

doi:10.3788/gzxb20134205.0505

贝塞尔高斯涡旋光束在大气湍流中的传输特性

王海燕, 陈川琳, 杜家磊, 毕小稳

(南京理工大学 理学院, 南京 210094)

摘 要: 基于广义惠更斯-菲涅耳原理, 推导了贝塞尔高斯涡旋光束在湍流大气中传输时系统平均光强的解析表达式, 研究了贝塞尔高斯空心涡旋光束在湍流大气中的光强传输特性, 同时分析了大气湍流的强弱、涡旋光束的拓扑荷等对光束质量的影响. 结果表明: 贝塞尔高斯涡旋光束在大气湍流中传输时, 光强分布经历几个连续的变化, 相位奇异性也会在传输过程中消失, 该过程与涡旋光束拓扑荷的数目、光束的束腰宽度以及大气湍流的强弱等因素密切相关. 拓扑荷数目高的涡旋光束在湍流大气中传输时, 其奇异性的保持较拓扑荷数目低的涡旋光束要好. 另外, 基于桶中功率理论, 分析研究了涡旋光束的拓扑荷数目、大气湍流强弱和束腰宽度对贝塞尔高斯涡旋光束在大气湍流中传输时的光束质量的影响.

关键词: 光学涡旋; 大气湍流; 光束传输; 桶中功率

中图分类号: O43

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2013)05-0505-6

Propagation of Bessel-Gaussian Beam with Optical Vortices in Turbulent Atmosphere

WANG Hai-yan, CHEN Chuan-lin, DU Jia-lei, BI Xiao-wen

(School of Science, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: Based on the extended Huygens-Fresnel integral, the analytic expressions for Bessel-Gaussian beams (BGBs) with optical vortices propagating in turbulent atmosphere are derived. The average intensity properties and the beam quality (Power in bucket) in the far field of Bessel-Gaussian beams with optical vortices propagating in turbulent atmosphere are investigated. It is found that intensity profiles of Bessel-Gaussian beams experienced successive variations and the phase singularity rapidly fades away during propagating in turbulent atmosphere. The process is closely related with the number of topological charge, the beam's waist width and the strength of atmospheric turbulence. The maintenance of singularity of vortex beams with larger topological charge in turbulent atmosphere is better than that for vortex beams with smaller topological charge. In addition, based on the theory of power in bucket, the influence of topological charge, the beam's waist width and the strength of atmospheric turbulence on the beam quality of Bessel-Gaussian beams is explored in detail.

Key words: Optical vortex; Atmospheric turbulence; Beam propagation; Power in the bucket

0 引言

近年来, 涡旋光束由于其在现代光学中的广泛应用而越来越受到人们的重视, 对光学涡旋的研究已逐渐发展成为一门新的光学分支——奇异光学.

光学涡旋有螺旋式相位结构, 光场中存在奇异点, 在奇异点处, 振幅为零且相位不确定. 2011年, 丁攀峰通过衍射积分理论对整数阶以及分数阶涡旋光束的相位奇点的稳定性进行了研究^[1]. 吴慧云等人提出了一种以高斯涡旋光束作为光源, 实现中继镜

基金项目: 国家自然科学基金(No. 11204135)、高等学校博士学科点专项科研基金(No. 20113219120039)和中国科学院大气成分与光学重点实验室开放课题基金(No. JJ1110)资助

第一作者: 王海燕(1976—), 女, 副教授, 博士, 主要研究方向为光在随机介质中的传输特性. Email: njjustwhy@mail.njust.edu.cn

收稿日期: 2012-10-09; **录用日期:** 2012-11-30

系统上行链路能量损耗有效降低的新方法^[2]. 薄斌等人利用反射式纯相位型液晶空间光调制器实时动态地产生不同拓扑荷数的涡旋光束, 并分析了其与平面波以及球面波的干涉特性^[3]. 然而, 当涡旋光束在湍流大气中传输时, 光束的传输特性会得到改变, 光束质量会受到破坏. 正因为如此, 人们对此已进行了大量研究. 1987年, Gori等引入了贝塞尔-高斯光束(Bessel-Gaussian Beam, BGB)^[4]之后, 人们对其传输特性进行了广泛研究^[4-8].

