics and Electronic Engineering, Sichuan Normal University, Chengdu 610101, China)

Abstract: Based on the Stokes parameters, the complex Stokes scalar fields and the Fresnel diffraction integral method, the expressions for the composite Stokes singularities versus amplitude ratio η in two coherently and incoherently superimposed paraxial monochromatic vector optical beams were derived. The properties of composite Stokes singularities in coherently and incoherently superimposed vector optical beams with amplitude ratio propagating in free space were investigated, and the degree of polarization versus the amplitude ratio is analyzed. It is found that, during propagating in free space, the number, position and singularity index of composite Stokes singularities are affected by the amplitude ratio of two vector beams. In the coherent superposition the degree of polarization $P=1$. At the $z=0$ plane, when the amplitude ratio $\eta \neq 1$, singularity indices of C -points, S_{23} and S_{31} singularities may be reversed. The creation of S_{23} singularity with double singularity index may take place at the $z>0$ plane. In the incoherent superposition, the degree of polarization P is less than 1 and is variable with η , by varying the amplitude ratio η V -points may appear, which are unstable and split up into S_{23} singularities and C -points with handedness reversal. With a further increase of η S_{23} singularities may annihilate. In addition, the sum of singularity indices of composite Stokes singularities is conserved in the process.

基金项目: 国家自然科学基金项目(No. 61275203)和四川省科学技术厅项目(No. 2013JY0100)资助

第一作者: 白闻海(1987-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为激光物理技术. Email: baiwenhai87@163.com

导师(通讯作者): 高曾辉(1966-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为高功率激光技术. Email: gaozh66@163.com

收稿日期: 2013-05-07; 录用日期: 2013-08-06

<http://www.photon.ac.cn>

Key words: Composite Stokes singularity; Complex Stokes field; Degree of polarization; Coherent and incoherent superposition; Amplitude ratio; Handedness; Singularity index

OCIS Codes: 260.6042; 260.5430; 030.1640; 050.1940

0 引言

奇点光学发展迅速,其研究范围从空间相干准单色光发展到多色场^[1-4],从标量场推广到矢量场^[5-7].人们对矢量场中的奇点(例如,C点和L线)进行了大量的理论和实验研究^[8-13].Berry和Dennis用偏振椭圆场的方法研究了傍轴矢量场奇点的几何形状,并将光场中的C线和L线解释为自旋为1(C线)和0(L线)的光子轨迹^[7].Freund I和Mokhun用Stokes参量和复Stokes矢量场来表示偏振奇点(包括 S_{12} 奇点(C点)、 S_{23} 奇点、 S_{31} 奇点和L线等)^[8-10].两矢量光场相干和非相干叠加得到的Stokes奇点即为合成Stokes奇点.Schoonover等研究聚焦和发散偏振光场的奇点,发现缓慢地改变透镜的孔径角等参量时,偏振奇点可以彼此湮灭;此外,还发现C线和L线碰撞后会产生不稳定的矢量奇点V点^[13].

近年来,国内对偏振奇点也展开了相关研究,如蒲继雄教授的研究小组对部分相干电磁光束在杨氏双缝实验中的偏振特性、部分相干电磁光束的光谱交叉偏振度、衍射效应诱导涡旋光束的偏振度变化以及随机电磁涡旋光束的深聚焦特性等进行了研究^[17-19].四川大学闫红卫等对非相干叠加场中C点,C线和L线在自由空间中的传输进行了研究;结果表明,C线在传输中不稳定,在与C点的相互作用中会出现变形以及分裂,L线在传输中也不稳定,会消失^[20].文献^[21]在不同叠加模式下讨论了C点、C线和L线在自由空间中传输时的相互作用,并且对复Stokes场中 S_{12} 、 S_{23} 、 S_{31} 偏振奇点的演化特性进行了研究.但实际光束叠加时一般需要考虑振幅比的影响,而相关文献都只对振幅比为1时两光束的叠加进行了讨论.本文将重点讨论不同振幅比时,两单色矢量光束相干叠加和非相干叠加合成Stokes奇点的演化特性.

1 振幅比对相干叠加场合成 Stokes 奇点的影响

在 $z=0$ 平面上两个频率均为 ω 的单色矢量光场的表达式为

$$\begin{cases} \mathbf{E}(A,t)=[E_x(A)\hat{\mathbf{i}}+E_y(A)\hat{\mathbf{j}}]\exp(-i\omega t) \\ \mathbf{E}(B,t)=[E_x(B)\hat{\mathbf{i}}+E_y(B)\hat{\mathbf{j}}]\exp(-i\omega t) \end{cases} \quad (1)$$

式中

$$\begin{aligned} E_x(A) &= E_{0A} \frac{f+1}{2} \exp\left(-\frac{x_0^2+y_0^2}{\omega_0^2}\right) \\ E_y(A) &= E_{0A} \frac{i(1-f)}{2} \exp\left(-\frac{x_0^2+y_0^2}{\omega_0^2}\right) \\ E_x(B) &= E_{0B} \frac{1+ig}{2} \exp\left(-\frac{x_0^2+y_0^2}{\omega_0^2}\right) \end{aligned}$$

$$E_y(B) = E_{0B} \frac{i+g}{2} \exp\left(-\frac{x_0^2+y_0^2}{\omega_0^2}\right) \quad (2)$$

在式(1)中, $\hat{\mathbf{i}}$ 、 $\hat{\mathbf{j}}$ 分别为 x 、 y 方向的单位矢量.式(2)中, E_{0A} 和 E_{0B} 分别为 E_A 和 E_B 的振幅, ω_0 为光束的束腰宽度, f 和 g 是与 x_0 、 y_0 有关的函数,且满足 $V=f+ig$ ^[12].当光涡旋波函数 $V=f+ig$ 中取 $f=x_0^2-y_0^2-a^2$, $g=2x_0y_0$ 时,两光束相干叠加场和非相干叠加场中 $z=0$ 平面均有分别位于 $(\pm a,0)$ 的C点.下面详细研究了相干叠加场和非相干叠加场中振幅比对合成Stokes奇点的影响.

