

doi:10.3788/gzxb20134205.0623

利用四原子 Cluster 态概率隐形传送两原子纠缠态

于立志, 吴韬

(阜阳师范学院 物理系, 安徽 阜阳 236037)

摘 要:提出两个二能级原子纠缠态的隐形传态方案, 方案中选用由四个全同二能级原子组成的非最大纠缠 Cluster 态作为量子信道. 研究表明, 接收者根据发送者传送的经典信息, 通过引入一个附加原子并实施相应的么正变化, 即可以一定的概率重构原子态, 此概率由 Cluster 态中绝对值最小的两个系数决定. 该方案中使用的是 Cluster 非最大纠缠态作为量子信道, 因此与其他方案相比该方案可以节约更多的纠缠资源和经典信息. 如果使用 Cluster 最大纠缠态作为量子信道, 那么此方案即为一般的量子传态方案, 成功传送的概率为 100%.

关键词:量子光学; 概率隐形传态; Cluster 态; Bell 态测量; 么正变换

中图分类号: O431.2

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2013)05-0623-4

Probabilistic Teleportation of Two-atom Entangled State via Four-atom Cluster State

YU Li-zhi, WU Tao

(Department of Physics, Fuyang Teachers College, Fuyang, Anhui 236037, China)

Abstract: A scheme for teleporting an unknown two two-level atoms entangled state via four identical two-level atoms non-maximally entangled Cluster state as quantum channel is proposed. In the scheme, the receiver Bob can reconstruct the original state with a certain probability by introducing an auxiliary atom and operating unitary transformations according to the sender Alice's measurement results, and the successful probability is determined by the smallest two coefficients' absolute values of the Cluster state. The considerable advantage of the scheme is that a non-maximally entangled Cluster state is employed as quantum channel, thus, the scheme can greatly reduce the amount of entanglement resources and need less classical bits. If a maximally entangled Cluster state is employed as quantum channel, the probabilistic teleportation scheme becomes usual teleportation, of which the successful probability is 100%.

Key words: Quantum optics; Probabilistic teleportation; Cluster state; Bell state measurement; Unitary transformation

0 引言

量子纠缠 (Quantum Entanglement) 是量子力学最典型的特征之一, 它不但是检验量子力学隐变量理论的依据, 而且也是量子信息学的核心理论之一. 量子纠缠主要应用在量子隐形传态 (Quantum Teleportation)^[1]、量子稠密编码 (Quantum Dense Coding)^[2]、量子密码术 (Quantum

Cryptography)^[3] 等. 自 1993 年, Bennett 等人^[4] 第一次原创性地提出量子隐形传态方案后, 隐形传态的理论和实验方案被大量提出^[4-8]. Cao 等人^[9] 分别提出利用 N 对纠缠态离子作为信道实现任意 N 离子态的隐形传送、利用 M 对粒子纠缠态作为信道实现多能级粒子的隐形传送^[10] 等系列方案.

对于两体纠缠已经有很多研究, 而多体纠缠仍然在探索之中. 三粒子的纠缠态分成 GHZ 态和 W

基金项目: 国家自然科学基金 (Nos. 51271059, 11273008), 安徽省高等学校优秀人才基金项目 (No. 2009SQRZ152) 和安徽省教育厅自然科学基金研究项目 (No. KJ2012Z309) 资助

第一作者: 于立志 (1978-), 男, 副教授, 硕士, 主要研究方向为量子信息学. Email: ylz0706@163.com

收稿日期: 2012-11-09; 录用日期: 2013-03-04

态等两大类,这两类纠缠态之间相互的转化是不能的,即使是概率的也不行^[11-12]. GHZ 态和 W 态在量子信息处理中有着广泛的应用, W 态比 GHZ 态的性质更稳定,这两类态之间有很多不同之处,但根本不同之处在于 GHZ 态的任意两粒子之间没有任何纠缠,而 W 态的任意两个粒子之间都有等量的纠缠. 由于这两种纠缠态具有特殊性质以及广泛应用,其制备引起了科学界的高度关注. 文献[13-14]提出了六光子 GHZ 态和三光子 W 态的制备方案,三光子 GHZ 态的制备也已经在实验室实现^[15]. Shi 等人^[16]提出利用 GHZ 态隐形传送两粒子纠缠态的方案, Cao 等人^[17]提出利用 W 态隐形传送两粒子纠缠态的方案.