本文以贝塞尔-高斯涡旋光束为例, 研究了这类光束在大气湍流中传输时, 在输出横截面内的光强分布特性. 重点分析湍流强度、传播距离、光源拓扑荷及束腰宽度对光强分布特性的影响, 并引入桶中功率讨论了涡旋光束在大气湍流中的光束质量.

1 理论模型

首先, 采用多个 dGBs 来表示拓扑荷不同的 BGB 涡旋光束的近似表达式, 空间域中 BGB 涡旋光束在光源处 $z=0$ 的场分布为^[9]

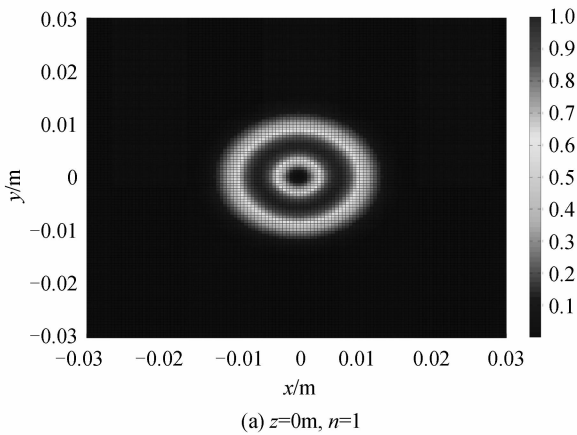
$$E(x, y, 0) = \sum_{m=0}^{M-1} E_m(x, y, 0) \quad (1)$$

式中

$$E_m(x, y, 0) = \exp \left\{ - \left[\left(x - \frac{i}{2} R \cos \theta_m \right)^2 + \left(y - \frac{i}{2} R \sin \theta_m \right)^2 \right] / \omega_0^2 + i \varphi_m \right\} \quad (2)$$

相位常量 $\varphi_m = nm\alpha_0$ ($m=0, 1, 2, \dots, M-1$; $\alpha_0 = 2\pi/M$), ω_0 为束腰宽度; 相位角 $\theta_m = m\alpha_0$. N 为光束的拓扑荷. 这里用 M 个 dGB 复合成 BGB, 用于研究拓扑荷不同的涡旋光束的特性^[10-13], 在不影响最终结果的情况下一些无足轻重的振幅恒定因素被省略了.

事实上, 引入柱坐标系 (ρ, θ) , 同时使用贝塞尔公式 $\exp(ix \cos \varphi) = \sum_{\rho=-\infty}^{\infty} i^n J_\rho(x) \exp(i\rho\varphi)$ ^[14], 式(1)可以化简为



$$E(\rho, \varphi, 0) = \exp \left[- \frac{\rho^2 - \frac{1}{4} R^2}{\omega_0^2} \right] \sum_{\rho=-\infty}^{\infty} i^\rho J_\rho \cdot \left(\frac{R\rho}{\omega_0} \right) \exp(i\rho\varphi) \sum_{m=0}^{M-1} \exp[im(n-\rho)\alpha_0] \quad (3)$$

考虑到

$$\sum_{m=0}^{M-1} \exp[im(n-\rho)\alpha_0] = M\delta_{\rho-n, Mq} \quad (q=0, \pm 1, \dots) \quad (4)$$

同时又由式(2)中以 m 为变量进行求和, 式(3)可化简为

$$E(\rho, \varphi, 0) = M \exp \left[- \frac{\rho^2 - \frac{1}{4} R^2}{\omega_0^2} \right] \sum_{q=-\infty}^{\infty} i^{n+Mq} \cdot J_{n+Mq} \left(\frac{R\rho}{\omega_0} \right) \exp[i(n+Mq)\varphi] \quad (5)$$

