

doi:10.3788/gzxb20134205.0511

矢量光束界面反射透射的自旋霍尔效应

段 弢¹, 谢小平^{1,2}, 段杰², 钱凤臣^{1,2}, 严绍辉¹

(1 中国科学院西安光学精密机械研究所 瞬态光学与光子技术国家重点实验室, 西安 710119)

(2 西安通信学院, 西安 710106)

摘 要: 矢量光束的一般表示方法是利用投影矩阵和广义琼斯矢量的乘积描述. 投影矩阵存在一个自由度, 该自由度与有限光束的场矢量偏振状态有关, 由特定的单位矢量与波矢量间的方位角决定, 可以定量地描述矢量光束的偏振状态. 本文在矢量光束描述的理论基础上, 通过对投影矩阵进行与反射光束与透射光束传播方向相应的坐标旋转, 根据麦克斯韦方程组及其边界条件, 计算讨论在各向同性介质界面上反射、透射矢量光束的表示形式以及其自旋霍尔效应表现出的横向位移. 线偏振光(光子自旋量为 $\sigma=0$) 横向位移为零, 圆偏振光束(光子自旋量为 $\sigma=\pm 1$) 位移量最大且左圆偏振与右圆偏振光束的位移大小相等方向相反, 进一步分析了左圆偏振光束在界面上的反射、透射光束的横向位移与入射角的关系.

关键词: 矢量光束; 矢量光束表述理论; 自旋霍尔效应; 横向位移

中图分类号: O431.1

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2013)05-0511-4

Spin Hall Effect of the Reflected and Transmitted Vector Light Beam Between the Interfaces

DUAN Tao¹, XIE Xiao-ping^{1,2}, DUAN Jie^{1,2}, QIAN Feng-chen^{1,2}, YAN Shao-hui¹

(1 State Key Laboratory of Transient Optics and Photonics, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academia of Sciences, Xi'an 710119, China)

(2 Xi'an Telecommunication College, Xi'an 710106, China)

Abstract: The finite electromagnetic vector is achieved by factorizing into a mapping matrix and a Jones vector. The vectorial property can be described by a degree of freedom of the mapping matrix that can be determined by the azimuthal angle of a fixed unit vector with respect to the wave vector. The representation formalism of the reflected and transmitted vector light beams is theoretically developed between the interfaces. The transverse shift, which is correlative with the spin Hall effect, is discussed. The transverse shift of the linearly polarized light beam ($\sigma=0$) is zero. The transverse shift of the circularly polarized light beam ($\sigma=\pm 1$) is maximum and the left and right circularly polarized light beam is the same. The dependence of transverse shift of the left circularly polarized light beam on the incidence angle is also analyzed.

Key words: Vector beam; Representation theory of vector beam; Spin Hall effect; Transverse shift

0 引言

矢量光束的主要特征是光束的偏振或相位在空间的不均匀分布, 在理论描述、传输及与物质相互作用

等方面具有全新的特性. 例如, 偏振呈圆柱对称分布的柱矢量激光束^[1-3], 在不同领域中的应用也大力开展起来^[4-9], 包括光刻技术、量子信息技术、微小粒子的俘获及操控(光镊及光扳手)、电子加速和暗场

基金项目: 国家自然科学基金(Nos. 60907026, 61231012)资助

第一作者: 段弢(1980—), 女, 副研究员, 博士, 主要研究方向为信息光学. Email: duantao@opt.ac.cn

通讯作者: 谢小平(1976—), 男, 研究员, 博士, 主要研究方向为光信息传输. Email: xxp@opt.ac.cn

收稿日期: 2012-10-19; 录用日期: 2012-12-25

成像等^[10-13].但是,光束的矢量表示理论远不够完善,该研究一直都是研究的热点^[14-18].考虑光场的矢量性,会揭示出更多光场本身的性质,包括非均匀偏振光场、光场的轨道角动量以及非傍轴光束的性质及其传播规律等. Fedorov 证明一束椭圆偏振的入射光束在两种均匀介质界面上发生全反射时,其消逝波的横向能流密度不为零,从而首先预言了横向位移的存在^[19]; Imbert 利用能流密度方法给出了和 Renard 相同的位移公式并通过实验首次测量出了圆偏振入射光束的位移大小^[20-21].分析表明以左、右圆偏振光为入射光时,其横向位移大小相等但方向相反,这就是所谓的 Imbert-Fedorov (IF) 效应,其实质就是光在介质界面上的自旋霍尔效应^[22-24].

