

doi:10.3788/gzxb20134208.0916

# 噪音工业计算机断层图像中追踪 三维边缘曲面

马瑜<sup>1</sup>, 张艳宁<sup>1</sup>, 王利生<sup>2</sup>

(1 西北工业大学 计算机学院 陕西省语音与图像信息处理重点实验室, 西安 710129)

(2 上海交通大学 电子信息与电气工程学院 图像处理与模式识别研究所, 上海 200240)

**摘 要:**提出了基于分数阶积分去噪的工业计算机断层切片图像中三维边缘曲面追踪算法. 由于二维分数阶积分在去噪的同时能够很好地保持二维图像细节信息, 且计算量较小, 采用离散模板滤波形式去噪, 效果良好. 因此本文将二维分数阶积分连续理论推广至三维, 利用二维分数阶积分傅里叶变换的可分离性, 推导出三维离散去噪滤波模板, 加入至三维边缘曲面追踪算法, 克服了传统算法中 Laplacian 算子对噪音比较敏感的缺点. 由于三维分数阶积分具有良好的去噪能力, 可有效抑制噪音. 实验结果表明, 本文提出的基于三维分数阶积分去噪的算法能够从噪音污染工业计算机断层图像切片图像中追踪出高准确度的边缘曲面, 有效改进了边缘曲面追踪算法易受噪音干扰影响的缺陷, 通过体数据峰值信噪比和视觉效果比较, 本文提出的算法性能优于基于三维高斯去噪的三维图像边缘曲面追踪算法.

**关键词:**工业计算机断层图像; 三维分数阶积分; 去噪; 边缘曲面追踪; 三维高斯算子

**中图分类号:** TP391.4

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1004-4213(2013)08-0916-8

## Three Dimensional Edge Surfaces Tracked from Noisy Industrial CT Slice Images

MA Yu<sup>1</sup>, ZHANG Yan-ning<sup>1</sup>, WANG Li-sheng<sup>2</sup>

(1 Shan'anxi Provincial Key Laboratory of Speech & Image information Processing, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

(2 Institute of Image Processing and Pattern Recognition, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** A 3D edge surface denoised tracking algorithm is proposed to reconstruct high accuracy edge surfaces from the noisy industrial CT slices based on the 3D fractional-order integral. The 2D fractional-order integral method has effective denoising ability to preserves the texture detail of the image, and it has low computation complexity and easy implementation due to the filtering mask. In this paper, the 2D fractional-order integral has been extended to three-dimensional images, its 3D continuous theory and the discrete filtering masks are also proposed, we call it volumetric fractional-order integral. Since the Laplacian operator shows the sensitivity to the noise, the traditional 3D edge surface tacking method cannot extract the high precision 3D edge surface from noisy slice images effectively, the 3D fractional-order integral is added to the tracking method to overcome the existed shortcoming. Our method is able to detect and extract the 3D edge surface of sub-voxel accuracy from the 2D noisy industrial CT slice images. The experiments have reported very encouraging results according to signal noise ratio and visual effect by comparing it to the tacking method based on 3D Gaussian denosing method.

**基金项目:**国家自然科学基金(No. 31060233)和宁夏回族自治区 2012 年科技支撑计划项目资助

**第一作者:**马瑜(1974-),男,副教授,博士研究生,主要研究方向为三维生物医学图像可视化、模式识别等. Email: mayu.ningxia@gmail.com

**导 师:**张艳宁(1968-),女,教授,博导,主要研究方向为计算机视觉和模式识别研究. Email: ynzhang@nwpu.edu.cn

**通讯作者:**王利生(1968-),男,教授,博导,主要研究方向为图像图形处理、三维生物医学图像的分析与可视化等. Email: lswang@sjtu.edu.cn

**收稿日期:** 2013-03-29; **录用日期:** 2013-06-05

**Key words:** Industrial CT slice images; 3D fractional-order integral; Denoising; Edge surface tracking; 3D Gaussian calculus

## 0 引言

近年来,计算机断层图像(Computerized Tomography, CT)、核磁共振图像(Nuclear Magnetic Resonance Image, MRI)、正电子发射计算机断层图像(Positron Emission Tomography, PET)以及共焦显微图像的三维重构及可视化研究发展迅速<sup>[1-4]</sup>.其中,工业CT图像技术在工业无损检测、无损质量评价、新产品研究和开发等方面具有重要价值,可广泛应用于航天、军工、国防、石油、汽车、材料等高科技领域及重要的行业部门.

工业CT三维图像重构技术能精密、准确地再现物体内部的三维立体结构,能够定量地无损检测出物体内部的尺寸、材质等特性,如缺陷的位置及尺寸、密度的分布及变化,物体的杂质及分布等.三维CT图像边缘曲面的检测就是利用一系列的二维工业CT断层切片进行边缘识别,通过重构边缘曲面还原出被检测物体的三维图像,然后进行定性和定量分析.但是,由于二维CT切片设备在采集和传输数据的过程中不可避免会产生噪音,严重影响了三维CT图像边缘曲面的检测、抽取和可视化质量.因此在边缘曲面重构过程中必须有效抑制CT设备采集的切片噪音,才能够重构三维高准确度、高质量的边缘曲面图像.