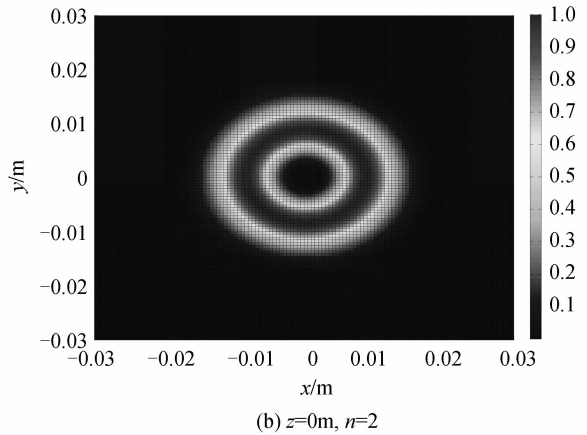
在合成光束中, 拓扑荷为 $n+Mq$ 的子光束的权重系数可以定义为^[9]

$$a_{n+Mq} = \frac{\int_0^{\infty} \exp(-2\rho^2) J_{n+Mq}^2(R\rho/\omega_0) \rho d\rho}{\sum_{q=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \exp(-2\rho^2) J_{n+Mq}^2(R\rho/\omega_0) \rho d\rho} = \frac{I_{n+Mq} \left(\frac{R^2}{4\omega_0^2} \right)}{\sum_{q=-\infty}^{\infty} I_{n+Mq} \left(\frac{R^2}{4\omega_0^2} \right)} \quad (6)$$

数值计算表明, 当 M 足够大或 R 相对较小时, 只有 $q=0$ 相对应的那一项非常重要, 因此, 拓扑荷为 n 的一束 BGB 涡旋光束可以很好地近似为 M 个 dGB 子光束的合成, 形式为

$$E(x, y, 0) = J_n \left(\frac{R\rho}{\omega_0} \right) \exp \left(- \frac{\rho^2}{4\omega_0^2} + in\varphi \right) \approx \frac{1}{Mz^n} \cdot \exp \left(\frac{-R^2}{4\omega_0^2} \right) \sum_{m=0}^{M-1} \exp \left\{ \left[- \left(x - \frac{1}{2} R \cos \theta_m \right)^2 + \left(y - \frac{1}{2} R \sin \theta_m \right)^2 \right] / \omega_0^2 + i\varphi \right\} \quad (7)$$

这是本文中得到的重要结论之一^[9]. 运用 n 阶 BGB 光束的近似表达式(7), 研究拓扑荷为 n 的涡旋光束在湍流大气中传输特性是可行的. 在图1中



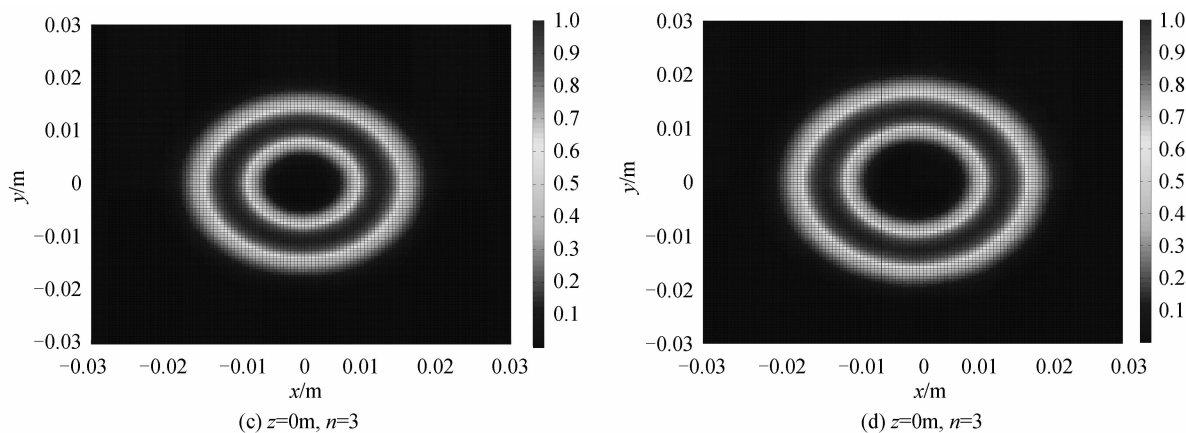


图1 BGB 涡旋光束在光源处的二维光强分布

Fig. 1 2D intensity distribution of BGB vortex beam in the source plane

给出了 BGB 涡旋光束拓扑荷不同时在光源处所对应的光强分布图 ($M = 12, R = 4\omega_0$). 由图可知, 随拓扑荷数目的增加, 空心光束中心处光强为零的半径也随之增大.