本文利用投影矩阵,把三维光束的角谱矢量利用投影矩阵反映到其偏振态的琼斯矢量的二维空间,并引入单位矢量 \mathbf{I} 给出一般矢量光束的表示方法.利用坐标旋转,计算讨论在单界面上反射、透射矢量光束的表示形式及其自旋霍尔效应表现出的横向位移与入射角的关系.

1 讨论

1.1 矢量光束的表达式

对于自由空间中任一沿正 z 轴方向传播的单体三维光束,其电场强度矢量满足亥姆霍兹方程 $\nabla^2 \mathbf{E}(x) + k^2 \mathbf{E}(x) = 0$,同时遵守横场条件 $\nabla \cdot \mathbf{E}(x) = 0$,在笛卡尔坐标系中,电场强度矢量可用式(1)表示^[25-26]

$$\mathbf{E}(x) = \frac{1}{2\pi} \iint \mathbf{f}(k_x, k_y) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) dk_x dk_y \quad (1)$$

式中忽略了随时间变化的位相因子 $\exp(-i\omega t)$; \mathbf{k} 为波矢量, $\mathbf{k} = k_x \mathbf{e}_x + k_y \mathbf{e}_y + k_z \mathbf{e}_z$, $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$, $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ 为坐标系的单位矢量; $\mathbf{f}(k_x, k_y)$ 是光束电场矢量在波矢空间的振幅矢量角谱分布,按照横场条件, $\mathbf{f}(k_x, k_y)$ 只能有两个相互正交的偏振态,用 \mathbf{s} 和 \mathbf{p} 表示这两个独立且相互正交的偏振态,可以将角谱 $\mathbf{f}(k_x, k_y)$ 表示为

$$\mathbf{f}(k_x, k_y) = \mathbf{m} \cdot \boldsymbol{\alpha} \quad (2)$$

任一束沿正 z 轴方向传播的单体三维矢量光束的投影矩阵可表示为

$$\mathbf{m} = (\mathbf{s} \cdot \mathbf{p}) = \begin{pmatrix} s_x & p_x \\ s_y & p_y \\ s_z & p_z \end{pmatrix} = \frac{1}{|\mathbf{k} \times \mathbf{I}|} \cdot \begin{pmatrix} k k_y \cos \theta_l & (k_y^2 + k_z^2) \sin \theta_l - k_x k_z \cos \theta_l \\ k(k_z \sin \theta_l - k_x \cos \theta_l) & -k_y(k_z \cos \theta_l + k_x \sin \theta_l) \\ -k k_y \sin \theta_l & (k_x^2 + k_y^2) \cos \theta_l - k_x k_z \sin \theta_l \end{pmatrix} \quad (3)$$

式中 \mathbf{I} 是指 Whittaker 标势理论中的单位矢量^[16],与波矢量 \mathbf{k} 垂直的两个相互正交的单位矢量 \mathbf{s}, \mathbf{p} 有关 $\mathbf{p} = \mathbf{s} \times \frac{\mathbf{k}}{k}$, $\mathbf{s} = \frac{\mathbf{k} \times \mathbf{I}}{|\mathbf{k} \times \mathbf{I}|}$,假设单位矢量 \mathbf{I} 是 xoz 平面内一个单位矢量,与 z 轴的夹角为 θ_l ,则 $\mathbf{I}(\theta_l) = e_z \cos \theta_l + e_x \sin \theta_l$, θ_l 为 xoz 面内的一个单位矢量 \mathbf{I} 与 z 轴的夹角. $\mathbf{s}, \mathbf{p}, \mathbf{k}$ 满足: $\mathbf{s} \cdot \mathbf{k} = 0$, $\mathbf{p} \cdot \mathbf{k} = 0$, $\mathbf{p} \cdot \mathbf{s} = 0$ 以及归一化条件 $\mathbf{p} \cdot \mathbf{p} = 1$ 和 $\mathbf{s} \cdot \mathbf{s} = 1$; $\mathbf{m}^T \mathbf{m} = 1$, T 号表示转置; $\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha_s \\ \alpha_p \end{pmatrix}$ 为归一化的琼斯矢量,满足 $\alpha_s = |\alpha_s| \exp(i\varphi_1)$, $\alpha_p = |\alpha_p| \exp(i\varphi_2)$, $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$; 偏振椭圆度表示成: $\sigma = -i(\alpha_s \alpha_p - \alpha_s \alpha_p^*)$; f 为电场角谱的标量振幅.