式(1)中两光束相干叠加时形成的合成光束在 $z=0$ 平面的场分布为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(t) &= \mathbf{E}(A,t)\exp(i\beta) + \mathbf{E}(B,t) = \{[E_x(A)\exp(i\beta) + \\ & E_x(B)]\hat{\mathbf{i}} + [E_y(A)\exp(i\beta) + E_y(B)]\hat{\mathbf{j}}\} \cdot \\ & \exp(-i\omega t) = (E_x\hat{\mathbf{i}} + E_y\hat{\mathbf{j}})\exp(-i\omega t) \end{aligned} \quad (3)$$

式中, β 为两光束的相对位相. E_x 和 E_y 分别为合成光束的两个正交分量

$$\begin{cases} E_x = E_x(A)\exp(i\beta) + E_x(B) \\ E_y = E_y(A)\exp(i\beta) + E_y(B) \end{cases} \quad (4)$$

Stokes参量为^[9]

$$\begin{cases} S_0 = |E_x|^2 + |E_y|^2, S_1 = |E_x|^2 - |E_y|^2 \\ S_2 = 2\text{Re}[E_x^*E_y], S_3 = 2\text{Im}[E_x^*E_y] \end{cases} \quad (5)$$

$\text{Re}[\cdot]$ 和 $\text{Im}[\cdot]$ 分别表示取实部和虚部,“*”表示复共轭.

Stokes奇点 S_{12} (C点)、 S_{31} 、 S_{23} 奇点和L线的位置分别由式(6)决定

$$\begin{aligned} S_{12} = S_1 + iS_2 = 0, \quad S_{31} = S_3 + iS_1 = 0, \\ S_{23} = S_2 + iS_3 = 0, \quad S_3 = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

相干叠加场中,合成Stokes奇点的偏振度始终为

$$P = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} / S_0 = 1 \quad (7)$$

1.1 相干叠加场 $z=0$ 平面

将 f 和 g 的表达式代入式(2),再将得到的结果代入式(4)得到合成光场的两个正交分量 E_x 和 E_y 分别为

$$\begin{cases} E_x = \frac{1}{2}E_{0B} \{ \eta(1-a^2+x_0^2-y_0^2)\exp(i\beta) + \\ \quad (1+2ix_0y_0) \} \exp\left(-\frac{x_0^2+y_0^2}{\omega_0^2}\right) \\ E_y = \frac{1}{2}E_{0B} \{ i\eta(1+a^2-x_0^2+y_0^2)\exp(i\beta) + \\ \quad (i+2x_0y_0) \} \exp\left(-\frac{x_0^2+y_0^2}{\omega_0^2}\right) \end{cases} \quad (8)$$

式中, $\eta(\eta=E_{0A}/E_{0B})$ 为两光场的振幅比.

将式(8)代入式(6)可得相干叠加场 $z=0$ 平面上 S_{12} (C点)、 S_{23} 、 S_{31} 和L线的公式分别为

$$\begin{cases}
 S_{12}|_{z=0} = E_{0B}^2 \{ \eta [- (a^2 - x_0^2 + y_0^2) (\eta + \cos \beta) + 2x_0 y_0 \sin \beta] + i [2x_0 y_0 (1 + \eta \cos \beta) - \eta (a^2 - x_0^2 + y_0^2) \sin \beta] \} \cdot \\
 \exp \left(-\frac{2(x_0^2 + y_0^2)}{w_0^2} \right) \\
 S_{23}|_{z=0} = \frac{1}{2} E_{0B}^2 \{ 4x_0 y_0 (1 + \eta \cos \beta) - 2\eta (a^2 - x_0^2 + y_0^2) \sin \beta + i \{ 1 - 4x_0^2 y_0^2 + 2\eta \cos \beta + \eta^2 [1 - (a^2 - x_0^2 + y_0^2)^2] + \\
 4x_0 y_0 \eta (a^2 - x_0^2 + y_0^2) \sin \beta \} \} \exp \left(-\frac{2(x_0^2 + y_0^2)}{w_0^2} \right) \\
 S_{31}|_{z=0} = \frac{1}{2} E_{0B}^2 \{ 2\eta \cos \beta + \eta^2 [1 - (a^2 - x_0^2 + y_0^2)^2] - 4x_0^2 y_0^2 + 4x_0 y_0 \eta (a^2 - x_0^2 + y_0^2) \sin \beta + 1 + 2i [2\eta x_0 y_0 \sin \beta - \\
 \eta (a^2 - x_0^2 + y_0^2) (\eta + \cos \beta)] \} \exp \left(-\frac{2(x_0^2 + y_0^2)}{w_0^2} \right)
 \end{cases} \quad (9)$$

$$S_3|_{z=0} = \frac{E_{0B}^2}{2} \{ 1 - 4x_0^2 y_0^2 + \eta^2 [1 - (a^2 - x_0^2 + y_0^2)^2] + 2\eta \cos \beta + 4x_0 y_0 \eta (a^2 - x_0^2 + y_0^2) \sin \beta \} \exp \left(-\frac{2(x_0^2 + y_0^2)}{w_0^2} \right) \quad (10)$$

