

doi:10.3788/gzxb20134205.0537

## 亚波长金属光栅的衍射辐射特性研究

张平, 董亮, 张雅鑫, 周俊

(电子科技大学 太赫兹研究中心, 成都 610054)

**摘 要:**分析了亚波长金属光栅的双边衍射辐射机制和特性. 利用运动电子激励亚波长光栅结构, 研究了其产生的双边衍射辐射. 通过三维粒子模拟软件仿真, 得到了光栅上下空间的电场空间分布, 结合结构辐射布里渊图, 证明了亚波长对称光栅上下半空间的衍射辐射场分布同样可以由 Smith-Purcell 辐射公式来解释, 即主要有电子运动速度和光栅周期决定, 并分别研究了缝隙宽度、光栅厚度对上下半空间衍射辐射的影响. 为进一步研究下半空间的衍射辐射场, 采用了非对称的光栅结构, 研究表明非对称光栅下半空间衍射辐射场不仅取决于电子运动速度和结构下表面的周期, 同时也与电子运动激励起的上半空间的辐射频率范围密切相关.

**关键词:**亚波长; 光栅; 衍射辐射; 非对称光栅; 粒子模拟

中图分类号: O463+.1

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2013)05-0537-6

## Diffraction Radiation of Subwavelength Metallic Grating

ZHANG Ping, DONG Liang, ZHANG Ya-xin, ZHOU Jun

(Terahertz Science and Technology Research Center, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

**Abstract:** The mechanism and characters of diffraction radiation of subwavelength metallic grating structure are analysed and discussed. Using the three dimensional particle-in-cell simulation, the contour map of electric field of the grating is obtained excited by moving electron bunch. Combined with the Brillouin diagram, it shows that the diffraction radiation in the upper and lower half-space can also be explained by the formula of Smith-Purcell radiation. Then, the influences of the gap width and the thickness of the grating to the diffraction radiation are also analyzed. Based on the comparison for the asymmetric grating excited by different beam energies, the physical mechanism of the diffraction radiation in the lower half-space are discussed in further. For asymmetric grating, the diffraction radiation in the lower half-space are determined by the velocity of electron and the grating period, and by the radiation in the upper half-space.

**Key words:** Subwavelength; Grating; Diffraction radiation; Asymmetric grating; Particle-in-cell simulation

## 0 引言

亚波长周期结构是指周期与工作波长相当或比工作波长更小的结构. 1998 年 Ebbesen 等人发现了亚波长金属周期结构在光学频段的增强透射现象, 引起了全世界的广泛关注. 人们相继在微波、THz、远红外等频段也观测了这种增强透射现象<sup>[1-5]</sup>. 对于这种现象的解释, 还存在一些争议, 但主要观点是: 在可见光及红外波段, 表面等离子体

波和一种金属表面波(准柱面波)是增强透射的主要原因, 而在微波波段则是这种金属表面波起关键作用<sup>[5]</sup>. 亚波长结构具有独特的特性并存在很多潜在的应用, 因此它已成为近年来国际上的一个研究热点. 人们在研究亚波长金属周期结构的性质时通常采用平面波激励的方式, 这种方式比较方便揭示其透射和反射特性, 但却无法直接研究其衍射辐射特性. 采用电子注激励亚波长周期结构, 为亚波长结构的特性研究提供了一个新的方法, 可能开辟了一

基金项目: 国家自然科学基金(No. 61001031)资助

第一作者: 张平(1984-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为太赫兹科学与技术. Email: zhangping@uestc.edu.cn

收稿日期: 2012-07-11; 录用日期: 2012-08-30

个新的应用领域, 将亚波长周期结构应用到太赫兹、甚至光波段的辐射源研究<sup>[6-10]</sup>.

本文将研究匀速运动电子激励亚波长周期光栅. 亚波长光栅的衍射辐射同亚波长孔阵列的衍射辐射原理相同, 区别是缝隙是没有最低截至频率的, 因此辐射场和局域场均可以通过传输的形式到达光栅下表面. 同时还研究了当光栅上下表面不再对称时, 其衍射辐射特性.