四粒子纠缠态比三粒子纠缠态更加复杂. Dong 等人^[18]证明当粒子数 $N > 3$ 时的 Cluster 态具有 GHZ 态和 W 态的全部性质,并且此纠缠态在局域操作下更难以被破坏. Li 等人^[19]提出利用 Cluster 态隐形传送两粒子纠缠态的方案,但仅讨论了最大纠缠 Cluster 态作为量子信道的情况. 在现实环境中,由于环境和仪器的原因,很难制备出完美的最大纠缠态^[16],通常需要借助纠缠纯化的方法通过非最大纠缠态纯化得到最大纠缠态,因而需要更多的纠缠资源.

原子纠缠态的隐形传送方案也被大量提出,如单原子态的传送方案^[4,20-21],两原子态的传送方案^[22-24],三原子 W 态的传送方案^[25]等. Xue 等人^[22]提出利用纠缠交换实现两原子态的隐形传送方案, Jin 等人^[23]、Zhang 等人^[24]分别提出利用热腔实现两原子态的隐形传送方案. 本文提出两个二能级原子纠缠态的隐形传送方案,方案中由四个全同二能级原子组成的非最大纠缠 Cluster 态作为量子信道,接收者根据发送者传送的经典信息,借助一个引入的附加原子态,通过实施相应的么正变化,即可以一定的概率重构发送者传送的纠缠态,此概率由 Cluster 态中绝对值较小的两个系数决定. 若利用最大纠缠 Cluster 态作为量子信道,则此隐形传送即可实现完美传送,即成功传送的概率为 100%.

1 两原子纠缠态的概率传送

假设发送者 Alice 有一未知的两原子纠缠态 $|\Psi\rangle_{12}$ 传送给接收者 Bob. 纠缠态 $|\Psi\rangle_{12}$ 表示为

$$|\Psi\rangle_{12} = (x|gg\rangle + y|ee\rangle)_{12} \quad (1)$$

式中 x, y 是未知系数,满足 $|x|^2 + |y|^2 = 1$. 由四个全同二能级原子组成的非最大纠缠 Cluster 态作为 Alice 与 Bob 之间通信的量子信道

$$|\Psi\rangle_{3456} = (a|gggg\rangle + b|ggee\rangle + c|eegg\rangle -$$

$$d|eeee\rangle)_{3456} \quad (2)$$

式中 a, b, c, d 为未知的系数,且满足 $|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 = 1$. 系数 a, b, c, d 未知,最简单的情况是 $|a| = |b| = |c| = |d| = 0.5$,即此 Cluster 态为最大纠缠的情形,如文献[19,25]所讨论情形. 不失一般性,令 $|a\rangle|b\rangle|c\rangle|d\rangle$. 假设原子 1、2、3 和 6 属于 Alice,其他原子属于 Bob. 整个系统的态可表示为

$$|\Psi\rangle = |\Psi\rangle_{12} \otimes |\Psi\rangle_{3456} \quad (3)$$

为实现原子态的隐形传送,需以下三个步骤:

1) Alice 分别对原子对(1, 3)、(2, 6)实施 Bell 态测量,系统的态演化为

$${}_{26}\langle\Phi^\pm|_{13}\langle\Phi^\pm|\Psi\rangle = \frac{1}{2}(xa|gg\rangle \pm {}^{\pm 1}yd|ee\rangle)_{45} \quad (4)$$

$${}_{26}\langle\Psi^\pm|_{13}\langle\Phi^\pm|\Psi\rangle = \frac{1}{2}(xb|ge\rangle \pm {}^{\pm 1}yc|eg\rangle)_{45} \quad (5)$$

$${}_{26}\langle\Phi^\pm|_{13}\langle\Psi^\pm|\Psi\rangle = \frac{1}{2}(xc|eg\rangle \pm {}^{\pm 1}yb|ge\rangle)_{45} \quad (6)$$

$${}_{26}\langle\Psi^\pm|_{13}\langle\Psi^\pm|\Psi\rangle = \frac{1}{2}(-xd|ee\rangle \pm {}^{\pm 1}ya|gg\rangle)_{45} \quad (7)$$

式中, $|\Phi^\pm\rangle_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|gg\rangle_{ij} \pm |ee\rangle_{ij})$, $|\Psi^\pm\rangle_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|ge\rangle_{ij} \pm |eg\rangle_{ij})$ 为 Bell 态, \pm^2 (\mp^2) 分别表示对原子对(1, 3)、(2, 6)的测量结果.