三维边缘曲面重构算法具有无损性、高准确度等特性,在三维重构和可视化过程中具有重要作用.文献[5]和[6]中的三维边缘曲面重构算法基于梯度和Laplacian算子可准确检测并重构三维边缘,但梯度模值阈值的准确设置是难点.若梯度模值阈值取过小,虽然能够抽取大量三维细节纹理结构,但由此产生的三维噪音结构会影响目标边缘曲面结构;相反,若阈值设置过大,则导致重构的结果边缘曲面表面出现洞<sup>[5]</sup>.根据文献[7]中三维数据场中相邻立方体共面原理,利用三维区域增长法追踪到高准确度边缘曲面算法<sup>[7]</sup>,减少了由于梯度模值阈值设置过小而产生的噪音伪曲面片.另外,考虑到CT图像在实际使用过程中,用户对某个特定目标或区域更感兴趣,而非全部边缘曲面.马瑜和张艳宁等人在此算法研究基础上,继续改进上述追踪抽取算法.即在二维切片区交互式选取感兴趣区域(Region Of Interesting, ROI),追踪出三维ROI区域目标.但是,在上述三维边缘曲面算法及其诸多改进算法中并未考虑到切片噪音.因此文献[8]提出了基于三维高斯去噪的三维边缘曲面追踪算法,一定程度上克

服三维边缘曲面追踪算法中Laplacian算子对噪音比较敏感的缺点,但去噪效果较差.本文提出基于三维分数阶积分去噪的边缘曲面追踪算法更加高效和简洁,其性能也优于基于三维高斯去噪的边缘曲面追踪算法.

分数阶微分和积分理论提出至今已经有300多年的历史了,但在现代信号处理和数字图像处理的应用则兴起于近十几年<sup>[9-13]</sup>.分数阶积分在图像去噪方面具有简洁性和高效性,在去噪中不用估计图像中噪音方差,而是直接对其滤波去噪,另外,其良好去噪能力也表现在去噪的同时能够很好地保留图像的边缘细节信息.基于分数阶积分去噪算法研究也成为近年来图像去噪研究的新方向和热点,并有大量的研究文献和成果出现<sup>[8-9,11-12]</sup>.但是,已有的研究理论和成果均是基于二维数据(图像),本文将二维分数阶积分去噪理论推广到三维数据(图像),并推导出三维分数阶离散模板,在此称之为3DFI(Three Dimensional Fractional-Order Integral)用于改进传统三维图像边缘曲面抽取算法,克服其Laplacian算子对噪音具有天然敏感的缺点.基于三维分数阶积分去噪的边缘曲面追踪算法可从噪音污染CT切片图像中有效追踪到高准确度边缘曲面模型.

## 1 连续分数阶积分

### 1.1 分数阶积分理论概述

分数阶微积分在复杂模型的实现方面优于整数阶微积分,在近几十年得到快速发展.在数字信号处理领域,分数阶微积分则是集数学、电子信息、计算机科学和其它学科的交叉新兴学科<sup>[13-15]</sup>.基于分数阶积分的去噪理论与其它去噪算法相比也具有较大优势<sup>[15-17]</sup>.但是,基于分数阶积分去噪的理论和研究成果只在二维图像领域,本文将二维分数阶积分推广至三维(3DFI).将3DFI加入到三维边缘曲面追踪算法,可从噪音污染工业CT切片图像中追踪出亚体素准确度边缘曲面模型.

### 1.2 二维分数阶积分数学推导

在欧氏测度下,分数阶微积分定义有Grünwald-Letnikov, Riemann-Liouville和Caputo definitions三种形式,特别是Riemann-Liouville(R-L)定义,近年来被广泛研究和应用.

信号 $s(x)$ 的 $\nu$ 阶积分为<sup>[10-11,15]</sup>

$$I_{R-L}^{\nu} s(x) = \frac{1}{\Gamma(-\nu)} \int_a^x (x-\xi)^{-\nu-1} s(\xi) d\xi \quad (1)$$

式中,  $\nu < 0, \xi > a, \Gamma(\nu)$  是 Euler-gamma 函数. 将连续积分转换为离散积分, 首先函数  $s(x)$  的积分区间设为  $[0, x]$ , 则式(1)可以写为

$$I_{R-L}^{\nu} s(x) = \frac{1}{\Gamma(-\nu)} \int_0^x \frac{s(\xi)}{(x-\xi)^{\nu+1}} d\xi = \frac{1}{\Gamma(-\nu)} \int_0^x \frac{s(x-\xi)}{(\xi)^{\nu+1}} d\xi \quad (2)$$

将  $[0, x]$  分为  $N$  部分, 当  $N$  足够大时, 可得到近似积分公式为

$$I_{R-L}^{\nu} s(x) \cong \frac{1}{\Gamma(-\nu)} \sum_{k=0}^{N-1} \int_{kx/N}^{(k+1)x/N} \frac{s(x-\xi)}{(\xi)^{\nu+1}} d\xi \quad (3)$$

其中, 由式(4)可以得到式(5).

$$\begin{aligned} \int_{kx/N}^{(k+1)x/N} s(\xi) d\xi &\cong \frac{s(kx/N) + s((k+1)x/N)}{2} \cdot \\ \int_{kx/N}^{(k+1)x/N} d\xi &= \frac{s(kx/N) + s((k+1)x/N)}{2} \frac{x}{N} \quad (4) \\ \int_{kx/N}^{(k+1)x/N} \frac{s(x-\xi)}{(\xi)^{\nu+1}} d\xi &\cong \frac{s(x-kx/N) + s(x-(k+1)x/N)}{2} \cdot \\ \int_{kx/N}^{(k+1)x/N} \frac{1}{(\xi)^{\nu+1}} d\xi &= \frac{s(x-kx/N) + s(x-(k+1)x/N)}{-2\nu} \cdot \\ &\left[ \left( \frac{(k+1)x}{N} \right)^{-\nu} - \left( \frac{kx}{N} \right)^{-\nu} \right] \quad (5) \end{aligned}$$