单位矢量 \mathbf{I} 绕波矢量 \mathbf{k} 旋转时,通过改变 \mathbf{I} 相对于 \mathbf{k} 方位角来改变矢量 \mathbf{s} 和 \mathbf{p} 的方向,方位角作为自由度决定某一平面波分量的投影矩阵.对有限波束的任一平面波分量来说,不同的方位角表示不同的投影矩阵,同一琼斯矢量通过不同的投影矩阵对应不同的场矢量,每一个平面波分量都对应不同的投影矩阵和琼斯矢量,也就是均可以用同一个单位矢量 \mathbf{I} 和相同的琼斯矢量 $\boldsymbol{\alpha}$ 来表示.也就是说,投影矩阵存在一个自由度可以将有限光束的场矢量因式分解成投影矩阵和广义琼斯矢量的乘积.

1.2 反射、透射矢量光束描述

矢量光束从折射率为 n_1 的各向同性均匀介质中向另一折射率为 n_2 的各向同性均匀介质中传播, $Z=0$ 为两种介质的分界面,如图 1.粗实线箭头分别表示入射光、反射光和折射光束,细虚线箭头分别

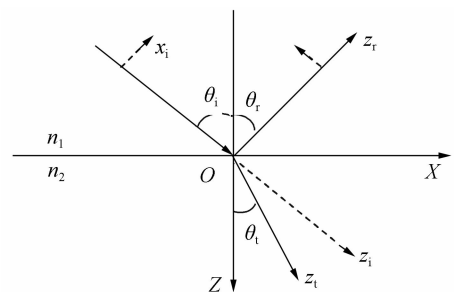


图 1 光束在介质界面反射、折射的几何示意

Fig. 1 Schematic diagram of the reflected and transmitted light beams between the interfaces

表示入射光、反射光、折射光的光束坐标系 $x_i y_i z_i$, $x_r y_r z_r$, $x_t y_t z_t$, 实验室坐标系 XYZ , 而 y, y_r, y_t, Y 是重合的. 反射、透射光束的矢量电场分布可写为

$$\mathbf{E}_j(x) = \frac{1}{2\pi} \iint \mathbf{f}_j(k_x, k_y) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) dk_x dk_y \quad (4)$$

场强度矢量的角谱可表示为

$$\mathbf{f}_j(k_x, k_y) = \mathbf{m}_{jXYZ} \cdot \boldsymbol{\alpha}_j \quad (5)$$

式中,反射、透射光束偏振态的琼斯矢量应表示为

$\alpha_j = \begin{pmatrix} \alpha_{sj} \\ \alpha_{pj} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \alpha_i$ ($j=r, t$, 下标 i, r, t 分别代表入射、反射、透射光束), $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} A_s & 0 \\ 0 & A_p \end{pmatrix}$, ($\mathbf{A}=\mathbf{R}, \mathbf{T}$) 为反

射、透射系数矩阵, A_s 和 A_p 分别是 s 和 p 偏振态的反射系数、透射系数. 光束由介质 n_1 入射到介质 n_2 时, 由 Maxwell 方程组及边界条件得到界面上反射系数为

$$R_s = \frac{\cos \theta_i - \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \theta_i}}{\cos \theta_i + \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \theta_i}} = |R_s| e^{i\varphi_s},$$

$$R_p = \frac{n_{21} \cos \theta_i - \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \theta_i}}{n_{21} \cos \theta_i + \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \theta_i}} = |R_p| e^{i\varphi_p};$$