## 1 对称结构的衍射辐射研究

采用线电子束激励亚波长金属光栅阵列, 可以研究亚波长光栅的双边衍射辐射特性和其衍射辐射机制. 在直角坐标系中, 线电子注在横向  $Z$  方向是均匀的, 在运动方向  $X$  以及  $Y$  方向为 Dirac 函数分布, 从而该匀速运动的线电子注的入射电场满足 Helmholtz 方程

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial J}{\partial t} + \nabla \left( \frac{\rho}{\epsilon} \right) \quad (1)$$

式中  $\rho = q\delta(y - y_0)\delta(x - u_0t)$ ,  $J = u_0\rho$ ,  $q$  为电荷量,  $u_0$  为电子注速度,  $y = y_0$  为电子注在  $Y$  方向的位置. 利用傅里叶积分变换方法, 可以得到电子的入射电场纵向分量<sup>[6]</sup>

$$E_x^i(\omega) = \frac{qk_x}{2\epsilon_0 u_0 k_y} (1 - \beta^2) e^{jk_x x - k_y^i |y - y_0|} \quad (2)$$

式中,  $k_0 = \omega/c$ ,  $k_x = \omega/u_0$ ,  $\beta = u_0/c$ ,  $k_y = jk_y^i = \sqrt{k_0^2 - k_x^2}$ , 其他的场分量均可以由纵向电场  $E_x$  求得.

与平面波入射相比, 运动电子的入射场是包含所有频率分量的凋落场, 且沿纵向的相速等于电子的运动速度. 亚波长金属光栅的衍射辐射机制如图 1, 与亚波长孔阵列衍射辐射机制相似<sup>[6]</sup>. 在光栅的上表面, 电子的投射场将激发起一系列由各次空间谐波构成的表面波场. 这些空间谐波分量中的部分频率分量会由表面波转化为辐射场, 根据 Floquet 定理,  $k_{xm} = \omega/u_0 + 2m\pi/P$ , 其中  $P$  为光栅周期,  $m$  为空间谐波数. 因为  $k_{ym}^2 = k_0^2 - k_{xm}^2$ , 当  $m$  为  $-1, -2, \dots$  时, 可以找到合适范围的  $\omega$ , 使  $k_{ym}$  为实数, 场将沿  $Y$  方向是传播的, 即投射场将在阵列上半空间激发出辐射场. 而当  $m$  为  $0, 1, 2, 3 \dots$  时,  $k_{ym}$  始终为虚数, 场将沿  $Y$  向呈指数形式的衰减. 同时, 在光栅上表面的辐射场和局域场均会通过一定的方式(孔阵列是以传播或透射)到达光栅下表面, 这些场也将满足下表面的周期边界条件, 在下半空间形成局域场和辐射场.

采用匀速运动线电子注激励对称亚波长周期光栅, 光栅参量: 光栅的周期  $D = 0.6$  mm, 缝隙宽度

$a = 0.3$  mm, 缝隙深度  $h = 0.6$  mm, 光栅周期数  $n = 40$ . 为了方便研究, 在光栅的上下空间且分别距离光栅上下表面  $12D$  的位置设置观察点  $A$  (上半空间)和  $B$  (下半空间).

应用粒子模拟方法 (Particle-in-cell) 对上述模型进行仿真研究, 仿真结构如图 1(b). 设置线电子注距离光栅上表面的距离  $y_0$  为  $0.1$  mm. 电子注的初始能量为  $60$  keV, 沿  $X$  的正方向运动. 在整个运动过程中, 电子注动能的损失比较小, 可以近似为匀速运动<sup>[11]</sup>.