2) Bob 根据 Alice 的测量结果,对原子对(4, 5)实施相应的么正变换. 例如,假设 Alice 的测量结果为 $|\Phi^+\rangle_{13}$ 和 $|\Phi^+\rangle_{26}$,并通过经典信道通知 Bob. 根据 Alice 的测量结果, Bob 可知原子对(4, 5)坍塌为 $\frac{1}{2}(xa|gg\rangle - yd|ee\rangle)_{45}$,对其实施变换 $U_1 = I_4 \otimes Z_5$,可得到

$${}_{26}\langle\Phi^+|_{13}\langle\Phi^+|\Psi\rangle \xrightarrow{U_1} \frac{1}{2}(xa|gg\rangle + yd|ee\rangle)_{45} \quad (8)$$

3) 为重建最初的原子态, Bob 需引进一个初始态处于 $|g\rangle_A$ 的二能级原子 A,对式(8)在基矢 $\{|gg\rangle_{4A}, |eg\rangle_{4A}, |ge\rangle_{4A}, |ee\rangle_{4A}\}$ 实施如下么正变化

$$U_2 = \begin{bmatrix} \frac{d}{a} & 0 & 0 & \sqrt{1 - \left(\frac{d}{a}\right)^2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \sqrt{1 - \left(\frac{d}{a}\right)^2} & 0 & 0 & -\frac{d}{a} \end{bmatrix}$$

式(8)演化为

$$\frac{1}{2}d(x|gg\rangle+y|ee\rangle)_{45}|g\rangle_A + \frac{1}{2}\sqrt{1-\left(\frac{d}{a}\right)^2}xa|gg\rangle_{45}|e\rangle_A \quad (9)$$

随后, Bob 测量原子 A, 若测量结果为 $|e\rangle_A$, 则隐形传送失败; 若测量结果为 $|g\rangle_A$, 原子(4,5)坍塌为 $\frac{1}{2}d(x|gg\rangle+y|ee\rangle)_{45}$, 则隐形传送成功, 成功传送的概率为 $\frac{1}{4}|d|^2$. 对于式(4), 成功传送总概率为 $4 \times \frac{1}{4}|d|^2 = |d|^2$.

同理, 对于 Alice 其他的测量结果, Bob 只需对原子(4,5)实施相应的么正变换 U_1, U_2 , 即可重建 Alice 传送的原子纠缠态. U_1 如表 1 所示, 为节约篇幅没有写出所有的 U_2 (容易写出). 综合所有的情况(16 种不同的测量结果), 成功传送的总概率为 $2|c|^2 + 2|d|^2$.

表 1 相应于 Alice 测量结果下 Bob 的么正变换
Table 1 Bob's operations corresponding to Alice's measurement results

Alice's measurement results	Bob's operation
$ \Phi^+\rangle_{13} \Phi^+\rangle_{26}, \Phi^-\rangle_{13} \Phi^-\rangle_{26}$	$I_4 \otimes Z_5$
$ \Phi^+\rangle_{13} \Phi^-\rangle_{26}, \Phi^-\rangle_{13} \Phi^+\rangle_{26}$	$I_4 \otimes I_5$
$ \Phi^+\rangle_{13} \Psi^+\rangle_{26}, \Phi^-\rangle_{13} \Psi^-\rangle_{26}$	$I_4 \otimes X_5$
$ \Phi^+\rangle_{13} \Psi^-\rangle_{26}, \Phi^-\rangle_{13} \Psi^+\rangle_{26}$	$I_4 \otimes Y_5$
$ \Psi^+\rangle_{13} \Phi^+\rangle_{26}, \Psi^-\rangle_{13} \Phi^-\rangle_{26}$	$X_4 \otimes I_5$
$ \Psi^+\rangle_{13} \Phi^-\rangle_{26}, \Psi^-\rangle_{13} \Phi^+\rangle_{26}$	$Y_4 \otimes I_5$
$ \Psi^+\rangle_{13} \Psi^+\rangle_{26}, \Psi^-\rangle_{13} \Psi^-\rangle_{26}$	$X_4 \otimes Y_5$
$ \Psi^+\rangle_{13} \Psi^-\rangle_{26}, \Psi^-\rangle_{13} \Psi^+\rangle_{26}$	$X_4 \otimes X_5$