S_{23} 和 S_{31} 奇点的位置,除与相对位相 β 有关,还受振幅比 η 的影响.例如,当 $\beta = \pi, \eta = 1$ 时, S_1 和 S_2 恒为 0,在 $(\pm a, 0)$ 处 S_3 为 0,即原 C 点的位置出现两个相应的矢量奇点 V 点.当 $\eta \neq 1$ 时, S_{31} 和 S_{23} 奇点的位置为

$$S_{31} \text{ 奇点: } \begin{cases} x_{0\pm} = \sqrt{\frac{a^2 + \sqrt{a^4 + (1-\eta)^2}}{2}} \\ y_{0\pm} = \sqrt{\frac{a^2 + \sqrt{a^4 + (1-\eta)^2}}{2}} \end{cases} \quad (11)$$

$$S_{23} \text{ 奇点: } \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = \pm \sqrt{\pm(1 - \frac{1}{\eta}) - a^2} \\ x_0 = \pm \sqrt{\pm(1 - \frac{1}{\eta}) + a^2} \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad (12)$$

由式(11)可知, $z=0$ 平面始终存在四个 S_{31} 奇点,其位置随振幅比的改变而移动.由式(12)可知 S_{23} 奇点的个数与振幅比有关.当 $\eta = (1 + a^2)^{-1}$ (或 $\eta = (1 - a^2)^{-1}$) 时,两个奇点指数为 $-1/2(1/2)$ ^[12,22] 的 S_{23} 奇点分别位于 $(\pm 2^{1/2} a, 0)$, 一个奇点指数为 -1 (1) 的 S_{23} 奇点位于 $(0, 0)$ (由两个奇点指数为 $-1/2(1/2)$ 的 S_{23} 奇

点碰撞后形成,该奇点不稳定,改变 η 值时会重新分裂为奇点指数为 $-1/2(1/2)$ 的两个 S_{23} 奇点).

1.2 相干叠加场 $z > 0$ 平面

将式(8)代入菲涅尔衍射积分公式得到 $z > 0$ 平面合成光束的场分布为

$$\begin{cases} E_x = E_{0B} \left\{ \eta \left[\frac{1}{2} - \frac{a^2}{2} + \frac{q_x^2 - q_y^2}{2M^2} \right] \exp(i\beta) + \left(\frac{1}{2} + i \frac{q_x q_y}{M^2} \right) \right\} G \\ E_y = E_{0B} \left\{ \eta \left[\frac{i}{2} - \frac{ia^2}{2} - \frac{i(q_x^2 - q_y^2)}{2M^2} \right] \exp(i\beta) + \left(\frac{i}{2} + \frac{q_x q_y}{M^2} \right) \right\} G \end{cases} \quad (13)$$

式中

$$M = \frac{1}{w_0} - \frac{ik}{2z}, q_x = \frac{-ikx}{2z}, q_y = \frac{-iky}{2z}, G = \frac{-i\pi}{\lambda M z} \exp \left[ikz + \frac{ik}{2z} (x^2 + y^2) + \frac{q_x^2 + q_y^2}{M} \right] \quad (14)$$

传输距离 $z > 0$ ($\xi > 0$) 时,复 Stokes 场公式繁琐,故略去.在相对传输距离 $\xi = 1$ 的平面上, S_{12} 、 S_{23} 、 S_{31} 和 L 线的公式分别为

$$\begin{cases} S_{12}|_{\xi=1} = E_{0B}^2 \left\{ \eta (xy - a^2) \cos \beta + \frac{1}{2} \eta (x^2 - y^2) \sin \beta + xy - a^2 \eta^2 + \frac{i}{2} [\eta (y^2 - x^2) (\eta + \cos \beta) - 2\eta (a^2 + xy) \sin \beta] \right\} |G|^2 \\ S_{23}|_{\xi=1} = \frac{E_{0B}^2}{8} \{ 4\eta (y^2 - x^2) (\eta + \cos \beta) - 8\eta (a^2 + xy) \sin \beta + i \{ 8\eta (1 + a^2 xy) \cos \beta - \eta^2 [4(a^2 - 1) + (x^2 - y^2)^2] + 4 - 4x^2 y^2 - 4xy \eta (x^2 - y^2) \sin \beta \} \} |G|^2 \\ S_{31}|_{\xi=1} = \frac{E_{0B}^2}{8} \{ 4 - 4x^2 y^2 - \eta^2 [-4 + 4a^2 + (x^2 - y^2)^2] + 8\eta (1 + a^2 xy) \cos \beta + 4xy \eta (y^2 - x^2) \sin \beta + 8i [xy - a^2 \eta^2 + \eta (xy - a^2) \cos \beta + \frac{1}{2} \eta (x^2 - y^2) \sin \beta] \} |G|^2 \end{cases} \quad (15)$$

$$S_3|_{\xi=1} = \frac{E_{0B}^2}{8} \{ 4 - 4x^2 y^2 - \eta^2 [-4 + 4a^2 + (x^2 - y^2)^2] + 8\eta (1 + a^2 xy) \cos \beta + 4xy \eta (y^2 - x^2) \sin \beta \} |G|^2 \quad (16)$$

式中,相对传输距离 $\xi=z/z_0$ ($z_0=k\omega_0^2/2$, z_0 为瑞利长度).