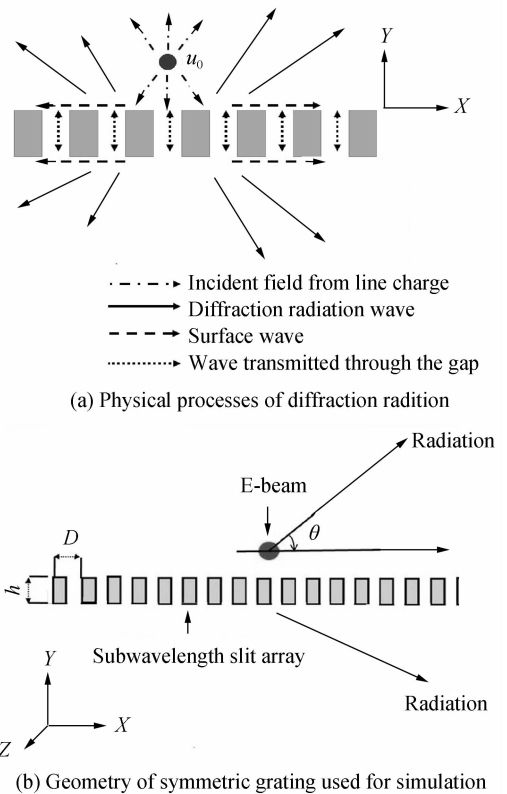


图 1 亚波长光栅的双边衍射辐射机制和仿真结构  
Fig. 1 Physical processes of diffraction radiation of subwavelength grating and the geometry of symmetric grating used for simulation

匀速电子从反射式金属光栅结构表面掠过, 将激励起 Smith-Purcell 辐射, 且满足公式<sup>[12]</sup>

$$\lambda = -\frac{D}{m} (1/\beta - \cos\theta) \quad (3)$$

式中,  $\lambda$  为辐射波长,  $D$  为光栅周期,  $m$  为空间谐波次数,  $\beta$  为电子运动速度与真空中光速比,  $\theta$  为观测点与电子运动方向夹角. 光栅的辐射布里渊图如图 2(a), 虚线代表能量为  $60$  keV 的电子注的空间谐波 ( $m = \dots -3, -2, -1, 0, \dots$ ), 阴影区域代表辐射场区域, 只有落在阴影区域中的空间谐波场的那部分频率才能从衰减场转化为辐射场, 衍射到上半空间, 带走能量. 从图 2(a) 可以看出, 负次空间谐波都可以辐射到自由空间, 通常  $m = -1$  空间谐波是

所有可以辐射的空间谐波中辐射强度最强的<sup>[11-13]</sup> (频率范围对应于  $P_1$  到  $P_2$ ), 图 3 内视图的观察点的频谱分布就对应这种情况.

射场比上半空间的辐射场大, 出现这个现象的原因可能与亚波长光栅的增强透射和抗反射特性有关<sup>[1,4]</sup>.

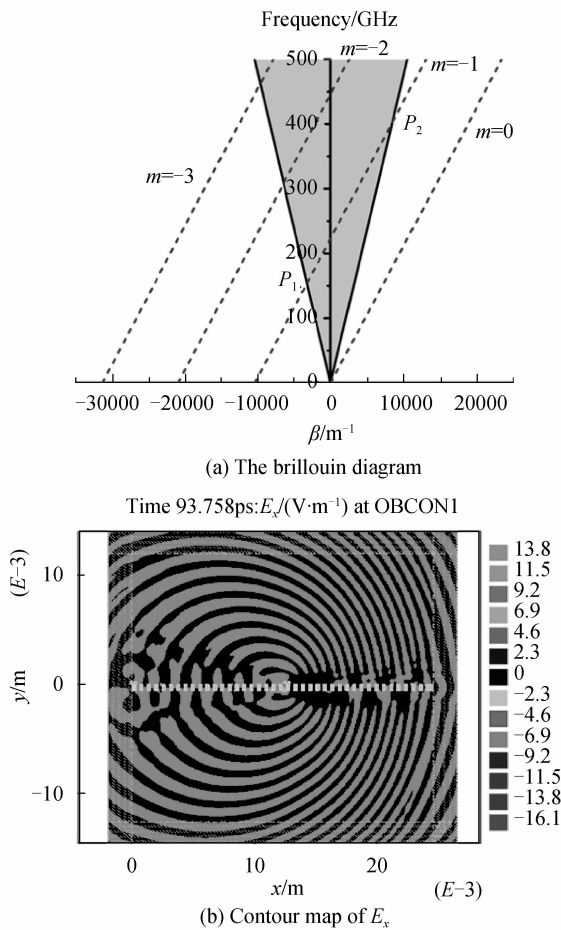


图 2 线电子注激励亚波长光栅的辐射布里渊图和仿真得到的电场  $E_x$  的等位图  
Fig. 2 The brillouin diagram for subwavelength grating excited by a line charge of electron beam and simulation result of contour map of  $E_x$  for 60 keV beam energy