2 结论

本文提出了一个两原子纠缠态的隐形传送方案, 方案中由四个全同二能级原子组成的非最大 Cluster 态作为量子信道. 传送者进行两次 Bell 态测量, 并将测量结果通过经典信道传给接收者, 接收者根据发送者传送的经典信息, 借助一个引入的附加原子, 实施两个相应的么正变化, 即可以一定的概率重构初始原子纠缠态, 此概率由 Cluster 态中绝对值较小的两个系数决定. 方案中假设 $|a\rangle|b\rangle|c\rangle|d\rangle$, 成功传送的概率为 $2|c|^2 + 2|d|^2$; 若假设 $|d\rangle|c\rangle|b\rangle|a\rangle$, 则成功传送的总概率为 $2|a|^2 + 2|b|^2$. 若 $|a| = |b| = |c| = |d| = 0.5$, 则对应的 Cluster 态为最大纠缠态, 则成功传送的概率为 100%, 即为文献[19, 25]所讨论的情况. 由于方案中使用的是非最大纠缠态作为量子信道, 不需要进行纠缠纯化等操作, 因此本文方案节省了大量的纠缠资源.

参考文献

- [1] BENNETT C H, BRASSARD G, CREPEAU C, *et al.* Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels [J]. *Physical Review Letters*, 1993, **70**(13): 1895-1899.
- [2] BENNETT C H, WIESNER S J. Communication via one- and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states[J]. *Physical Review Letters*, 1992, **69**(20): 2881-2884.
- [3] EKERT A K. Quantum cryptography based on Bell's theorem [J]. *Physical Review Letters*, 1991, **67**(6): 661-663.
- [4] AL-AMRI M, EVERS J, ZUBAURY M S. Quantum teleportation of four-dimensional qubits[J]. *Physical Review A*, 2010, **82**(2): 022329.
- [5] TIAN Xiu-lao, SHI Guo-fang, ZHAO Yong. Quantum channels of the qutrit state teleportation [J]. *International Journal of Quantum Information*, 2011, **9**(3): 893-901.
- [6] YOSHIHARU T, MASANARI A, MASANORI O. Quantum teleportation for non-maximal entangled states in the Generalized Bell measurement with latin square[J]. *Physics Letters A*, 2012, **69**(1): 57-74.
- [7] MA Gang-long, ZHA Xin-wei. Teleportation of four particles W state through two EPR states[J]. *Acta Photomica Sinica*, 2010, **39**(9): 1627-1630.
马刚龙, 查新未. 利用两个 EPR 态完全隐形传输四粒子 W 态 [J]. 光子学报, 2010, **39**(9): 1627-1630.
- [8] LIU Jun-chang, LI Yuan-hua, NIE Yi-you. Controlled teleportation of an arbitrary two particle state by using a four qubit Cluster state and entanglement swapping [J]. *Acta Photomica Sinica*, 2010, **39**(11): 2078-2082.
刘俊昌, 李渊华, 聂义友. 基于纠缠交换和团簇态实现二粒子任意态的可控隐形传态 [J]. 光子学报, 2010, **39**(11): 2078-2082.
- [9] CAO Min, ZHU Shi-qun. Probabilistic teleportation of n-particle state via n pairs of entangled particle [J]. *Communications in Theoretical Physics*, 2005, **43**(1): 69-72.
- [10] CAO Min, ZHU Shi-qun. Probabilistic teleportation of multi-particle d-level quantum state [J]. *Communications in Theoretical Physics*, 2005, **43**(5): 803-805.
- [11] DUR W, VIDAL G, CIRAC J I. Three qubits can be entangled in two inequivalent ways[J]. *Physical Review A*, 2000, **62**(6): 062314.
- [12] GREENBERGER D M, MICHAEL A H, ABNER S, *et al.* Bell's theorem without inequalities[J]. *American Journal of Physics*, 1990, **58**(12): 1131-1143.
- [13] MANFRED E, NIKOLAI K, MOHAMED B, *et al.* Experimental realization of a three-qubit entangled W state [J]. *Physical Review Letters*, 2004, **92**(1-4): 077901.
- [14] LEIBFRIED D, KNILLE E, OSNAGHI S, *et al.* Creation of a six-atom Schrödinger cat state [J]. *Nature*, 2005, **438**(7068): 639-642.
- [15] RAUSCHENBEUTEL A, NOGUES G, OSNAGHI S, *et al.* Step-by-step engineered multiparticle entanglement [J]. *Science*, 2000, **288**(5473): 2024-2028.
- [16] SHI Bao-sin, JIANG Yun-kun, GUO Guang-can. Probabilistic teleportation of two-particle entangled state[J]. *Physics Letters A*, 2000, **268**(3): 161-164.
- [17] CAO Zhuo-liang, SONG Wei. Teleportation of a two-particle entangled state via W class states[J]. *Physica A*, 2005, **347**(1): 177-183.
- [18] DONG Ping, XUE Zheng-yuan, YANG Ming, *et al.* Generation of Cluster states[J]. *Physical Review A*, 2006, **73**(3): 033818.
- [19] LI Da-chang, CAO Zhuo-liang. Teleportation of two-particle