2 BGB 涡旋光束在湍流大气中的传输特性

2.1 BGB 涡旋光束在湍流大气中传输时光强分布特性

基于广义的惠更斯-菲涅尔原理, BGB 涡旋光束在大气湍流中传输至 z 处时, 在输出横截面内, 其平均光强表示为^[15-16]

$$\langle I(x, y, z) \rangle = \frac{k^2}{(2\pi z)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(p, q, 0) \cdot E^*(\xi, \eta, 0) \langle \exp [\psi(p, q, x, y) + \psi^*(\xi, \eta, x, y)] \rangle_m \exp \left(\frac{ik}{2z} [(x-p)^2 + (y-q)^2 - (x-\xi)^2 - (y-\eta)^2] \right) dpdq d\xi d\eta \quad (8)$$

式中, $k = 2\pi/\lambda$ (λ 为波长), $*$ 表示复共轭, $\langle \rangle_m$ 表示在整个湍流介质中实现系统平均. 假定湍流为局地均匀且采用 Kolmogorov 湍流谱, 利用 Rytov 近似, 式(8)积分中的系统平均可以表示为^[15-16]

$$\langle \exp [\psi(p, q, x, y) + \psi^*(\xi, \eta, x, y)] \rangle =$$

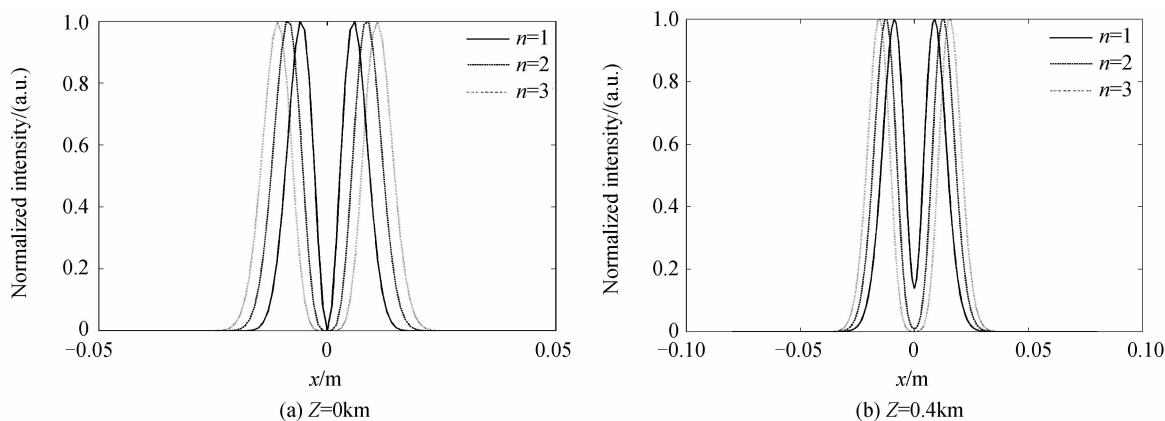
$$\exp [-0.5D_\psi(p-\xi, q-\eta)] = \exp \left[-\frac{(p-\xi)^2 - (q-\eta)^2}{\rho_0^2} \right] \quad (9)$$

$\psi(p, q, x, y)$ 是球面波在湍流介质中传播时由于扰动而引起相位起伏的随机部分. $D_\psi(p-\xi, q-\eta)$ 是光波的相位结构函数. $\rho_0 = (0.545C_n^2 k^2 z)^{-3/5}$, 这里的 C_n^2 是大气折射率结构常量, 描述大气湍流的强弱; ξ, η, p, q 分别表示在输出横截面内任意两点的坐标^[15]. 将式(7)和(9)带入式(8), 经过复杂的积分运算, 可以得到输出横截面内系统平均光强^[16-17]

$$\langle I(x, y, z) \rangle = \frac{N_w^2}{M^2 \Omega} \exp \left\{ -\frac{R^2 \left(1 + \frac{\omega_0^2}{\rho_0^2} \right)}{2\Omega \omega_0^2} - \frac{2N_w^2 x^2 + y^2}{\Omega \omega_0^2} \right\} \cdot \sum_{m,l}^{M-1} \exp \left[i(\varphi_m - \varphi_l) + \frac{R^2 \cos(\theta_m - \theta_l)}{2\Omega \rho_0^2} \right] \cdot \exp \left[\frac{N_w(1+iN_w)R}{\Omega \omega_0^2} (x \cos \theta_m + y \sin \theta_m) + \frac{N_w(1-iN_w)R}{\Omega \omega_0^2} (x \cos \theta_l + y \sin \theta_l) \right] \quad (10)$$