从图 2(b) 粒子模拟结果可以看出, 运动电子在结构的上下半空间激励起了对称的衍射辐射场,  $E_x$  等位图反映了一 1 次空间谐波在上下半空间辐射分布. 从图中可以清晰地看到电子前方的等位线比较密集, 电子后方的等位线比较稀疏, 而等位图的疏密情况反映了辐射频率变化. 产生这个现象的原因是多普勒效应, 沿场源的运动方向场被压缩. 同时, 由于上半空间的场是通过传播到达下半空间, 所以上下半空间的电场有明显的时延, 从图 3 的  $E_x$  在上下半空间的时域波形可以看出. 对 A 和 B 点的场分别作傅里叶变换, 虚线对应上半空间观察点 A, 实线对应下半空间观察点 B, 可以看出这两点处辐射场的频谱分布基本一致. 可见, 光栅上下半空间的衍射辐射场分布同样可以由 Smith-Purcell 辐射公式解释. 并且注意到下半空间的辐

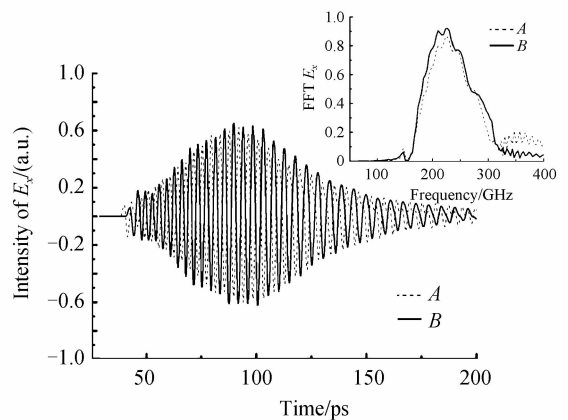


图 3 当亚波长光栅缝隙的宽度为  $a=D/2$  时, 电场  $E_x$  的时域波形(内视图是电场  $E_x$  的频谱)  
Fig. 3 The time domain of radiation field  $E_x$  for the gap width of the subwavelength grating  $a=D/2$  (the inset is the FFT of radiation field  $E_x$ )

改变亚波长光栅的缝隙宽度而保持光栅其它参量不变, 研究光栅的缝隙宽度对上下半空间的衍射辐射的影响, 结果如图 4(a). 图中 A 对应上半空间

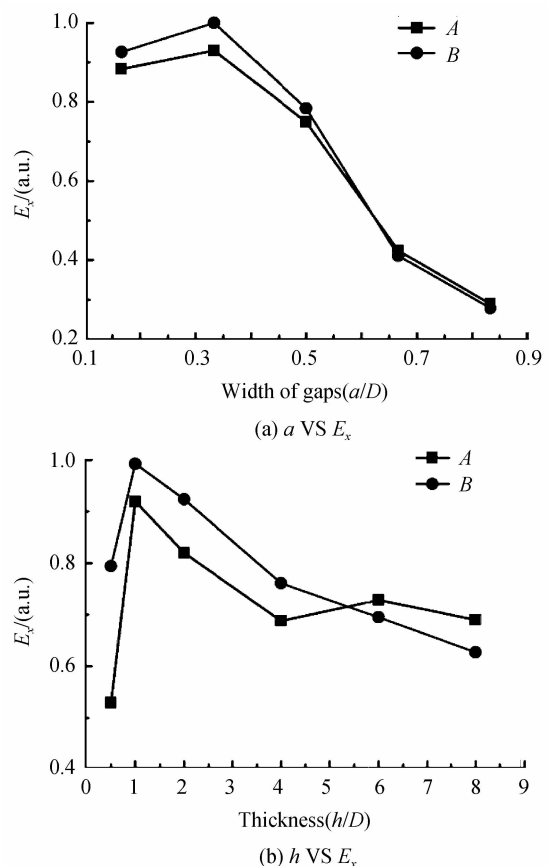


图 4 缝隙宽度  $a$  和光栅厚度  $h$  分别对上下半空间的衍射辐射的影响  
Fig. 4 The gap width  $a$  and the grating thickness  $h$  VS the diffraction radiation in upper and lower half-space