将式(5)代入式(3)得

$$\begin{aligned} I_{R-L}^{\nu} s(x) &= \frac{1}{\Gamma(\nu)} \int_a^x (x-\xi)^{\nu-1} s(\xi) d\xi \cong \\ &\frac{1}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} s(x) + \frac{1}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} \cdot \\ &\sum_{k=1}^{N-1} ((k+1)^{-\nu} - (k-1)^{-\nu}) s(x-k), \nu < 0 \quad (6) \end{aligned}$$

由于二维图像  $f(x, y)$  是二维信号, 有  $x, y$  轴两个方向, 以  $x, y$  两个变量对应的坐标轴负方向为例, 则可得到式(7)和式(8).

$$\begin{aligned} J_{R-L}^{\nu} f(x_-, y) &= \frac{1}{\Gamma(-\nu)} \int_a^x (x-\tau)^{-\nu-1} f(\tau, y) d\tau \cong \\ &\frac{1}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x, y) + \frac{1}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} \cdot \\ &\sum_{k=1}^{N-1} ((k+1)^{-\nu} - (k-1)^{-\nu}) f(x-k, y), \nu < 0 \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{R-L}^{\nu} f(x, y_-) &= \frac{1}{\Gamma(-\nu)} \int_a^y (y-\tau)^{-\nu-1} f(x, \tau) d\tau \cong \\ &\frac{1}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x, y) + \frac{1}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} \cdot \\ &\sum_{k=1}^{N-1} ((k+1)^{-\nu} - (k-1)^{-\nu}) f(x, y-k), \nu < 0 \quad (8) \end{aligned}$$

将式(7)与(8)展开, 根据文献[17]的研究结果和推广的 Srivastava-Owa 分数阶积分形式<sup>[18]</sup>, 可得式(9)和式(10), 即二维分数阶积分的离散形式.

$$\begin{aligned} J_{R-L}^{\nu} f(x_-, y) &= \frac{1}{\Gamma(-\nu)} \int_a^x (x-\tau)^{-\nu-1} f(\tau, y) d\tau \cong \\ &\frac{1}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x, y) + \frac{2^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} \cdot \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &f(x-1, y) + \frac{3^{-\nu} - 1^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x-2, y) + \\ &\frac{4^{-\nu} - 2^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x-3, y) + \dots + \\ &\frac{n^{-\nu} - (n-2)^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x-n+1, y), \nu < 0 \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{R-L}^{\nu} f(x, y_-) &= \frac{1}{\Gamma(-\nu)} \int_a^y (y-\tau)^{-\nu-1} f(x, \tau) d\tau \cong \\ &\frac{1}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x, y) + \frac{2^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} \cdot \\ &f(x, y-1) + \frac{3^{-\nu} - 1^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x, y-2) + \\ &\frac{4^{-\nu} - 2^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x, y-3) + \dots + \\ &\frac{n^{-\nu} - (n-2)^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x, y-n+1), \nu < 0 \quad (10) \end{aligned}$$

### 1.3 三维分数阶积分

与一维情况推广至二维情况相似, 由二维傅里叶变换作用的可分离性, 可得到二维分数阶积分运算的可分离性假设<sup>[11-12]</sup>, 将此性质推广至三维. 因此, 对于三维信号  $f(x, y, z)$ , 以  $x$  轴、 $y$  轴和  $z$  轴负方向为例, 则可得

$$\begin{aligned} I_{R-L}^{\nu} f(x_-, y, z) &= \frac{1}{\Gamma(-\nu)} \int_a^x (x-\tau)^{-\nu-1} f(\tau, y, z) d\tau \cong \\ &\frac{1}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x, y, z) + \frac{1}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} \cdot \\ &\sum_{k=1}^{N-1} ((k+1)^{-\nu} - (k-1)^{-\nu}) f(x-k, y, z) \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{R-L}^{\nu} f(x, y_-, z) &= \frac{1}{\Gamma(-\nu)} \int_a^y (y-\tau)^{-\nu-1} f(x, \tau, z) d\tau \cong \\ &\frac{1}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x, y, z) + \frac{1}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} \cdot \\ &\sum_{k=1}^{N-1} ((k+1)^{-\nu} - (k-1)^{-\nu}) f(x, y-k, z) \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{R-L}^{\nu} f(x, y, z_-) &= \frac{1}{\Gamma(-\nu)} \int_a^z (z-\tau)^{-\nu-1} f(x, y, \tau) d\tau \cong \\ &\frac{1}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x, y, z) + \frac{1}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} \cdot \\ &\sum_{k=1}^{N-1} ((k+1)^{-\nu} - (k-1)^{-\nu}) f(x, y, z-k) \quad (13) \end{aligned}$$

同理, 展开式(11)~(13)可得到三维分数阶积分分为

$$\begin{aligned} I_{R-L}^{\nu} f(x_-, y, z) &= \frac{1}{\Gamma(-\nu)} \int_a^x (x-\tau)^{-\nu-1} f(\tau, y, z) d\tau \cong \\ &\frac{1}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x, y, z) + \frac{2^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} \cdot \\ &f(x-1, y, z) + \frac{3^{-\nu} - 1^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x-2, y, z) + \\ &\frac{4^{-\nu} - 2^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x-3, y, z) + \dots + \\ &\frac{n^{-\nu} - (n-2)^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x-n+1, y, z), \nu < 0 \quad (14) \end{aligned}$$