式(15)中相对传输距离 $\xi=1, \beta=\pi$ 时, C 点的坐标为 $(\pm a\eta^{1/2}, \pm a\eta^{1/2})$; $\beta=2\pi$ 时, C 点的坐标为 $(\pm a\eta^{1/2}, \pm a\eta^{1/2})$, 在 C 点处, $S_3=4(\eta-1)^2 > 0$, 即 C 点为右旋偏振态. S_{23} 和 S_{31} 奇点位置随相对位相的改变而发生移动.

由图1可知 C 点 (C_1 和 C_2)和 S_{31} 奇点 (A_1, A_2, A_3 和 A_4)随振幅比 η 的变化只有位置的移动, 而 S_{23} 奇点则出现移动、碰撞和产生. 图1(a)中 $\eta=0.5$ 时, S_{23} 奇

点 B_1 和 B_3 ($I_c=1/2$), B_2 和 B_4 ($I_c=-1/2$)分别位于 $(\pm 1.581 \text{ mm}, \pm 1.581 \text{ mm})$ 和 $(\pm 0.707 \text{ mm}, \pm 0.707 \text{ mm})$. 增大振幅比, 当 $\eta=1$ 时(见图1(b)), B_1 和 B_3 分别移至 $(\pm 2 \text{ mm}, \pm 2 \text{ mm})$; B_2 和 B_4 在 $(0, 0)$ 点碰撞产生 $I_c=-1$ 的 S_{23} 奇点 B_0 . 改变 η 的值, B_0 将重新分裂成 $I_c=-1/2$ 的 S_{23} 奇点 B_5 和 B_6 (例如图1(c), $\eta=1.2$). 如保持 $\eta=1$ 不变, 则 B_0 的位置不随传输距离的增大而改变, 例如 $\xi=10$ 时(见图1(d)), B_0 位置坐标仍然为 $(0, 0)$.

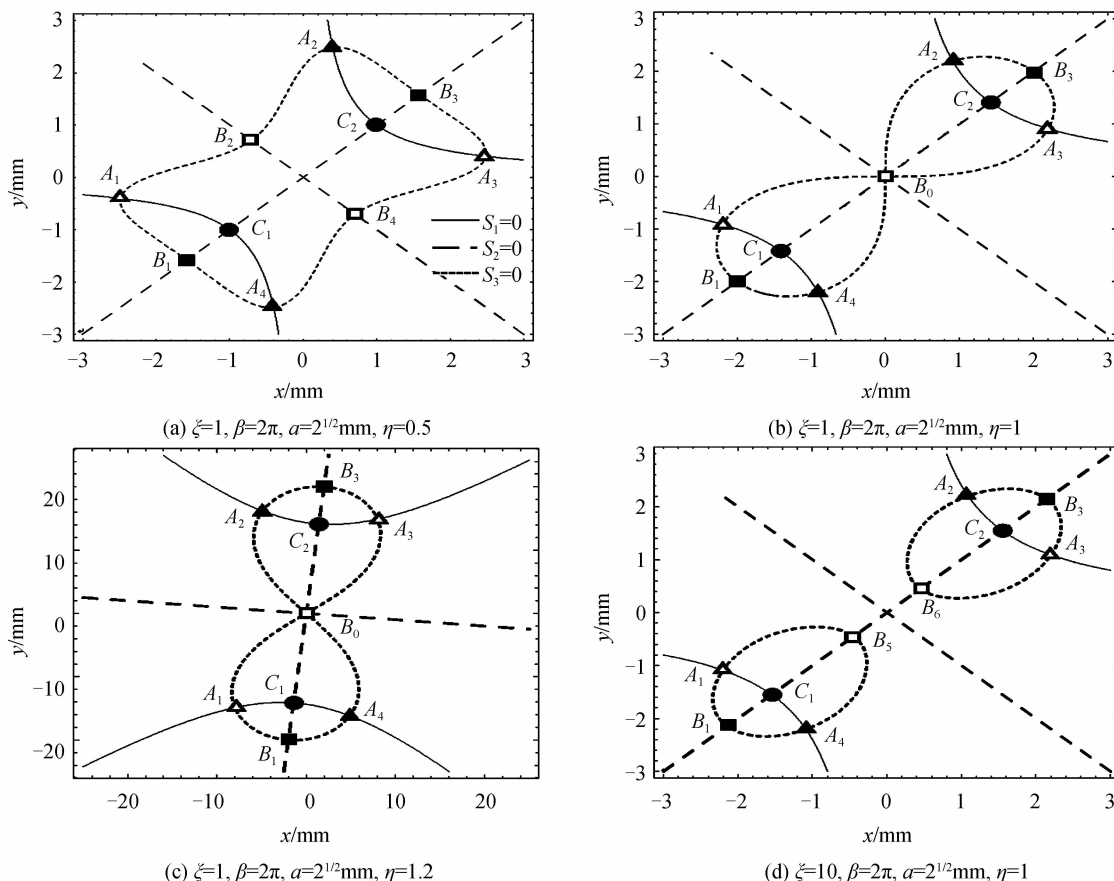


图1 Stokes奇点的轨迹图

Fig. 1 The trajectories of composite Stokes singularities in coherently superimposed fields