辐射场,  $B$  对应下半空间辐射场, 当缝隙宽度和周期比小于 0.5, 下半空间的衍射辐射场明显大于上半空间; 当缝隙宽度和周期比大于 0.5, 上半空间与下半空间的衍射辐射场比较接近. 图 4(b) 研究了亚波长光栅的厚度对上下半空间的衍射辐射的影响 (其它参量保持不变). 从图上可知, 光栅存在一个最佳的衍射辐射厚度, 如果光栅厚度超过这个最佳值后, 随着光栅厚度的增加, 上下半空间的衍射辐射都将开始减小. 当厚度大于 4 倍周期后, 上半空间的辐射场基本稳定, 而下半空间的辐射场仍随厚度增加而持续下降. 缝隙深度增加导致场在缝隙间传输时的辐射损耗增大, 这是下半空间的衍射辐射场持续下降的主要原因.

从以上的仿真结果可以得到称亚波长光栅衍射辐射的一些特性: 1) 运动电子能在亚波长金属光栅上下空间都激励起衍射辐射, 且上下空间的衍射辐射都满足 Smith-Purcell 辐射公式, 频率范围由光栅的周期、电子注的能量共同决定; 2) 场通过传输的方式进入下半空间, 并通过下表面周期结构衍射辐射出去, 因此下半空间的辐射场比上半空间的辐射场滞后, 上下半空间的场有一个相位差; 3) 在某些情况下, 会出现下半空间的辐射场比上半空间的辐射场大, 下半空间的辐射场会随着光栅厚度的增加而逐渐减小.

## 2 非对称结构的衍射辐射研究

为了深入研究该结构的衍射辐射特性, 设计上下表面具有不同周期的光栅结构, 如图 5. 上表面周期  $L_1$  为  $D=0.6$  mm, 下表面周期  $L_2$  为  $2D=1.2$  mm, 周期  $L_1$  的深度  $h_1$  为 0.6 mm, 周期  $L_2$  的深度  $h_2$  为 0.6 mm. 在光栅的上表面, 周期为  $D$ , 其辐射频率范围为:  $\lambda = -D/m(1/\beta - \cos \theta)$ , 当场通过传输的方式到达光栅的下表面时, 下表面的周期为  $2D$ , 其辐射的频率范围为:  $\lambda = -2D/m(1/\beta - \cos \theta)$ , 其中  $m$  为空间谐波数. 可见上半空

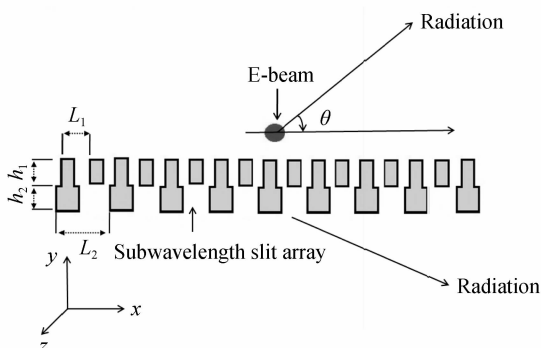


图 5 非对称光栅仿真结构

Fig. 5 Geometry of asymmetric grating used for simulation

间的  $-1$  次空间谐波 ( $m = -1$ ) 辐射的频率范围与下半空间  $-2$  次空间谐波 ( $m = -2$ ) 辐射的频率范围是重合的, 而不同的电子注能量 (与  $\beta$  相关) 将决定上半空间的  $-1$  次空间谐波辐射的频率范围与下半空间  $-1$  次空间谐波辐射的频率范围是否有重叠部分.