$$I_{R-L}^{\nu} f(x, y, z) = \frac{1}{\Gamma(-\nu)} \int_a^t (y-\tau)^{-\nu-1} f(x, \tau, z) d\tau \cong \frac{1}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x, y, z) + \frac{2^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} \cdot f(x, y-1, z) + \frac{3^{-\nu}-1^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x, y-2, z) + \frac{4^{-\nu}-2^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x, y-3, z) + \dots + \frac{n^{-\nu}-(n-2)^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x, y-n+1, z), \nu < 0 \quad (15)$$

$$I_{R-L}^{\nu} f(x, y, z) = \frac{1}{\Gamma(-\nu)} \int_a^t (z-\tau)^{-\nu-1} f(x, y, \tau) d\tau \cong \frac{1}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x, y, z) + \frac{2^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} \cdot f(x, y, z-1) + \frac{3^{-\nu}-1^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x, y, z-2) + \frac{4^{-\nu}-2^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x, y, z-3) + \dots + \frac{n^{-\nu}-(n-2)^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} f(x, y, z-n+1), \nu < 0 \quad (16)$$

## 2 分数阶积分离散理论

### 2.1 二维分数阶积分离散模板

在二维图像中,分数阶积分滤波模板系数<sup>[12,17]</sup>除上述  $x, y$  轴负方向外,还有其它六个方向.若记  $x, y$  轴负方向为  $180^{\circ}, 270^{\circ}$ ,则其它六个方向分别是:  $0^{\circ}, 45^{\circ}, 90^{\circ}, 135^{\circ}, 225^{\circ}, 315^{\circ}$ .如图 1 所示.

如果标记模板上的系数分别为:  $\Phi_0(k), \Phi_{45}(k), \Phi_{90}(k), \Phi_{135}(k), \Phi_{180}(k), \Phi_{225}(k), \Phi_{270}(k)$  和  $\Phi_{315}(k)$ ,其中  $k(k=1 \dots n)$  代表某个滤波模板上的第  $k$  个位置的系数,容易得出:  $\Phi_0(0) \dots \Phi_0(n)$  分别用来描述的是图 1 (a) 中不同位置的系数  $\Phi_0 \dots \Phi_n$ ,同理,图 1 (h) 中不同位置的系数  $\Phi_0 \dots \Phi_n$  可用  $\Phi_{315}(0) \dots \Phi_{315}(n)$  来表示.由公式(9)和(10),系数可定义为

$$\Phi_n(k) = \frac{k^{-\nu} - (k-2)^{-\nu}}{\Gamma(-k)(-2k)} \quad (17)$$

利用式(17)中的不同位置系数,可得 8 个方向上的滤波结果为

$$\begin{cases} H_0(i, j) = \sum_{k=1}^n f_k(i, j) * \Phi_0(k) \\ \dots \\ H_{315}(i, j) = \sum_{k=1}^n f_k(i, j) * \Phi_{315}(k) \end{cases} \quad (18)$$

式中,  $H_{\epsilon}(i, j)$  是  $\epsilon$  方向上的卷积之和,  $\epsilon = 0^{\circ}, 45^{\circ}, 90^{\circ}, 135^{\circ}, 180^{\circ}, 225^{\circ}, 270^{\circ}, 315^{\circ}$ ,  $f_m(i, j)$  是图像中第  $m$  个像素的灰度值.  $\Phi_n(k)$  是  $n$  方向上的第  $k$  个模板系数,  $n = 0^{\circ}, 45^{\circ}, 90^{\circ}, 135^{\circ}, 180^{\circ}, 225^{\circ}, 270^{\circ}, 315^{\circ}$ ,  $\Phi_n(0), \Phi_n(1) \dots \Phi_n(n)$  对应图 1(a)~(h) 中的  $\Phi(0), \Phi(1) \dots \Phi(n)$ .

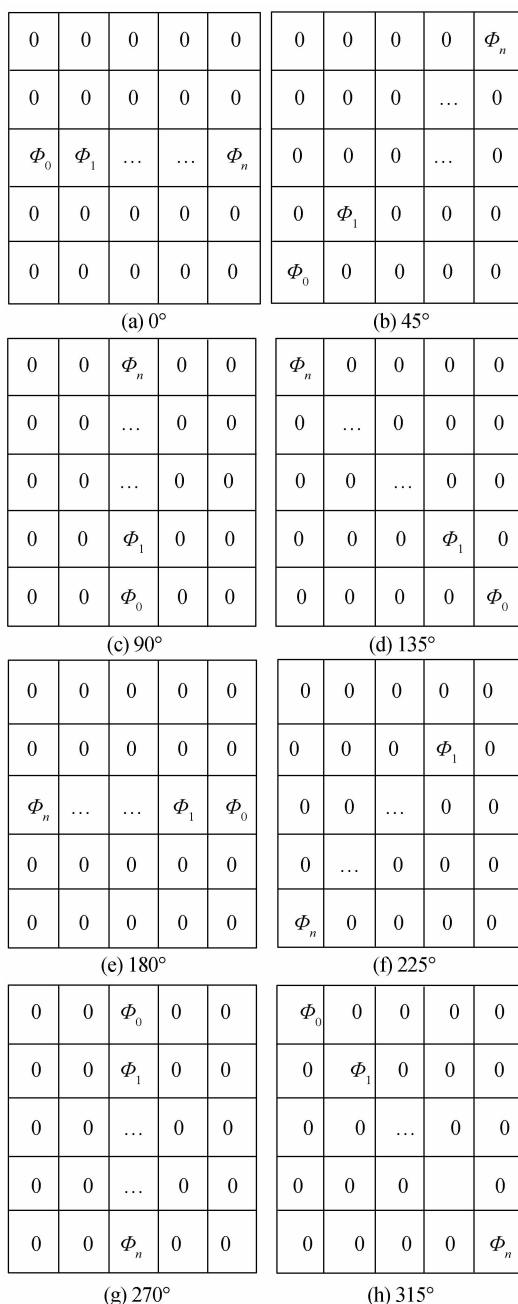


图 1 二维分数阶积分 8 个方向上的滤波模板  
Fig. 1 Eight-direction filtering masks of the 2D fractional-order integral

