

doi:10.3788/gzxb20134203.0348

一种三维物体相息图的迭代计算方法

裴 闯, 蒋晓瑜, 王加, 张鹏伟

(装甲兵工程学院 控制工程系, 北京 100072)

摘 要: 在传统迭代傅里叶变换算法的基础上, 提出了一种计算三维物体相息图的新方法. 基于层析法将三维物体的多个分层物面作为衍射再现图像, 在一个输入面(相息图)和多个输出面(再现像)之间进行迭代. 通过在傅里叶迭代运算中引入距离相位因子, 表示物体不同物面的深度, 体现了物体的三维特征. 实验结果证明了本文算法良好的收敛特性和再现性能. 最后, 分析了物面数量和间距对全息再现质量的影响, 利用液晶空间光调制器采用时分复用的方法还原了三维物体的多个物面.

关键词: 数字全息; 层析技术; 相息图; 三维图像

中图分类号: O438.1

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2013)03-0348-6

An Iterative Algorithm for Kinoform Computation of 3D Object

PEI Chuang, JIANG Xiao-yu, WANG Jia, ZHANG Peng-wei

(Department of Control Engineering; Academy of Armored Force Engineering; Beijing 100072, China)

Abstract: A novel method for computing kinoform of 3D object based on traditional iterative Fourier transform algorithm is described. The method divides three-dimensional object into many object planes by tomographic technique and treat every object plane as a target image, then iterative computation is carried out between one input plane(kinoform) and several output planes (reconstruction images). A space phase factor is added into iterative process to represent depth characters of 3D object. The experimental result shows that this algorithm computational and convergent velocity is fast. At last, the influences of object planes number and distance to reconstruction quality of kinoform are analyzed, and time-division multiplexing technique is used to reconstruct several object planes based on spatial light modulator.

Key words: Digital hologram; Tomographic technique; Kinoform; Three-dimensional image

0 引言

三维物体的计算全息技术避免了光学全息复杂的光路系统和繁琐的制备过程, 能够再现物体的三维形态, 并且适用于显示那些数学描述已知但实际不存在的物体, 在地形地貌测量、表面轮廓重构、三维物体成像、三维目标识别和医学诊断等领域拥有广阔的应用前景.

多数三维物体全息图计算方法得到的是振幅型全息图, 存在衍射效率低、再现像和共轭像难以分离等问题. 相息图假设光波振幅为常量, 仅记录光波的

相位信息, 是一种特殊的全息图. 再现过程中, 相息图仅对再现光进行相位调制, 相当于一个透明片, 不会衰减再现光强^[1]. 由于只存在单一衍射像, 相息图可以用全部光强来重建再现像, 理论上衍射效率可以达到 100%. 另外, 相息图用全部的带宽记录再现像, 避免了光学全息和普通计算全息对带宽的浪费. 由于没有引入参考光, 相息图不用考虑再现像分离问题, 再现光路更简单.

目前, 相息图的计算方法主要分为两种: 一种是由 CCD 等成像设备获得物体的全息图, 利用后续化学处理或者频谱处理等方法获得相息图, 处理过程

基金项目: 军内重点科研项目资助

第一作者: 裴闯 (1985-) 男, 博士研究生, 主要研究方向为数字全息及光电信息处理等. Email: lnxiaopeiwinwin@163.com

导 师: 蒋晓瑜 (1967-) 男, 教授, 博士, 主要研究方向为光电信息处理、电子稳像、图像融合及三维全息等.

Email: jiangxiaoyu2007@gmail.com

收稿日期: 2012-05-30; **录用日期:** 2012-11-23

复杂,计算繁琐^[2-4];另一种是根据相位恢复的原理,采用迭代的方法计算相息图,典型算法包括迭代傅里叶变换(Iterative Fourier Transform Algorithm, IFTA)算法^[5]、杨-顾算法、模拟退火算法等. Gavin Sinclair 等人^[6]将透镜的相位影响加入到 IFTA 算法中,计算相息图并再现了三维物体的多个层面,但是再现时需要不同焦距的透镜,且再现像质量不高,影响了该算法的应用.