图 6 是  $E_x$  在  $X$ - $Y$  平面的等位图和结构的辐射布里渊图. 研究的模型是上下表面具有不同周期的亚波长光栅, 上表面周期  $L_1$  为 0.6 mm, 下表面周期  $L_2$  为 1.2 mm, 周期  $L_1$  的缝隙深度  $h_1$  为 0.6 mm, 周期  $L_2$  的缝隙深度  $h_2$  为 0.6 mm. 运动电子的能量为 50 keV, 运动向沿  $X$  正方向 (从左往右). 根据图 6(b) 所示, 灰色阴影区域为辐射区, 电子束线与阴影区域相交范围代表该电压的电子在周期结构上方运动时,  $-1$  空间谐波的辐射频谱范围. 黑色虚点线为能量 50 keV 的电子注在周期  $L_1 = 0.6$  mm 结

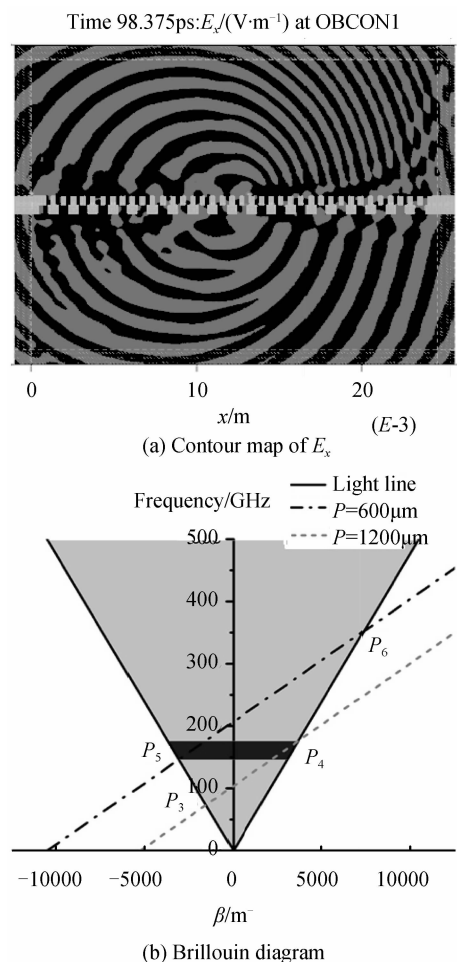


图 6 上下表面具有不同周期的亚波长光栅的电场  $E_x$  的等位图和布里渊图 (上半空间的  $-1$  次空间谐波辐射频率范围与下半空间  $-1$  次空间谐波辐射频率范围有重叠)

Fig. 6 Contour map of  $E_x$  and Brillouin diagram for the subwavelength grating with the periods of the upper and lower surfaces different (the  $-1$  space harmonic radiation bands of the upper half-space and lower half-space overlap)

构表面对应的-1空间谐波的辐射频率, 其辐射范围是  $P_5$  到  $P_6$ ; 灰虚线为能量 50 keV 的电子注在周期  $L_2 = 1.2$  mm 结构表面对应的-1空间谐波的辐射频率, 其辐射范围是  $P_3$  到  $P_4$ . 由上可知, 当电压为 50 keV 时, 该非对称亚波长结构的上半空间-1空间谐波的辐射频率和下半空间-1空间谐波的辐射频率会有重叠的部分, 这部分区域在图中用黑色表示. 它表示上半空间的-1空间谐波会通过缝隙传播到光栅下表面, 而其中的一些频率恰好又满足下半空间-1空间谐波辐射的条件, 这些频率的波将在下半空间被辐射出去, 即图中 146~175 GHz 的部分.

图 7(a) 是  $E_x$  在 X-Y 平面的等位图. 从图上可以看出: 1) 上半空间的衍射辐射满足 Smith-Purcell 公式, -1 次空间谐波辐射为主. 根据公式  $\lambda = D \left( \frac{1}{\beta} - \cos \theta \right)$ , 观察点的频率会随着电子运动

方向与观察点的夹角  $\theta$  变化而变化, 因此在等位图中右上部分对应频率高的辐射场, 左上部分对应频率较低的辐射场. 2) 下半空间的辐射场与上半空间的规律不同, 右下部分不是频率高的辐射场而是频率较低的辐射场. 结合布里渊图发现产生这种现象的原因是: 上半空间-1次空间谐波的衍射辐射场, 频率在 73~175 GHz 的部分, 会通过缝隙到达下半空间, 而这部分频率对应了下半空间-1空间谐波的高频部分, 因此将出现在右下部分. 但发现下半空间-1次空间谐波的低频部分 (<146 GHz) 是无法从上半空间的-1次谐波辐射场获得, 因此在左下部分主要观察到下半空间-2次空间谐波辐射的低频, 而不是下半空间-1次空间谐波辐射的低频.