式(9)中, $N_w = \pi \omega_0^2 / \lambda z$ 是 dBGs 在自由空间中传输时的菲涅尔数, $\Omega = 1 + N_w^2 + 2\omega_0^2 / \rho_0^2$. 基于公式(10), 可以详细地研究 BGB 涡旋光束在湍流大气中的光强传输特性. 光源处, 光束的参量为: $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, $M = 12$, $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$, $R = 2\omega_0$.

图2给出了拓扑荷数不同的 BGB 涡旋光束在



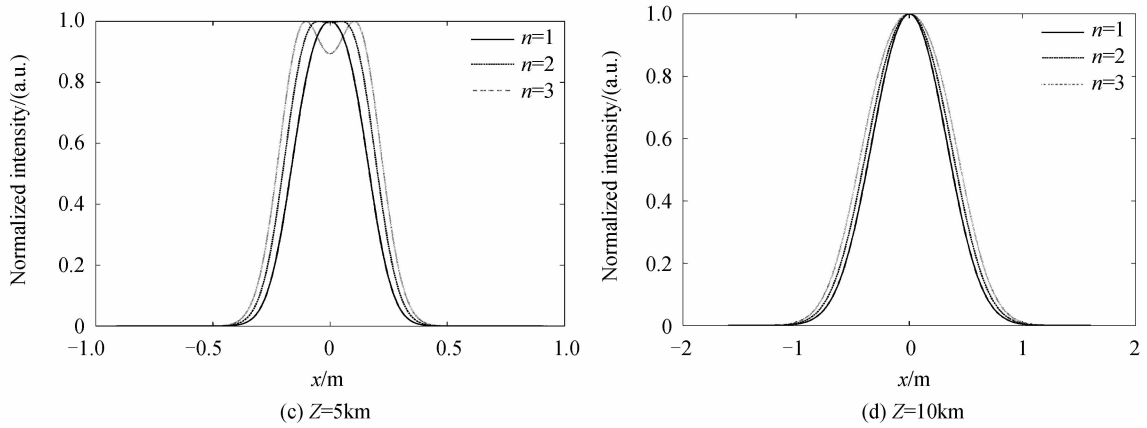
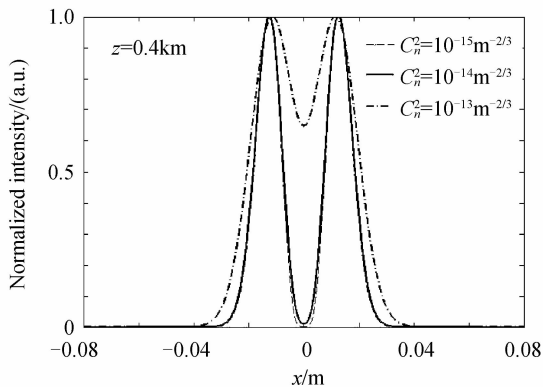


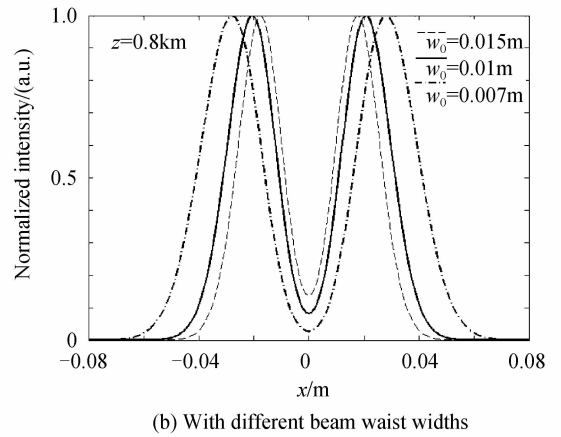
图2 光源处拓扑荷数不同的 BGB 涡旋光束在大气湍流中传输至不同距离处 x 轴方向上的归一化平均光强分布曲线
Fig. 2 On x -axis normalized average intensity of BGB vortex beam propagating turbulent atmosphere with different topological charges in the source plane