如果用分数阶积分滤波模板与二维图像中的任一像素点的八个相邻方向上的像素灰度值分别进行滤波卷积操作,并对所有乘积计算平均值后,即对式(18)中的  $H_0(i, j) \dots H_{315}(i, j)$  求算术平均值的结果就是此像素点的分数阶积分逼近值.在二维图像上移动滤波模板直至对所有像素点执行滤波卷积操作,即从左上角像素开始最后到右下角像素结束的所有符合卷积操作的像素点执行卷积操作,可得二维分数阶积分去噪结果<sup>[11,17]</sup>.

### 2.2 三维分数阶积分离散模板

考虑到三维空间信息和二维分数阶积分理论离

散模板,我们可将二维分数阶积分离散模板推广至三维并得到三维分数阶积分离散模板(见图2)。

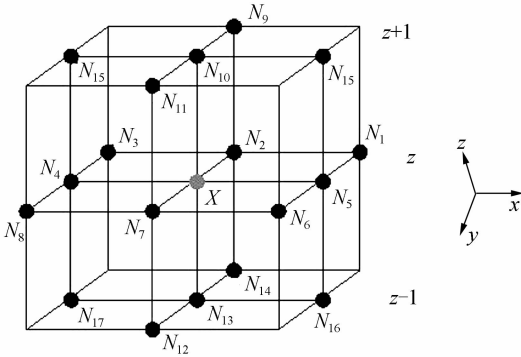


图2 三维空间的18个方向  
Fig. 2 Eighteen-direction in 3D space

在图2中,共有三层切片,分别是第 $z-1$ 、 $z$ 和 $z+1$ 层.三维空间中,以体素 $X$ 的相邻体素描述方向,一个相邻体素代表一个方向,18个相邻体素就是18个方向.体素 $X$ 在 $x$ -axis方向上的相邻体素为 $N_4, N_5$ ,在 $y$ -axis方向上的相邻体素为 $N_2, N_7$ , $z$ -axis方向上是 $N_{10}, N_{13}$ ,体素点 $X$ 在以下三个平面内的相邻体素有

$xy$ 平面: $N_1, N_3, N_8, N_6$ ;

$xz$ 平面: $N_{15}, N_{16}, N_{17}$ ;

$yz$ 平面: $N_9, N_{11}, N_{12}, N_{14}$ .

由上述可知,体素 $X$ 在三维空间中共有18个相邻体素,即对应18个方向,其对应模板系数为: $\Psi_{N_m}(k), m=1, 2, \dots, 18$ ,考虑到三维数据场数据规模可能导致较大的计算量,会降低算法效率,在此,每个方向只取4个体素进行模板滤波,即 $k=4$ .每个方向上的滤波结果可表示为

$$\begin{cases} V_{N_{18}}(i, j, k) = \sum_{m=1}^4 F_m(i, j, k) * \Psi_{N_{18}}(k), \\ \dots \\ V_{N_{12}}(i, j, k) = \sum_{m=1}^4 F_m(i, j, k) * \Psi_{N_{14}}(k), \end{cases} \quad (19)$$

式中, $V_{N_m}(i, j, k)$ 是 $N_m$ 方向上的滤波之和, $m=1, 2, \dots, 18$ , $F_m(i, j, k)$ 表示的是三维图像中每个方向上第 $m$ 个体素的灰度值.

由于每个方向上我们取4个相邻体素,因此总计有72个相邻体素. $\Psi_{N_m}(k)$ 是第 $N_m$ 个方向上的模板系数, $m=1, 2, \dots, 18$ .与二维图像模板系数类似,由式(14)~(16)可得

$$\Psi_{N_m}(n) = \frac{n^{-\nu} - (n-2)^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)(-2\nu)} \quad (20)$$

根据式(19),用18个方向上的分数阶积分去噪模板对72个相邻体素进行滤波操作,计算所有方向上滤波结果的算术平均值,可得到三维体素 $X$ 的分

数阶积分逼近值 $I(i, j, k)$ 为

$$I(i, j, k) = \frac{1}{18} \sum_{\epsilon=1}^{18} V_{\epsilon}(i, j, k) \quad (21)$$

式中, $V_{\epsilon}(i, j, k)$ 是式(19)的计算结果.

式(21)中的 $I(i, j, k)$ 就是三维分数阶积分滤波结果,即3DFI滤波结果.重复上述体素滤波操作直至三维图像所有体素被执行滤波,若三维图像体数据规模为 $m * n * l$ ,共执行 $m * n * l$ 次卷积滤波.为了检验分数阶积分滤波效果,在此对三维图像数据场加入了高斯噪音,利用分数阶积分模板进行滤波,最后定义三维PSNR用来评估本文算法.

### 3 边缘曲面重构

#### 3.1 边缘曲面追踪算法

三维边缘曲面追踪算法数学模型为

$$\begin{cases} \nabla^2 f(x, y, z) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \\ \|\nabla f(x, y, z)\| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2} \end{cases} \quad (22)$$

式中, $f(x, y, z)$ 为三维图像体数据, $\nabla^2 f(x, y, z)$ 是三维函数 $f(x, y, z)$ 的Laplacian算子, $\|\nabla f\|$ 是函数 $f(x, y, z)$ 的梯度模值.在三维图像中,Laplacian算子可检测并抽取特殊的三维边缘曲面零交叉等值面. $\|\nabla f(x, y, z)\|$ 可保证追踪到高亮度值的边缘曲面,在此,梯度模值和Laplacian值均是离散值.三维边缘曲面追踪数学模型的详细描述见文献[5]和[7].