图 7 是  $E_x$  在 X-Y 平面的等位图和结构的辐射布里渊图. 研究的光栅结构与图 6 相同, 此时运动电子的能量为 30 keV, 运动向沿 X 正方向(从左往右). 图 7(b), 阴影区域为辐射区, 电子注线与灰色阴影区域相交区域代表电子注在周期结构上方运动时, 负次空间谐波的辐射频谱范围. 黑色虚线为周期  $L_1 = 0.6$  mm, 电子能量 30 keV 对应的-1次空间谐波的辐射频率, 其辐射范围是  $P_9$  到  $P_{10}$ ; 灰虚线为周期  $L_2 = 1.2$  mm, 电子能量 30 keV 对应的-1次空间谐波的辐射频率, 其辐射范围是  $P_7$  到  $P_8$ . 从图上可知, 当电压为 30 keV 时, 上半空间-1空间谐波与下半空间-1空间谐波将没有重叠的频率. 所以, 上半空间-1空间谐波辐射场通过缝隙传播到光栅下表面时, 将只能转化为下半空间的-2次空间谐波辐射场. 因此, 此时上下半空间的衍射辐射场又变成对称(忽略相移, 仅考虑频率), 如图 7(a). 比较图 6(a) 和 7(a) 可知, 对于非对称结构, 下半空间辐射的频率范围不仅取决于电子注能量和结构下表面的周期<sup>[11-12]</sup>, 同时也与上半空间的辐射频率范围密切相关.

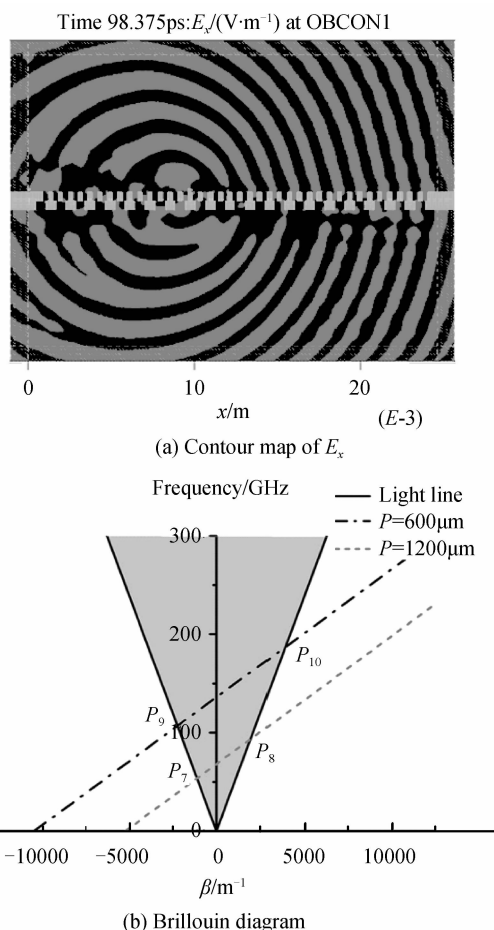


图 7 上下表面具有不同周期的亚波长光栅的电场  $E_x$  的等位图和布里渊图(上半空间的-1次空间谐波辐射频率范围与下半空间-1次空间谐波辐射频率范围不重叠)

Fig. 7 Contour map of  $E_x$  and Brillouin diagram for the subwavelength grating with the periods of the upper and lower surfaces different (the -1 space harmonic radiation bands of the upper half-space and lower half-space don't overlap)

### 3 结论

采用匀速运动线电子注激励亚波长周期光栅, 得到其双边衍射辐射特性, 以及缝隙宽度和光栅厚度与衍射辐射的关系. 在缝隙宽度和厚度适当的条件下, 观察到下半空间的衍射辐射场将比上半空间还要大. 同时对非对称周期缝隙结构的衍射辐射也进行了研究, 并得到了非对称周期缝隙结构的衍射辐射的一些特殊性质, 有助于下半空间衍射辐射物理机制的深入研究.