大气湍流中传输时,不同传输距离处 x 轴方向上的归一化平均光强分布曲线图.由图 2 可知,拓扑荷数不同的涡旋光束在湍流大气中传输时,拓扑荷数越小的涡旋光束率先演变为标准的高斯光束.光源处,拓扑荷数目越高,涡旋光束在湍流大气中传输时可以长距离的保持中心处光强为零的奇异特性.当涡旋光束在大气湍流中传输时,其光强的演变经历如下几个过程:在短距离传播时,光束仍保持中心光强为零的奇异特性,但随着传输距离的增加,中心处光强会逐渐增加,呈现中央凹陷状的光强分布;随着传播距离的继续增加,其光强分布逐渐变为平顶分布,最后在远场处光束退化为高斯分布.

为了研究大气湍流强弱以及光源等参量对涡旋光束传输特性的影响,在图 3(a)中给出了同一涡旋光束在湍流强度程度不同的大气中传输时同一传输距离处 x 轴方向上的归一化光强分布曲线.由图 3(a)可知,大气湍流越强,光束扩展越严重,同样也最先退化为高斯光束.也就是说强大气湍流会加剧涡旋光束由中空光束演化为高斯光束的传输进程.同样,图 3(b)给出了束腰半径不同的涡旋光束在大气湍流中传输时的 x 轴方向上的归一化光强分布图($n=2$),由图 3(b)可知,光源处涡旋光束的束



(a) With different strengths of atmospheric turbulence



(b) With different beam waist widths

图3 输出横截面内 x 轴上的归一化光强分布
Fig. 3 On x -axis normalized average intensity at the receiver plane

腰半径越小,会加剧涡旋光束由中空光束演化为高斯光束,光束的奇异性最先消失.

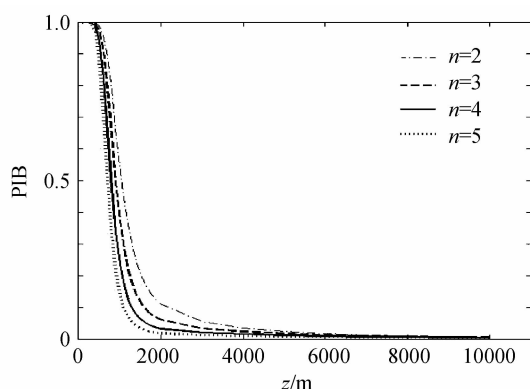
2.2 涡旋光束的桶中功率

桶中功率(Power in the Bucked, PIB)是一种区分不同激光光束,衡量远场光束的聚焦能力的有效方法,桶中功率定义为在给定桶中的激光能量占激光光束所有能量的百分比,定义为

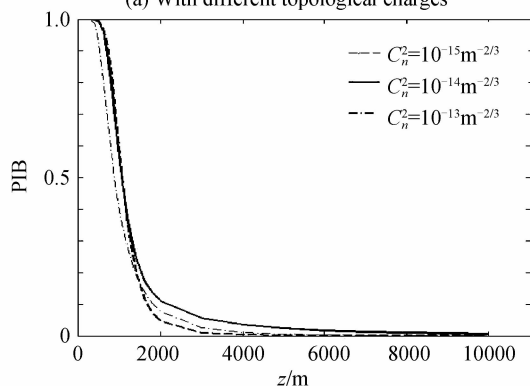
$$\text{PIB} = \frac{\int_{-b_x}^{b_x} \int_{-b_y}^{b_y} \langle I_m \rangle dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle I_m \rangle dx dy} \quad (11)$$

式中, b 是选定桶的半宽度, PIB 值越大,光束的聚焦能力越好,光束的质量就越好.