#### 3.2 基于三维高斯去噪的边缘曲面追踪算法

由于式(22)未考虑噪音,文献[8]利用三维高斯算子改进传统边缘曲面追踪算法,使之具有去噪功能,三维高斯算子是经典的平滑算子,可通过平滑因子来调整平滑程度.三维高斯算子描述为

$$G(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3} \sigma^3} e^{-\frac{(x^2+y^2+z^2)}{2\sigma^2}} \cdot f(x, y, z) \quad (23)$$

式中, $G(x, y, z)$ 是三维函数 $f(x, y, z)$ 高斯算子平滑结果, $f(x, y, z)$ 是三维图像, $\sigma$ 是平滑因子. $f(x, y, z)$ 经过高斯平滑后变成 $G(x, y, z)$ ,再利用边缘的曲面追踪方法追踪边缘曲面.基于3D高斯去噪的三维边缘曲面追踪算法为

$$\begin{cases} \nabla^2 G(x, y, z) = \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} \\ \|\nabla G(x, y, z)\| = \sqrt{\left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial z}\right)^2} \end{cases} \quad (24)$$

#### 3.3 基于三维分数阶积分去噪的边缘曲面追踪算法

基于三维分数阶积分(3DFI)去噪的边缘曲面追踪算法步骤描述如下:

- 1) 利用 3DFI 对三维切片进行去噪滤波;
- 2) 利用 3.1 节中描述的理论追踪三维边缘曲面;
- 3) 计算三维边缘曲面片并将其三角片化;
- 4) 通过计算机图形学技术可视化三维边缘曲面.

三维函数  $f(x, y, z)$  经过 3DFI 滤波去噪后变为  $I(i, j, k)$ , 即式(21)的计算结果, 再从  $I(i, j, k)$  中追踪边缘曲面. 基于 3DFI 去噪的边缘曲面追踪算法描述为

$$\begin{cases} \nabla^2 I(i, j, k) = \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial z^2} \\ \|\nabla I(i, j, k)\| = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial z}\right)^2} \end{cases} \quad (25)$$

## 4 实验结果

二维图像中, 峰值信噪比 (Peak Signal-to-Noise Ratio, PSNR) 和均方误差 (Mean Square Error, MSE) 用来评估二维图像去噪效果. 三维图像中, 用体数据信噪比 (Volumetric Peak Signal-to-Noise Ratio, VPSNR) 和体数据均方误差 (Volumetric Mean Square Error, VMSE) 评估三维图像去噪效果, 定义为

$$VPSNR = 10 \lg(\max(I, \bar{I})^2 / VMSE) \quad (26)$$

式中

$$VMSE = m * n * l * \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l (I(i, j, k) - \bar{I}(i, j, k))^2$$

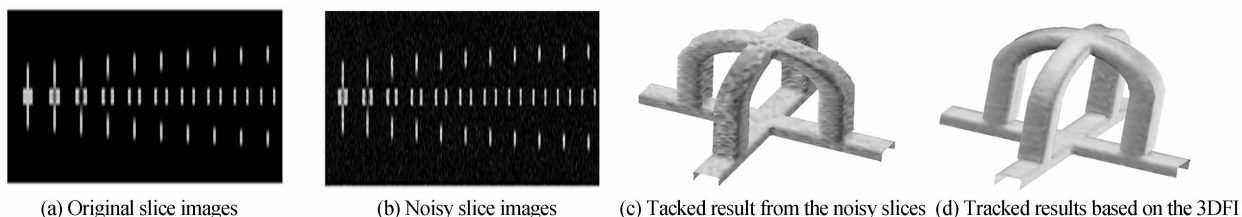


图 3 基于 3DFI 去噪的边缘曲面追踪算法实验结果

Fig. 3 Experimental results of the edge surface tracking algorithm based on the 3DFI

第二组实验数据为工业 Engine 的 CT 切片图像, 数据规模为  $128 \times 128 \times 110$ . 图 4(a)、(b)、(c) 分别是轴状面、冠状面和矢状面视角的原始切片图像显示. 图 4(d) 是加入均值为 0, 方差为 0.01 的高斯噪音后的切片图像. 图 5(a)、(b) 和 (c) 是三种边缘

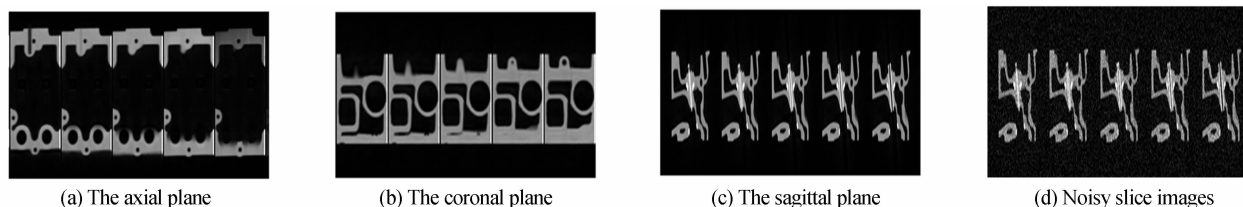


图 4 三种视角面切片图

Fig. 4 Original slice-stack images in three views

$k))^2$ ,  $m, n$  和  $l$  代表三维数据场规模,  $I(i, j, k)$  是源图像,  $\bar{I}(i, j, k)$  是去噪图像. 根据上式中 VPSNR 的定义可知, 其值越大, 去噪效果就越好.