#### 参考文献

[1] EBBESEN T W, LEZEC H J, GHAEMI H F, *et al.*

- Extraordinary optical transmission through sub-wavelength hole arrays[J]. *Nature*, 1998, **391**: 667-669.
- [2] GARCIA de ABAJO F J. Colloquium: Light scattering by particle and hole arrays [J]. *Review of Modern Physics*, 2007, **79**(4): 1267-1290.
- [3] PENDRY J B, MARTIN-MORENO L, GARCIA-VIDAL F J. Mimicking surface plasmons with structured surfaces[J]. *Science*, 2004, **305**(5685): 847-848.
- [4] CAO Zhao-liang, LU Zhen-wu, ZHANG Ping, *et al.* Fabrication of antireflective subwavelength grating at infrared 30 $\mu\text{m}$  region[J]. *Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 2004, **23**(1): 6-10.  
曹召良, 卢振武, 张平, 等. 红外 30 $\mu\text{m}$  亚波长抗反射光栅的制作[J]. *红外与毫米波学报*, 2004, **23**(1): 6-10.
- [5] LIU Hai-tao, LALANNE P. Microscopic theory of the extraordinary optical transmission[J]. *Nature*, 2008, **452**: 728-731.
- [6] LIU Sheng-gang, HU Min, ZHANG Ya-xin, *et al.* Electromagnetic diffraction radiation of a subwavelength-hole array excited by an electron beam[J]. *Physical Review E*, 2009, **80**(3): 036602.
- [7] ZHANG Ping, ZHANG Ya-xin, HU Min, *et al.* Diffraction radiation of a sub-wavelength hole array with dielectric medium loading[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2012, **45**(14): 145303.
- [8] HU Min, ZHANG Ya-xin, YAN Yang, *et al.* Terahertz radiation from interaction between an electron beam and a planar surface plasmon structures [J]. *Chinese Physics B*, 2009, **18**(09): 3877.
- [9] SHIN Y M, SO J K, JANG K H, *et al.* Evanescent tunneling of an effective surface plasmon excited by convection electrons [J]. *Physical Review Letters*, 2007, **99**(14): 147402.
- [10] ZHANG Ya-xin, HU Min, YAN Yang, *et al.* Terahertz radiation of electron beam-cylindrical mimicking surface plasmon wave interaction [J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2008, **42**(4): 045211.
- [11] van den BERG P M. Smith-Purcell radiation from a line charge moving parallel to a reflection grating [J]. *JOSA*, 1973, **63**(6): 689-698.
- [12] SMITH S J, PURCELL E M. Visible light from localized surface charges moving across a grating [J]. *Physical Review*, 1953, **92**(4): 1069.
- [13] LI D, IMASAKI K. Improvement of grating for Smith-Purcell device [J]. *Journal of Terahertz Science and Technology*, 2008, **1**(4): 221-229.

\*\*\*\*\*

• 下期预告 •

## 生物细胞亚显微结构对光散射特性的影响

孙杜娟, 胡以华, 王勇, 李乐, 李磊

(脉冲功率激光技术国家重点实验室(电子工程学院), 电子制约技术安徽省重点实验室, 合肥 230037)

**摘要:** 构建细胞模型、“细胞基质”模型以及“细胞基质-细胞核”模型等 3 个模型, 分别表征不同层次细胞结构, 采用时域有限差分方法进行仿真计算, 分别比较了 3 个模型的远场雷达散射截面在 5 个散射区的数值差异, 分析了细胞器、细胞核和细胞基质等细胞亚显微结构对细胞电磁散射特性的影响. 研究表明, 生物细胞整体电磁散射特性主要由其细胞基质决定, 细胞核的存在显著增强了细胞在  $20^\circ \leq \theta \leq 40^\circ$  和  $150^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  两个散射区的散射能力, 随机分布的细胞器增强了细胞的侧向散射, 削弱了细胞核在上述两个散射区的散射效果, 使细胞散射波分布趋于均匀.

**关键词:** 光散射; 细胞散射特性; 细胞亚显微结构; 时域有限差分方法