2 振幅比对非相干叠加场合成 Stokes 奇点的影响

非相干叠加场的 Stokes 参量为

$$S_u = S_u(A) + S_u(B) \quad (u=0, 1, 2, 3) \quad (17)$$

$$\begin{cases} S_0(l) = |E_{l,x}|^2 + |E_{l,y}|^2 \\ S_1(l) = |E_{l,x}|^2 - |E_{l,y}|^2 \\ S_2(l) = 2\text{Re}[E_{l,x}^* E_{l,y}] \\ S_3(l) = 2\text{Im}[E_{l,x}^* E_{l,y}] \quad (l=A, B) \end{cases} \quad (18)$$

偏振度为

$$P = \{ [S_1(A) + S_1(B)]^2 + [S_2(A) + S_2(B)]^2 + [S_3(A) + S_3(B)]^2 \}^{1/2} / [S_0(A) + S_0(B)] \quad (19)$$

2.1 非相干叠加场 $z=0$ 平面

将式(8)代入式(17)~(19)可得非相干叠加场 $z=$

0平面上 S_{12} (C 点)、 S_{23} 、 S_{31} 奇点和 L 线的公式为

$$\begin{cases} S_{12}|_{z=0} = E_{0B}^2 [(x_0^2 - y_0^2 - a^2)\eta^2 + i2x_0y_0] \cdot \exp\left(-2\frac{x_0^2 + y_0^2}{\omega_0^2}\right) \\ S_{23}|_{z=0} = \frac{E_{0B}^2}{2} \{ 4x_0y_0 + i[(1-4x_0^2y_0^2) + \eta^2 - \eta^2(x_0^2 - y_0^2 - a^2)^2] \} \exp\left(-2\frac{x_0^2 + y_0^2}{\omega_0^2}\right) \\ S_{31}|_{z=0} = \frac{E_{0B}^2}{2} \{ (1-4x_0^2y_0^2) + \eta^2 [1 - (x_0^2 - y_0^2 - a^2)^2] + 2i\eta^2(x_0^2 - y_0^2 - a^2) \} \exp\left(-2\frac{x_0^2 + y_0^2}{\omega_0^2}\right) \end{cases} \quad (20)$$

$$S_3|_{z=0} = \frac{E_{0B}^2}{2} \{ \eta^2 [1 - (x_0^2 - y_0^2 - a^2)^2] + (1 - 4x_0^2y_0^2) \} \exp\left(-2\frac{x_0^2 + y_0^2}{\omega_0^2}\right) \quad (21)$$

偏振度为

$$P=2\sqrt{\frac{4x_0^2y_0^2+U\eta^4-\frac{1}{8}[4x_0^2y_0^2-1+(U-1)\eta^2]^2}{1+4x_0^2y_0^2+[1+U]\eta^2}}$$

$$U=(a^2-x_0^2+y_0^2)^2 \quad (22)$$

由式(20)可知两个 $I_c=1/2$ 的右旋 C 点始终位于 $(\pm a, 0)$. 当 $a \leq 1$ mm 时, S_{23} 、 S_{31} 奇点随振幅比的变化只有位置的移动. 当 $a > 1$ mm 时, S_{23} 、 S_{31} 奇点和 L 线与振幅比的关系见表 1. 表中, $\eta_{23}=(a^4-1)^{-1}$, $x_1=$

表 1 非相干叠加场 $z=0$ 平面上 $a > 1$ mm 时 S_{23} 和 S_{31} 奇点位置和 L 线的表达式

Table 1 The positions of S_{23} and S_{31} singularities and the expression of L-lines in incoherently superimposed field at the plane $z=0$, where $a > 1$ mm

η	S_{23} singularity	S_{31} singularity	L-line
$\eta > \eta_{23}$	$(\pm x_1, 0)$	$(0, \pm y_1)$	
$\eta = \eta_{23}$	$(\pm x_1, 0)$	$(0, 0)$	$(\pm x_2, \pm y_2)$, $(x_0^2 - y_0^2 - a^2)^2 - 1 =$ $(\mp x_2, \pm y_2) \quad (1 - 4x_0^2y_0^2)\eta^{-2}$
$\eta < \eta_{23}$	$(\pm x_1, 0)$	$(0, \pm y_1)$	

$(a^2 + (1 + 1/\eta^2)^{1/2})^{1/2}$, $y_1 = (-a^2 + (1 + 1/\eta^2)^{1/2})^{1/2}$, $x_2 = [(a^2 + (a^4 + \eta^2 + 1)^{1/2}/2)^{1/2}]^{1/2}$, $y_2 = [(-a^2 + (a^4 + \eta^2 + 1)^{1/2}/2)^{1/2}]^{1/2}$. 由式(22)可知, 非相干叠加场中 $z=0$ 平面上, 合成 Stokes 奇点的偏振度随振幅比变化而变化.