透射系数为

$$T_s = \frac{2 \cos \theta_i}{\cos \theta_i + \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \theta_i}},$$

$$T_p = \frac{2 n_{21} \cos \theta_i}{n_{21}^2 \cos \theta_i + \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \theta_i}};$$

θ_i 为入射角, $n_{21} = n_2/n_1$.

坐标系 XYZ 中投影矩阵: $\mathbf{m}_{jXYZ} = R_y(-\theta_j) \cdot \mathbf{m}_{jxyz}$, 绕 y 轴旋转 $-\theta$ 旋转矩阵

$$R_y(-\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 \\ 0 & 1 \\ -\sin \theta & 0 \end{pmatrix}$$

由于旋转不变性, 如图 1, $\mathbf{m}_{jXYZ}^\dagger \cdot \mathbf{m}_{jXYZ} = 1$.

1.3 反射、透射光束的 IF 位移

由于光束的矢量特性, 入射光束、反射光束和折射光束的几何轴心可能不与坐标原点重合, 而与偏振有关的自旋霍尔效应在空间上表现为反射、透射光束在界面上沿 Y 向的横向位移, 如图 2 所示, 即

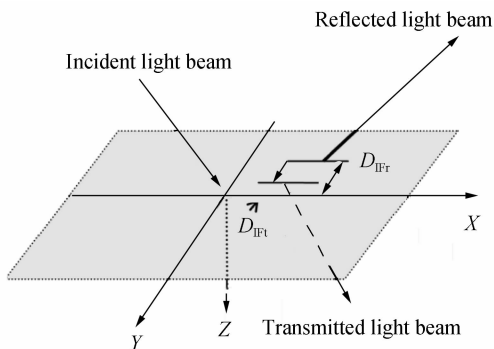


图 2 反射、透射光束在界面上的横向位移

Fig. 2 Transverse shifts of the reflected and transmitted light beams between the interfaces

$Y(y)$ 的位置坐标为

$$y_{j0} = \frac{\iint E_j y E_j dx dy}{\iint E_j E_j dx dy} \quad (6)$$

方程式(5)带入上式, 因与角谱有关的项, 因为反射、透射光束角谱的标量函数 f_i 是 k_x, k_y 的偶函数, 积

分结果为零; 与琼斯矢量 α_j 有关项, 对于反射、透射光束与其反射折射系数系数有关, 有限光束中所有平面波分量具有相同的琼斯矢量, 即与波矢量 k_x, k_y 无关, 因此该项积分也为零, 则方程(6)可简化为

$$y_{j0} = \frac{\iint i \alpha_j^\dagger \cdot \mathbf{m}_j^T \cdot \frac{\partial \mathbf{m}_j}{\partial k_Y} \cdot \alpha_j |f|^2 dk_x dk_y}{\iint |\alpha_j|^2 |f|^2 dk_x dk_y} \quad (7)$$

式入光束横向位置与角谱的偏振情况有关.

根据动量守恒, 波矢量沿介质界面的分量在反射过程中保持不变, 即 k_{jX} 和 k_{jY} 不变; 根据几何光学定理, $k_{jZ} = -k \cos \theta_r = -k_z, k_{tZ} = k_t \cos \theta_t, \theta_r, \theta_t$ 分别为反射角和折射角, $\theta_r = \theta$; 根据 Snell 折射定理, $k_j \sin \theta_j$ 为常量, ($j=r, t$). 因此通过式(7)可以得到入射光束、反射光束和折射光束的横向位移分别为

$$D_{\text{IFR}} = y_{r0} - y_{i0} = -(\sigma \cot \theta/k) [|R_s|^2 + |R_p|^2 + 2 |R_s| |R_p| \sin(\varphi + \varphi_s - \varphi_p) / \sin \varphi] / [2(|\alpha_s|^2 |R_s|^2 + |\alpha_p|^2 |R_p|^2)] \quad (8)$$

$$D_{\text{IFT}} = y_{t0} - y_{i0} = -(\sigma \cot \theta/k) [T_s^2 + T_p^2 - 2 T_s T_p (\cos \theta_i) / \cos \theta] / [2(T_s^2 |\alpha_s|^2 + T_p^2 |\alpha_p|^2)] \quad (9)$$