本文根据层析法计算三维物体全息图原理,提出了一种新的迭代算法.传统 IFTA 算法的迭代运算在一个输入面和一个输出面之间进行,再现像在无穷远处,无法实现三维物体相息图的计算.本文分析了全息面与再现面的正逆衍射过程,在傅里叶变换迭代中加入了距离相位因子,体现再现光场随物体深度的变化,利用一个输入面和多个输出面之间的迭代运算计算三维物体的相息图.数字和光学再现实验表明,计算的相息图可以在不同距离清晰再现三维物体各个物面图像.

1 层析法计算全息

三维物体全息图的计算方法主要包括菲涅尔波带法^[7]、多视角投影法^[8]和层析法^[9]等.菲涅尔波带法计算量大,无法适应复杂物体,而且各个菲涅尔波带会互相干扰,影响再现质量.多视角投影法适合于人眼观察,但是各个角度看到的依旧是二维图像,没有体现三维物体的深度分布.层析法对三维物体的复杂程度不敏感,而且成像包含了物体的深度信息,能够反映物体内部结构,计算的全息图易于光学再现,更具有真实的三维立体感.

三维物体层析法全息图计算和再现的原理如图 1.首先将三维物体沿着深度方向(Z 轴)切成 k 个相互平行的物面,与全息面的距离依次为 $z_1, z_2 \dots z_k$.物面 A_i 上的复振幅分布为 $O_i(x_o, y_o)$ 根据衍射公式计算出每个物面在全息平面上的复振幅分布 $E_i(x_h, y_h)$,进行叠加后,加入参考光制成一张三维物体全物场的全息图.

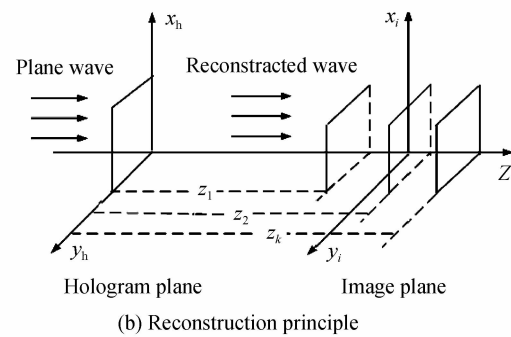
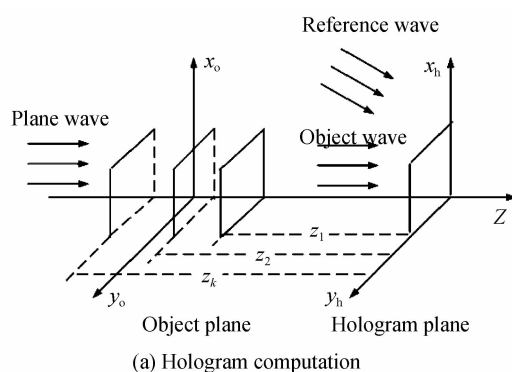


图 1 层析法全息图计算和再现原理

Fig. 1 Hologram computation and reconstruction principle of tomographic technique

再现时,用平行光照射全息图衍射成像,不同的物面在与全息面距离依次为 $z_1, z_2 \dots z_k$ 的像面成像,形成一幅三维物体的立体图像.层析法使三维物体全息图的计算简化为一系列二维图像的全息图计算.三维物体的切割层数决定了再现图像的分辨率,分辨率越高,层数越多,全息图的计算量也越大.因此,物体的分层应该在满足人眼深度分辨能力的情况下尽量减少.

2 三维物体相息图的迭代计算

2.1 算法原理

按照衍射距离的不同,光的衍射可以分为菲涅尔衍射和夫琅禾费衍射.衍射距离有限远为菲涅尔衍射,衍射距离无穷远为夫琅禾费衍射.IFTA 算法计算相息图,设定全息面和再现面光场满足傅里叶变换关系,迭代运算是在相息图平面和夫琅禾费衍射平面之间进行,是一对一的迭代运算,原理如图 2.算法分别在相息图和衍射平面加入平行光振幅限制和再现图像振幅限制,迭代后生成相息图.用平行光再现,在夫琅禾费衍射场形成目标图像.迭代傅里叶变换算法计算出的光场是夫琅禾费衍射场,由于距离 z 趋于无穷远,其数量级远大于物体的深度尺寸,物体的深度尺寸相比于观察距离 z 可以忽略,表现为不同深度的图像在远场衍射的效果相同,图像叠加在一起,失去了三维显示的能力.