2.2 非相干叠加场 $z > 0$ 平面

经菲涅耳衍射积分后, 两光场在沿 z 轴方向任意距离横截面上 x 分量和 y 分量可表示为

$$\begin{cases} E_x(A)|_{\xi > 0} = E_{0B}\eta \left(\frac{1-a^2}{2} + \frac{q_x^2 - q_y^2}{2M^2} \right) G \\ E_y(A)|_{\xi > 0} = iE_{0B}\eta \left(\frac{1+a^2}{2} - \frac{q_x^2 - q_y^2}{2M^2} \right) G \\ E_x(B)|_{\xi > 0} = E_{0B} \left(\frac{1}{2} + \frac{2iq_xq_y}{2M^2} \right) G \\ E_y(B)|_{\xi > 0} = E_{0B} \left(\frac{i}{2} + \frac{2iq_xq_y}{2M^2} \right) G \end{cases} \quad (23)$$

相对传输距离 $\xi > 0$ 的平面上 S_{12} (C 点)、 S_{23} 、 S_{31} 奇点和 L 线的公式分别为

$$\begin{cases} S_{12}|_{\xi > 0} = E_{0B}^2 \{ [4xy\xi - \eta^2(\xi^2 - 1)(x^2 - y^2) - a^2\eta^2(\xi^2 + 1)^2] + 2i[xy - xy\xi^2 - \eta^2\xi^2(x^2 - y^2)] \} |G|^2 \\ S_{23}|_{\xi > 0} = \frac{E_{0B}^2}{2} \{ 4[xy - \eta^2\xi^2(x^2 - y^2) - xy\xi^2] + i\{(1 + \xi^2)^2 - 4x^2y^2 - \eta^2[(x^2 - y^2)^2 - 2a^2(\xi^2 - 1) \cdot \\ (x^2 + y^2) + (a^4 - 1)(1 + \xi^2)^2]\} \} |G|^2 \\ S_{31}|_{\xi > 0} = \frac{E_{0B}^2}{2} \{ (1 + \xi^2)^2 - 4x^2y^2 - \eta^2[(x^2 - y^2)^2 - 2a^2(\xi^2 - 1)(x^2 + y^2) + (a^4 - 1)(1 + \xi^2)^2] + \\ i[4xy - \eta^2(\xi^2 - 1)(x^2 + y^2)^2 - a^2\eta^2(1 + \xi^2)^2] \} |G|^2 \\ S_3|_{\xi > 0} = \frac{E_{0B}^2}{2} \{ (1 + \xi^2)^2 - 4x^2y^2 - \eta^2[(x^2 - y^2)^2 - 2a^2(\xi^2 - 1)(x^2 + y^2) + (a^4 - 1)(1 + \xi^2)^2] \} |G|^2 \end{cases} \quad (24)$$

$$S_3|_{\xi > 0} = \frac{E_{0B}^2}{2} \{ (1 + \xi^2)^2 - 4x^2y^2 - \eta^2[(x^2 - y^2)^2 - 2a^2(\xi^2 - 1)(x^2 + y^2) + (a^4 - 1)(1 + \xi^2)^2] \} |G|^2 \quad (25)$$

式(24)中令相对传输距离 $\xi=1$, 得 C 点的坐标为 $(\pm a\eta, \pm a\eta)$. 由 $S_3 = (1 + \eta^2)(1 - a^4\eta^2)/2$ 可知, 当 $a^4\eta^2 > 1$ 时, $S_3 < 0$, C 点为左旋偏振态; 当 $a^4\eta^2 < 1$ 时 $S_3 > 0$, C 点为右旋偏振态.

图 2 为 $a=2^{1/2}$ mm 时奇点的轨迹图. 在图 2(a)中, $\eta=0.4$ 时, $\xi=1$ 的平面上有两个偏振度 $P=0.2195$ 的右旋 C 点 C_1 和 C_2 (分别位于 $(\mp 0.5657$ mm, ∓ 0.5657 mm)), 偏振度 $P=0.2228$ 的四个 S_{31} 奇点 A_1 和 A_3 ($I_c = -1/2$, 分别位于 $(\mp 1.806$ mm, ∓ 0.1772 mm)), A_2 和 A_4 ($I_c = 1/2$, 分别位于 $(\pm 0.1772$ mm, ± 1.806 mm)); 以及偏振度 $P=0.1604$ 的四个 S_{23} 奇点 B_1 和 B_3 ($I_c = 1/2$, 分别位于 $(\mp 0.8492$ mm, ∓ 0.8492 mm)), B_2 和 B_4 ($I_c = 1/2$, 分别位于 $(\mp 0.8492$ mm, ± 0.8492 mm)).

随着 η 的增大, A_1, A_3, B_1 向着 C_1 移动, A_2, A_4, B_3 向着 C_2 移动. 再 η 增大到 0.5 (如图 2(b)) 时, $A_1, A_3,$