分析式(8)和(9)可看出: 对于线偏振光束, 横向位移为零, 如果通过弱测量实验在不同介质界面将左、右旋圆偏光分开并将待测的纳米级位移探测准确度放大近 4 数量级, 实验上直接观测^[27]. 在金属材料^[28]、半导体材料^[29]等介质界面也观测到了与自旋霍尔效应相关的横向位移结果; 对于圆偏振光束 (光子自旋量为 $\sigma = \pm 1$), 位移量最大, 且左圆偏振 $\sigma = -1$ 与右圆偏振光束 $\sigma = 1$ 的位移大小相等方向相反; 如果 $n_1 > n_2$, 当 $0 < \theta < \theta_c$ 时, 透射光束的位移随入射角增大而增大, 在临界全反射态时达到最大.

如图 3 中, 入射光束为左圆偏振 $\left[\alpha_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \right]$ 时反射、透射光束横向位移, 其中 $n_1 = 1.506, n_2 = 1$. 当入射角大于临界角时, 光束发生全反射, 反射光束的

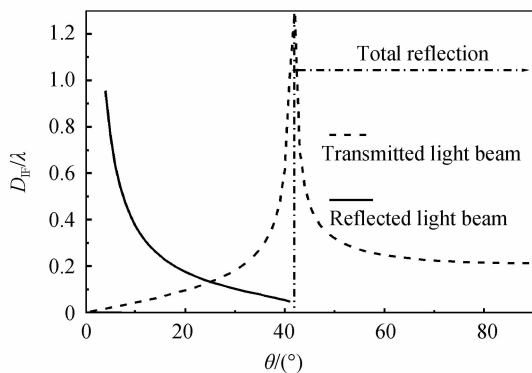


图 3 左圆偏振反射、透射光束横向位移随入射角的变化
Fig. 3 Dependence of transverse shifts of the reflected and transmitted light beams on the incidence angle

位移有最大值开始减小而透射光束为零。

2 结论

矢量光束的表示方法通过投影矩阵,把三维光束的角谱矢量利用投影矩阵反映到其偏振态的琼斯矢量的二维空间,并引入单位矢量 \mathbf{I} 给出.利用旋转矩阵将投影矩阵坐标旋转,得到单界面上反射、透射矢量光束的表示形式,并计算讨论了与自旋霍尔效应相关的横向位移及其与入射角的关系。