- entangled state via Cluster state [J]. *Communications in Theoretical Physics*, 2007, **47**(3): 464-466.
- [20] DAVIDOVICH L Z, ZAGURY N, BRUNE M. Teleportation of an atomic state between two cavities using nonlocal microwave fields [J]. *Physical Review A*, 1994, **50**(2): R895-898.
- [21] ZHEN Shi-biao, GUO Guang-can. Teleportation of atomic states within cavities in thermal states [J]. *Physical Review A*, 2001, **63**(4): 044302.
- [22] XUE Zheng-yuan, YANG Ming, YI You-min. Teleportation for atomic entangled state by entanglement swapping with separate measurements in cavity QED [J]. *Optics Communications*, 2006, **258**(10): 315-319.
- [23] JIN Li-hua, JIN Xing-ri, ZHANG Shou. Teleportation of a two-atom entangled state with a thermal cavity [J]. *Physical Review A*, 2005, **72**(2): 024305.
- [24] ZHANG Wen, LIU Yi-min, LIU Jun, *et al.* Teleportation of an arbitrary unknown two-atom state with Cluster state via thermal cavity [J]. *Chinese Physics B*, 2008, **17**(9): 3203-3208.
- [25] YAN Li-hua, GAO Yun-feng, WANG Hai-jun, *et al.* Teleportation for an arbitrary three-atom W state with Cluster state [J]. *Journal of Atomic and Molecular Physics*, 2009, **26**(5): 875-881.

• 下期预告 •

基于非线性薛定谔方程的一种孤子特性的分析

魏建平, 王俊, 江兴方, 唐斌

(常州大学 数理学院, 江苏 常州 213164)

摘要: 光孤子通信是解决光信息在光纤中长距离传输时衰减和色散问题的一种较为有效的方法。本文在现有带有群速度色散、非线性项、三阶非线性系数以及增益/损耗项的非线性薛定谔方程孤子解的基础上, 给出了灵活性的孤子解。采用具有复振幅的行波解作为试探解, 将试探解代入原方程, 在实部和虚部分离的基础上, 引入三个变量函数, 最后表征出孤子解波函数的平方, 并应用 Matlab 选择不同的变量函数进行数值模拟, 得到图示结果。结果表明孤子解对于参变量变化是敏感的。选择适当的参量, 得到合适的孤子, 这一结论对光纤中孤子通信具有重要意义。

关键词: 信息光学; 色散; 光孤子; 非线性薛定谔方程