B_1 和 C_1 碰撞形成 V 点 (V_1), A_2, A_4, B_3 和 C_2 碰撞形成 V 点 (V_2). V_1 和 V_2 分别位于 $(\mp 0.7071$ mm, ∓ 0.7071 mm). 增大 η , V_1 和 V_2 将分裂为左旋 C 点 (C_3 和 C_4 分别位于 $(\mp 0.7778$ mm, ∓ 0.7778 mm)), 偏振度 $P=0.0950$, 且 C_3 和 C_4 均满足 $S_3 < 0$, 为左旋 C 点) 和 S_{23} 奇点 (B_2 和 B_4 分别位于 $(\mp 0.5515$ mm, ± 0.5515 mm), B_5 和 B_6 分别位于 $(\mp 0.5515$ mm, ∓ 0.5515 mm)), 偏振度 $P=0.2310$) 见图 2(c) ($\eta=0.55$). 进一步增大 η , 四个 S_{23} 奇点向着坐标原点移动, 当 $\eta=0.58$ 时 (见图 2(d)), 四个 S_{23} 奇点相互湮灭 ($\xi=1$ 时, 奇点指数 $I_c = -1/2$ 的 B_2 和 B_4 碰撞后形成奇点指数 $I_c = -1$ 的 S_{23} 奇点, 改变 η , 该奇点又分裂为两个奇点指数 $I_c = -1/2$ 的奇点, 且分别与奇点指数 $I_c = 1/2$ 的 B_5 和 B_6 相互碰撞湮灭), 最后光场中只剩下左旋 C 点 (C_3 和 C_4). 奇点偏振度随振幅比改变而变化, 且值均小于 1.

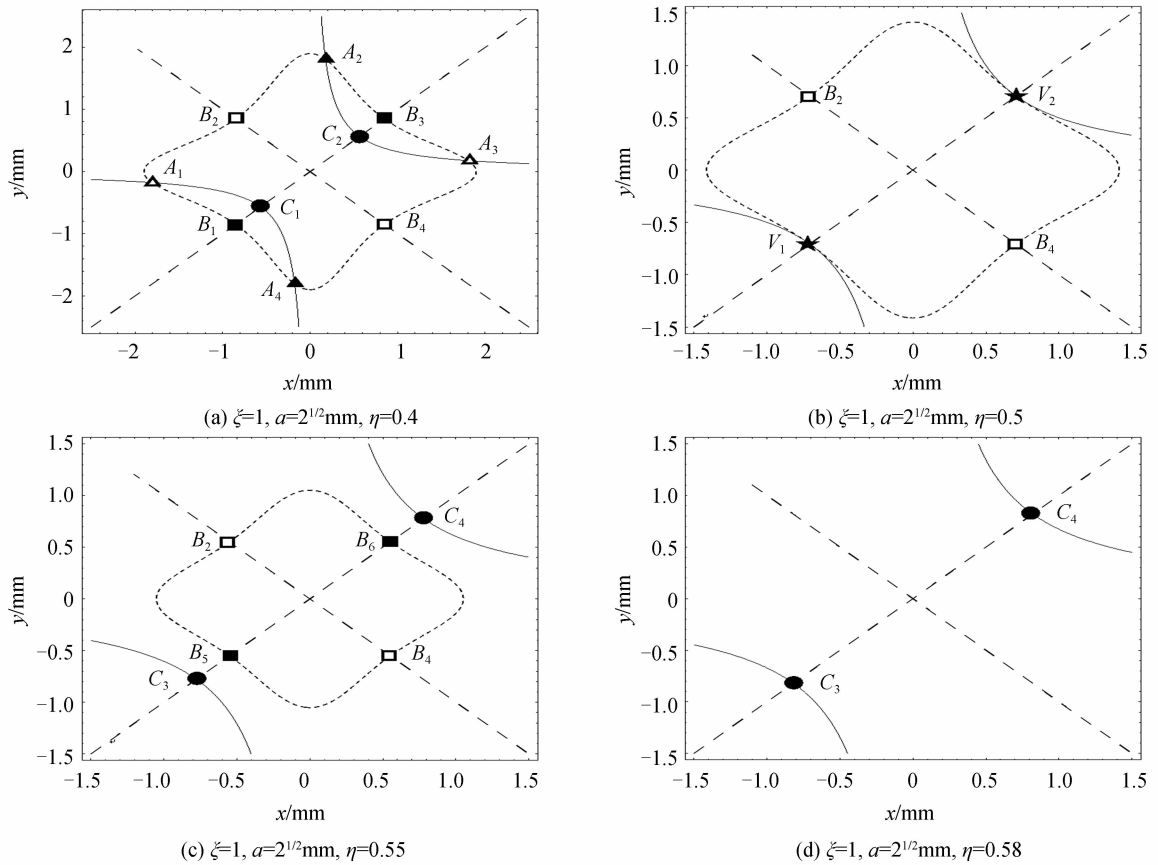


图 2 非相干叠加场合成 Stokes 奇点的轨迹图

Fig. 2 The trajectories of composite Stokes singularities in incoherently superimposed fields

3 结论

本文研究了振幅比对相干叠加场和非相干叠加场合成 Stokes 奇点的影响. 结果表明在两种叠加模式下, 合成 Stokes 奇点的奇点指数之和均守恒. 相干叠加场和非相干叠加场, $z=0$ 平面上, 都有两个位于 $(\pm a, 0)$ 的相同 S_{12} (C 点), S_{31} 奇点随振幅比的变化有位置的移动.