参考文献

- [1] ZHAN Q W. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications [J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2009, **1**(1): 1-57.
- [2] MOSER T, GLUR H, ROMANO V, *et al.* Polarization selective grating mirrors used in the generation of radial polarization[J]. *Applied Physics B*, 2005, **80**(6): 707-713.
- [3] KOZAWA Y, SATO S. Generation of a radially polarized laser beam by use of a conical Brewster prism[J]. *Optics Letters*, 2005, **30**(22): 3063-3065.
- [4] YOUNGWORTH K S, BROWN T G. Focusing of high numerical aperture cylindrical vector beams [J]. *Optics Express*, 2000, **7**(2): 77-87.
- [5] DORN R, QUABIS S, LEUCHS G. Sharper focus for a radially polarized light beam[J]. *Physical Review Letters*, 2003, **91**(23): 233901-1-4.
- [6] ZHAN Q. Trapping metallic Rayleigh particles with radial polarization[J]. *Optics Express*, 2004, **12**(15): 3377-3382.
- [7] GUO H, CHEN J, ZHUANG S. Vector plane wave spectrum of an arbitrary polarized electromagnetic wave [J]. *Optics Express*, 2006, **14**(6): 2095-2100.
- [8] ZHOU Guo-quan. Propagation of nonparaxial vector Gaussian beam[J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(4): 1572-1577. 周国泉. 非傍轴矢量高斯光束的传输[J]. *物理学报*, 2005, **54**(4): 1572-1577.
- [9] YAN S, YAO B. Radiation forces of a highly focused radially polarized beam on spherical particles[J]. *Physical Review A*, 2007, **76**(5): 053836-1-6.
- [10] ASHKIN A. History of optical trapping and manipulation of small neutral particle atoms and molecules[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2000, **6**(6): 841-856.
- [11] PATERSON L, MACDONALD M P, ARLTETAL J. Controlled rotation of optically trapped microscopic particles [J]. *Science*, 2001, **292**(5518): 912-914.
- [12] XU X, KIM K, JHE W, *et al.* Efficient optical guiding of trapped cold atoms by a hollow laser beam [J]. *Physical Review A*, 2001, **63**(6): 063401.
- [13] BISS D P, YOUNGWORTH K S, BROWN T G. Dark field imaging with cylindrical vector beams[J]. *Applied Optics*, 2006, **45**(3): 470-479.
- [14] MARTINEZ-HERRERO R, MEJIAS P M, BOSCH S, *et al.* Vectorial structure of nonparaxial electromagnetic beams [J]. *JOSA*, 2001, **18**(7): 1678-1680.
- [15] CHEN C G, KONKOLA P T, FERRERA J, *et al.* Analyses of vector Gaussian beam propagation and the validity of paraxial and spherical approximations[J]. *JOSAA*, 2002, **19**(2): 404-412.
- [16] WOLF E. Unified theory of coherence and polarization of random electromagnetic beams[J]. *Physics Letters A*, **312**(5-6): 263-267.
- [17] KOROTKOVA O, WOLF E. Changes in the state of polarization of a random electromagnetic beam on propagation [J]. *Optics Communications*, 2005, **246**(1-3): 35-43.
- [18] LI C F. Spin and orbital angular momentum of a class of nonparaxial light beams having a globally defined polarization [J]. *Physical Review A*, 2009, **80**(6): 063814(11).
- [19] FEDOROV F I. K Teorii polnogo otrazheniya[J]. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 1955, **105**: 465-468.
- [20] IMBERT C. Calculation and experimental proof of the transverse shift induced by total internal reflection of a circularly polarized light beam[J]. *Physical Review D*, 1972, **5**(4): 7870796.
- [21] RENARD R H. Total reflection: a new evaluation of the Goos-hänchen shift[J]. *JOSA*, 1964, **54**(10): 1190-1196.
- [22] ONODA M, MURAKAMI S, NAGAOSA N. Hall effect of light[J]. *Physical Review Letters*, 2004, **93**(8): 083901.
- [23] BLIOKH K Y, YU P. Conservation of angular momentum transverse shift and spin Hall effect in reflection and refraction of an electromagnetic wave packet[J]. *Physical Review Letters*, 2006, **96**(7): 073903.
- [24] BLIOKH K Y, NIV A, KLEINER V, *et al.* Geometrodynamics of spinning light[J]. *Nature Photonics*, 2008, **2**(12): 748-753.
- [25] LI C F. Representation theory for vector electromagnetic beams[J]. *Physical Review A*, 2008, **78**(6): 063831.
- [26] LI C F. Physical evidence for a new symmetry axis of electromagnetic beams[J]. *Physical Review A*, 2009, **79**(5): 053819.
- [27] HOSTEN O, KWIAT P. Observation of the spin hall effect of light via weak measurements [J]. *Science*, 2008, **319**(5864): 787-790.
- [28] HERMOSA N, NUGROWATI A M, ANDREA Aiello, *et al.* Spin hall effect of light in metallic reflection[J]. *Optics Letters*, 2011, **36**: 3200-3202.
- [29] MÉNARD J M, MATTACCHIONE A E, *et al.* Ultrafast optical imaging of the spin Hall effect of light in semiconductors[J]. *Physical Review B*, 2010, **82**(4): 045303.