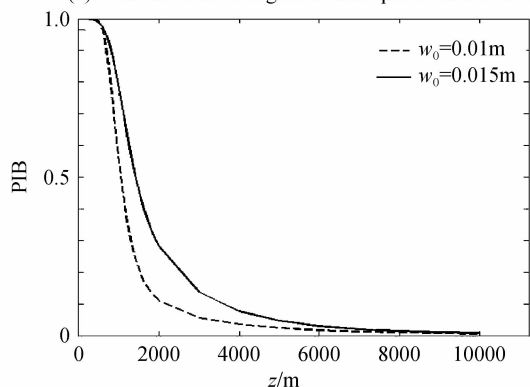
图 4 中给出了 BGB 涡旋光束在大气湍流中传输时 PIB 随着传输距离的变化趋势图,给定的计算参量为: $b=0.03$ m, $\lambda=632.8$ nm, $M=12$, $R=2\omega_0$, $C_n^2=10^{-14}$ m^{-2/3}. 由图可知, BGB 涡旋光束近距离传播时,能量集中,随着传输距离的增加,中空光束渐渐退化为平顶光束以及标准的高斯光束, PIB 值会逐渐减少.图 4(a)~(c)分别给出了涡旋光



(a) With different topological charges



(b) With different strengths of atmospheric turbulence



(c) With different beam waist widths at the source plane

图 4 BGB 涡旋光束在大气湍流中传输时光束桶中功率随着传输距离的变化曲线

Fig. 4 Power in bucket of BGB vortex beams propagating in turbulent atmosphere along with the propagation distance

束的拓扑荷数目、大气湍流强弱以及光源处光束束腰宽度对光束质量的影响。由图 4(a), 通过比较分析可知: 在传输距离 2 km 左右, 拓扑荷数目小的涡旋光束所对应的 PIB 值越高, 这是因为拓扑荷数目低的涡旋光束最先演变为平顶光束, 而平顶光束能量比较集中。但随着传输距离的增加都演变为高斯光束, 光束扩散也严重, 因此 PIB 值会继续降低, 但是拓扑荷数目的大小对涡旋光束在超远距离处的光束质量影响不大。图 4(b) 给出的是大气湍流强弱对涡旋光束的 PIB 的影响, 分析可知, 由于大气湍流越强, 涡旋光束最先演变为平顶光束, 因

此, 在传输距离 2 km 左右, $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 所对应的 PIB 值比 $C_n^2 = 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ 要大, 但不是湍流越强, 该处所对应的 PIB 值就越大。当大气湍流较强时, 涡旋光束虽然最先演变为平顶光束, 但光束的扩展在强大气湍流中更为严重, 因此在 2 km 左右处, 湍流越强, $C_n^2 = 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ 所对应的 PIB 值反而越小。图 4(c) 给出了涡旋光束在光源处束腰宽度不同时对远场光束质量的影响, 显而易见, 光束的束腰越宽, 涡旋光束在演变过程中最先演变为平顶光束, 因此, 所对应的光束的聚焦性能就会越好, 相对应的 PIB 值就越高。

3 结论

基于广义的惠更斯-菲涅尔原理, 本文研究了 BGB 涡旋光束在大气湍流中的光强传输特性以及远场的光束质量问题。研究表明, BGB 涡旋光束在湍流大气中传输时, 光强由最起初的中空光束演变为平顶光束, 在远距离处最终演变为标准的高斯光束, 演变过程与大气湍流的强弱、涡旋光束拓扑荷数目以及光束的束腰宽度等密切相关。采用桶中功率讨论了涡旋光束的光质量, 研究发现, 光束质量的好坏也与涡旋光束的拓扑荷数目、大气湍流的强弱以及光束的束腰宽度密切相关。由于本文采用的是 Rytov 相位结构函数的二次近似, 因此所得结论适用于弱湍流。

参考文献

- [1] DING Pan-feng. Stabilization analysis of phase singularity of vortex beams with integral and fractional orders[J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2011, **39**(5): 118-122.
丁攀峰. 整数与分数阶涡旋光束相位奇点的稳定性分析[J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2011, **39**(5): 118-122.
- [2] WU Hui-yun, HUANG Zhi-he, WU Wu-ming, et al. Analysis of Gaussian-vortex beam and its application in a relay mirror system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(4): 175-179.
吴慧云, 黄值河, 吴武明, 等. 高斯涡旋光束分析及其在中继镜系统中的应用[J]. *光学学报*, 2011, **31**(4): 175-179.
- [3] BO Bin, MENKE Nei-menle, ZHAO Jian-lin, et al. Generation of vortex beams with a reflected type phase only LCS-LM[J]. *Journal of Optoelectronics Laser*, 2012, **23**(1): 74-78.
薄斌, 门克内木乐, 赵建林, 等. 用反射式纯相位液晶空间光调制器产生涡旋光束[J]. *光电子·激光*, 2012, **23**(1): 74-78.
- [4] TOVAR A A. Propagation of Laguerre-Bessel-Gaussian beams in turbulence[J]. *JOSA A*, 2000, **17**: 2100-2108.
- [5] CHEN Fei-nan, CHEN Jing-jing, ZHAO Qi, et al. Properties of high order Bessel Gaussian beam propagation in non-Kolmogorov atmosphere turbulence[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2012, **39**(9): 0913001.
陈斐楠, 陈晶晶, 赵琦, 等. 高阶贝塞尔高斯光束在非柯尔莫哥诺夫大气中的传输特性[J]. *中国激光*, 2012, **39**(9):