### 4.1 基于 3DFI 去噪的边缘曲面追踪算法实验结果

为了验证算法, 在 CT 切片图像中加入了均值为 0, 方差为 0.01 的高斯噪音, 分别执行本文算法和基于 3D 高斯去噪的边缘曲面追踪算法, 并对两种实验结果进行比较. 实验硬件为 Pentium IV 2.6 GHz CPU, 2 Gbyte 内存, 软件环境则是 Visual C++ 6.0 和 OpenGL.

图 3 中实验数据为工业 SNY 的 CT 切片图像, 数据规模为  $64 \times 64 \times 64$ . 图 3(a) 是原始切片图像, 图 3(b) 是加入均值为 0, 方差为 0.01 的高斯噪音的切片图像. 图 3(c) 是原边缘曲面追踪算法从图 3(b) 中追踪的三维边缘曲面模型. 图 3(d) 描述的是本文算法结果, 分数阶积分的阶数为 -0.1. 原算法的三维图像均方误差 VMSE 和三维图像峰值信噪比 VPSNR 分别是 331.234 和 22.929, 而本文算法的 VMSE 和 VPSNR 分别是 249.330 和 24.181. 另外, 对比图 3(c) 和 (d), (d) 的效果明显好于 (c). 可以看出, 无论是实验数据对比分析还是视觉效果比较, 本文算法均优于原边缘曲面追踪算法.

曲面追踪算法从噪音污染的切片图像中追踪的边缘曲面模型. 原边缘曲面追踪算法结果如图 5(a) 所示. 图 5(b) 是基于 3D 高斯去噪的边缘曲面追踪算法结果. 而运用阶数为 -0.441 的本文算法追踪结果如图 5(c) 所示.

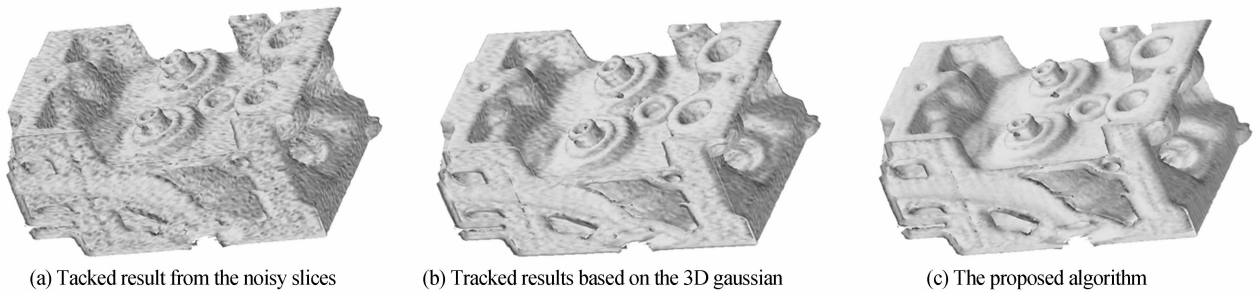


图5 不同算法追踪的三维图像边缘曲面结果

Fig. 5 The tracked results of the 3D edge surfaces by different methods

## 4.2 两种基于去噪的边缘曲面追踪算法比较

从视觉效果上对比可得,图5(c)去噪效果明显好于图5(b),即本文算法优于基于3D高斯去噪的边缘曲面追踪算法.以下将深入比较两种基于去噪的边缘曲面追踪算法.

在基于3D高斯去噪的边缘曲面追踪算法中,我们尝试取不同高斯平滑因子.在表1中,SF是高斯平滑因子,表中VMSE和VPSNR分别是去噪后追踪的边缘曲面对应的均方误差和峰值信噪比.从表中可以看出,当平滑因子取1.0时对应的VMSE和VPSNR分别是761.769和13.313,效果最差,而当平滑因子为0.5时实验效果最好,VMSE是344.662,VPSNR的值是22.757.

表1 基于3D高斯去噪的边缘曲面算法实验数据

Table 1 Experimental results from different smoothing factors of the 3D Gaussian smoothing calculus

SF	VMSE	VPSNR
1.2	946.992	18.367
1.0	761.769	13.313
0.8	705.524	19.646
0.6	429.307	21.803
0.5	344.662	22.757
0.4	466.198	21.445

表2中,本文算法追踪的边缘曲面模型的VPSNR是25.164,高于其它两种算法的22.305和22.757,说明去噪效果最好.

表2 三种边缘曲面追踪算法比较

Table 2 The volumetric MSE and PSNR of the three extraction methods

Method	VMSE	VPSNR
3D tracking method	382.444	22.305
3D Gaussian denoised	344.662	22.757
3DFI denoised	198.005	25.164

表3是取不同方差的噪音对应的两种算法结果,为噪音方差,表中第二列是基于3D分数阶积分去噪的边缘曲面对应的VPSNR,括号内的是分数阶阶数.第三列是基于3D高斯去噪的边缘曲面追踪算法结果,括号中是平滑因子.通过数据对比分

析,当取不同方差的噪音时,本文算法性能明显优于基于3D高斯去噪的边缘曲面追踪算法,可有效从噪音污染的切片图像中追踪高准确度三维边缘曲面.