在相干叠加场中, 相对位相对奇点演化的影响与文献[21]类似, 也会产生 C 线, 且越过 C 线时, C 点的奇点指数发生反转. 在 $z=0$ 平面上, $\beta=\pi, \eta=1$ 时, 还出现矢量奇点 V. 但与文献[21]不同的是, 当振幅比 $\eta \neq 1$ 时, C 点, S_{23} 和 S_{31} 奇点的奇点指数会发生反转, 且在 $z>0$ 平面上, 两个奇点指数相同的 S_{23} 奇点, 由于相互碰撞而产生奇点指数加倍的 S_{23} 奇点. 研究中还发现, 相干叠加场中合成 Stokes 奇点的偏振度不随振幅比变化, 始终为 1. 在非相干叠加场中, 在 $z>0$ 平面上, 振幅比的改变会引起 S_{12} (C 点), S_{23} 和 S_{31} 奇点的碰撞, 从而形成不稳定的矢量奇点 V 点, V 点随振幅比 η 的改变会重新分裂为 C 点和 S_{23} 奇点. 其中, C 点的旋向性发生反转. 随振幅比 η 的进一步增加, 奇点指数相反的 S_{23} 奇点发生碰撞湮灭, 最后光场中只剩下两个左旋 C 点. 非相干叠加场中合成 Stokes 奇点的偏振度 P 随

振幅比变化, 其值始终小于 1. 本文的结果有助于选择合适的振幅比参量以实现合成 Stokes 奇点的控制.

参考文献

- [1] POLYANSKII P V. Some current views on singular optics [C]. Washington: Proceeding of the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 2004, **5477**: 31-40.
- [2] PU Ji-xiong, ZHANG Hui-hua H, NEMOTO S. Spectral shifts and spectral switches of partially coherent light passing through an aperture[J]. *Optics Communications*, 1999, **162** (1): 57-63.
- [3] GBUR G, VISSER T D, WOLF E. Anomalous behavior of spectra near phase singularities of focused waves[J]. *Physical Review Letters*, 2001, **88**(1): 013901.
- [4] PONOMARENKO S A, WOLF E. Spectral anomalies in a Fraunhofer diffraction pattern[J]. *Optics Letters*, 2002, **27** (14): 1211-1213.
- [5] NYE J F, BERRY M V. Dislocations in wave trains[J]. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 1974, **336** (1605): 165-190.
- [6] NYE J F. Natural focusing and the fine structure of light[M]. Bristol: Institute of Physics Publishing, 1999.
- [7] BERRY M V, DENNIS M R. Polarization singularities in isotropic random vector waves[J]. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2001, **457**(2005): 141-155.
- [8] MOKHUN A I, SOSKIN M S, FREUND I. Elliptic critical points: C-points, a -lines, and the sign rule [J]. *Optics Letters*, 2002, **27**(12): 995-997.
- [9] FREUND I, MOKHUN A I, SOSKIN M S, et al. Stokes

- singularity relations[J]. *Optics Letters*, 2002, **27**(7): 545-547.
- [10] SOSKIN M S, DENISENKO V, FREUND I. Optical polarization singularities and elliptic stationary points[J]. *Optics Letters*, 2003, **28**(16): 1475-1477.
- [11] KESSLER D A, FREUND I. Lissajous singularities[J]. *Optics Letters*, 2003, **28**(2): 111-113.
- [12] FREUND I. Emergent polarization singularities[J]. *Optics Letters*, 2004, **29**(6): 539-541.
- [13] SCHOONOVER R W, VISSER T D. Polarization singularities of focused, radially polarized fields[J]. *Optics Express*, 2006, **14**(12): 5733-5745.
- [14] DENNIS M R, O'HOLLERAN K, PADGETT M J. Singular optics: Optical vortices and polarization singularities [J]. *Progress in Optics*, 2009, **53**(9): 293-363.
- [15] FREUND I. Poincaré vortices[J]. *Optics Letters*, 2001, **26**(24): 1996-1998.
- [16] YAN Hong-wei, LÜ Bai-da. Propagation of spectral stokes singularities of stochastic electromagnetic beams through atmospheric turbulence[J]. *Applied Physics B*, 2010, **99**(4): 809-815.
- [17] ZHANG Guo-wen, PU Ji-xiong, SERKAN Sahin, *et al.* The spectral degree of cross-polarization of stochastic electromagnetic beams[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(8): 2093-2098.
- 张国文, 蒲继雄, SERKAN Sahin 等. 部分相干电磁光束的光谱交叉偏振度[J]. *光子学报*, 2009, **38**(8): 2093-2098.
- [18] ZHANG Guo-wen, CHEN Zi-yang, PU Ji-xiong. Characteristic of polarization in Young's double-slit interference experiment illuminated by partially coherent electromagnetic beams[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(4): 941-946.
- 张国文, 陈子阳, 蒲继雄. 部分相干电磁光束在杨氏双缝实验中的偏振特性[J]. *光子学报*, 2009, **38**(4): 941-946.
- [19] LIN Hui-chuan, PU Ji-xiong. Change of polarization of vortex beams induced by diffraction effect[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(8): 2087-2092.
- 林惠川, 蒲继雄. 衍射效应诱导涡旋光束的偏振变化[J]. *光子学报*, 2007, **38**(8): 2087-2092.
- [20] YAN Hong-wei, HE De, LÜ Bai-da. Evolution of emergent C-points, L-lines, and C-lines in free space [J]. *Chinese Physics B*, 2012, **21**(5): 054202.
- [21] HE De, GAO Zeng-hui, LIAN Xiao-xu, *et al.* Composite stokes singularities in coherently and incoherently superimposed vector optical fields [J]. *Optics Communications*, 2012, **285**(21): 4215-4222.
- [22] FREUND I. Wave field phase singularities: the sign principle [J]. *Physical Review A*, 1994, **50**(6): 5164-5172.