- 0913001.
- [6] LU X H, CHEN X M, ZHANG L, *et al.* High order Bessel-Gaussian beam and its propagation properties [J]. *Chinese Physics Letters*, 2003, **20**(12): 2155-2157.
- [7] CHEN B S, CHEN Z Y, PU J X. Propagation of partially coherent Bessel-Gaussian beams in turbulent atmosphere[J]. *Optics and Laser Technology*, 2008, **40**(6): 820-827.
- [8] CAI Y J, LU X. Propagation of Bessel and Bessel-Gaussian beams through an unapertured or apertured misaligned paraxial optical systems[J]. *Optics Communications*, 2007, **274**(1): 1-7.
- [9] ZHU K C, ZHOU G Q, LI X G, *et al.* Propagation of Bessel-Gaussian beams with optical vortices in turbulent atmosphere [J]. *Optics Express*, 2008, **16**(26): 21315-21320.
- [10] YIN J P, GAO W J, ZHU X F. Generation of dark hollow beams and their applications[J]. *Progress in Optics*, 2003, **45**: 119-204.
- [11] CAI Y J, WANG Z Y, LIN Q. An alternative theoretical model for an anomalous hollow beam[J]. *Optics Express*, 2008, **16**(19): 15254-15267.
- [12] ZHU K C, TANG H Q, GAO Y Y. A new set of flattened light beams[J]. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2002, **4**(1): 33-36.
- [13] ZHU K C, TANG H Q, WANG X W, *et al.* Flattened light beams with an axial shadow generated through superposing cosh-Gaussian beams[J]. *Optik*, 2002, **113**(5): 222-226.
- [14] GRADSHTEYN I S, RYZHIK I M. Table of integrals, series, and products [M]. New York: Academic Press, 1980: 718-719.
- [15] HE X, LU B D. Propagation of partially coherent flat-topped vortex beams through non-Kolmogorov atmospheric turbulence[J]. *JOSA A*, 2011, **28**(9): 1941-1948.
- [16] WU J. Propagation of a Gaussian-Shell beam through turbulent media[J]. *Journal of Modern Optics*, 1990, **37**(4): 671-684.
- [17] CAI Y J. Propagation of various flat-topped beams in a turbulent atmosphere[J]. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2006, **8**(6): 537-545.
- [18] EYUBOGLU H T, BAYKAL Y, SERMUTLE E. Convergence of general beams into Gaussian intensity profiles after propagation in turbulent atmosphere [J]. *Optics Communications*, 2006, **265**(2): 399-405.

• 下期预告 •

在非对称光腔中利用 CRIB 技术进行 光量子态存储

高微, 王明锋, 郑亦庄

(温州大学 物理与电子信息工程学院, 浙江 温州 325035)

摘要: 本文提出了一个在光腔中利用可控逆非均匀展宽技术实现高效的量子存储方案. 当光场在光腔中每次往返的吸收与透射到光腔中光场强度完全一样时(阻抗匹配条件), 发现进入光腔中的光场可以完全被非均匀展宽原子系综吸收. 通过计算得到无论是向前读取还是向后读取的方案, 量子存储效率在光深度很小时都可以达到 1. 若没有光腔 100% 的存储效率仅仅只有在光深度无穷大时才能得到. 在光深度很小时就能达到高效的量子存储在实验上非常容易实现. 因此该方案为实验上实现高效的量子存储提供一个确实可行的方法.

关键词: 光量子态存储; CRIB 技术; 阻抗匹配