表3 不同方差噪音污染的追踪结果

Table 3 The two tracked results with different variance of the noises

$\sigma$	3DFI( $\nu$ )	3D Gaussian(SF)
0.01	25.164(-0.004)	22.762(0.5)
0.02	22.836(-0.007)	21.456(0.5)
0.03	21.328(-0.001)	20.465(0.5)
0.04	20.226(-0.015)	19.687(0.5)
0.05	20.235(-0.15)	19.037(0.5)

## 5 结论

本文将二维分数阶积分推广至三维,推导出三维分数阶积分离散滤波模板,提出基于三维分数阶积分去噪的边缘曲面追踪算法,由于三维分数阶积分具有良好的去噪能力,在去噪的同时可很好地保留三维边缘曲面的边缘细节信息,并可克服原边缘曲面追踪算法中Laplacian算子对噪音具有敏感性,无法从被噪音污染的切片图像中重构高准确度边缘曲面模型的缺点.实验结果表明,本文提出的算法能从噪音污染的工业CT切片图像中追踪高准确度(亚体素准确度)的边缘曲面模型.与未去噪的边缘曲面追踪算法和基于三维高斯去噪的边缘曲面追踪算法比较,本文算法优于后两者.另外,推广的三维分数阶积分在3D电视和视频处理中具有良好的推广价值和广泛的应用前景.

### 参考文献

- [1] WAN Yuan-hong, ZHANG Jin, PU Dong-lin, *et al.* Making three-dimensional holograms with a novel digital method[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(7): 1268-1271.  
万远红, 张瑾, 浦东林, 等. 一种三维全息图的数字化实现方法[J]. *光子学报*, 2010, **39**(7): 1268-1271.
- [2] ZHAO Liang, LI Chang-hua, CHEN Deng-feng, *et al.* Three-dimension reconstruction technique of concrete CT images based on modified ray-casting[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(10): 1571-1576.  
赵亮, 李昌华, 陈登峰, 等. 基于改进光线投影算法的混凝土

- CT 三维重建研究[J]. 光子学报, 2011, **40**(10): 1571-1576.
- [3] XUE Dong-xu, YANG Yong, ZHANG Hui-min, *et al.* An improved algorithm for 3D reconstruction based on color CGHs of 3D objects using multiple projection view images[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(10): 1542-1546.  
薛东旭, 杨勇, 张慧敏, 等. 一种改进型视角投影图像彩色计算全息术的三维重构算法[J]. 光子学报, 2011, **40**(10): 1542-1546.
- [4] WEI Yong-chao, LIU Chang-hua, DU Dong. 3D points cloud object recognition based on surface segmentation[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **39**(12): 2268-2273.  
魏永超, 刘长华, 杜冬. 基于曲面分割的三维点云物体识别[J]. 光子学报, 2010, **39**(12): 2268-2273.
- [5] WANG L, BAI J, YING K. Adaptive approximation of the boundary surface of a neuron in confocal microscopy volumetric images [J]. *Medical and Biological Engineering and Computing*, 2003, **41**(5): 601-607.
- [6] WANG L, BAI J. A computational framework for approximating boundary surfaces in 3D biomedical images[J]. *IEEE Transactions Information Technology in Biomedicine*, 2007, **11**(6): 668-682.
- [7] MA Yu, WANG Li-sheng, TANG Yuan-yuan. A novel algorithm for tracking step-like edge surfaces within 3D images [J]. *Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics*, 2007, **19**(3): 329-333.  
马瑜, 王利生, 唐渊渊. 三维图像中阶梯型边缘曲面追踪算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2007, **19**(3): 329-333.
- [8] MA Yu, ZHANG Yan-ning, WANG You-gang, *et al.* An improved denoised 3D edge extraction operator within biomedical images [C]. Berling: CMSP 2012, Springer Communications in Computer and Information Science, 2012, **346**: 309-316.
- [9] AGRAWAL O P. Some generalized fractional calculus operators and their applications in integral equations [J]. *Fractional Calculus and Applied Analysis*, 2012, **15**(4): 700-711.
- [10] OLDHAM K B, SPANIER J. The fractional calculus[M]. Dover, 1974.
- [11] PU Y F, ZHOU J L, YUAN X. Fractional differential mask; a fractional differential-based approach for multiscale texture enhancement [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, **19**(2): 491-511.
- [12] PU Yi-fei, WANG Wei-xing, ZHOU Ji-liu, *et al.* Fractional-order derivative detection of texture of image and the realize of fractional-order derivative filtering[J]. *Science in China (Series E, Information Sciences)*, 2008, **38**(12): 2252-2272.  
蒲亦非, 王卫星, 周激流, 等. 数字图像纹理细节的分数阶微分检测及其分数阶微分滤波器实现[J]. 中国科学: E 辑, 2008, **38**(12): 2252-2272.
- [13] CUESTA E. Some advances on image processing by means of fractional calculus[M]. Nonlinear Science and Complexity, Netherlands: Springer, 2011: 265-271.
- [14] BAI J, FENG X C. Fractional-order anisotropic diffusion for image denoising [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, **16**(10): 2492-2502.
- [15] CUESTA E, KIRANE M, MALIK S A. Image structure preserving denoising using generalized fractional time integrals[J]. *Signal Processing*, 2012, **92**(2): 553 - 563.
- [16] JANEV M, PILIPOVIĆ S, ATANACKOVIĆ T, *et al.* Fully fractional anisotropic diffusion for image denoising[J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2011, **54**(1): 729-741.
- [17] HU J, PU Y, ZHOU J. A novel image denoising algorithm based on riemann-liouville definition [J]. *Journal of Computers*, 2011, **6**(7): 1332-1338.
- [18] SRIVASTAVA H M, OWA S. Univalent functions, fractional calculus, and their applications[M]. New York: Ellis Horwood, 1989.