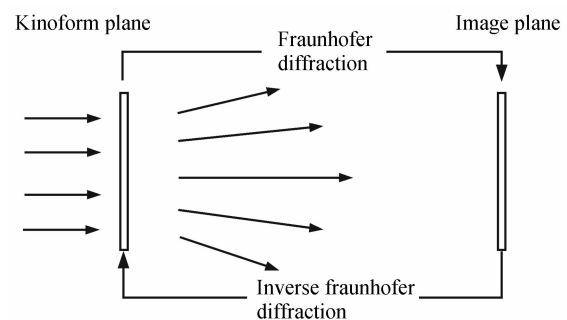


图 2 IFTA 算法迭代原理图

Fig. 2 Principle of IFTA method

为了显示物体不同深度的物面信息,观察距离应该限定在有限距离内,衍射光场为非涅尔衍射场.物体沿着深度轴 z 被分割成多个平面,以物体的各个物面为再现像面,在非涅尔衍射场,需要沿 z 轴形成对应的衍射图像.因此,本文扩展迭代算法,将IFTA算法的一对一的迭代运算扩展到一对多的迭代运算.平行光经过相息图调制后,衍射到距离 $d_1, d_2 \cdots d_k$,分别形成物体的各个物面的再现图像;而后,各个再现像面逆衍射到相息图平面,以此方法进行迭代运算,如图3.

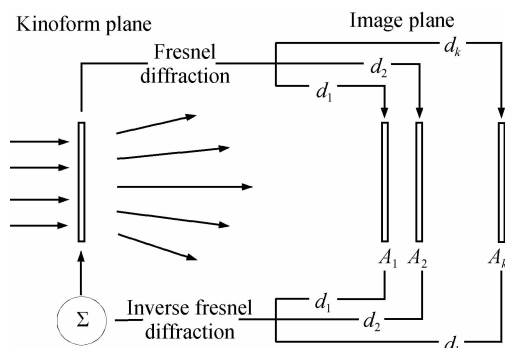


图3 本文算法迭代原理图

Fig. 3 Principle of method in this paper

当再现距离满足菲涅尔衍射条件

$$\lambda \gg [(u-x)^2 + (v-y)^2]^2 / 8d^3 \quad (1)$$

根据标量衍射公式定义菲涅尔正变换和逆变换分别为

$$I(x, y) = \frac{\exp(jkz)}{j\lambda z} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H(u, v) \cdot \exp \left[\frac{jk}{2z} ((u-x)^2 + (v-y)^2) \right] dudv \quad (2)$$

$$H(u, v) = \frac{\exp(-jkz)}{-j\lambda z} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} I(x, y) \cdot \exp \left[\frac{jk}{-2z} ((x-u)^2 + (y-v)^2) \right] dx dy \quad (3)$$

式中, z 为菲涅尔衍射距离,在再现像面 z 随物体深度的增加而增大; u, v 为全息面的坐标, x, y 为再现光场的坐标; $H(u, v)$ 为再现平行光透过相息图后的光场复振幅, $I(x, y)$ 为再现光场; $k = 2\pi/\lambda$ 为光衍射传播的波数, λ 为再现光波长.

在非涅尔衍射区,全息面与再现面并非满足傅里叶变换关系.为了体现深度变化对衍射再现图像强度分布的影响,定义一个与物体深度距离相关的二次相位因子

$$d = \exp \left[\frac{jk}{2z} (u^2 + v^2) \right] \quad (4)$$

下面证明在傅里叶迭代运算中加入该因子后,在衍射区 z 处得再现光场等价于菲涅尔衍射在该处的光场.当衍射距离 z 趋于无穷大时,由傅里叶变换计算远场夫琅禾费衍射的光场分布为

$$I(x, y) = \text{AFFT}[H(u, v)] = A \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H(u, v) \cdot \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda z} (ux + vy) \right] dudv \quad (5)$$

式中, A 为常量,在式(5)中加入式(4)中距离相位因子 d ,得到

$$I(x, y) = A \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H(u, v) \exp \left[\frac{jk}{2z} (u^2 + v^2) \right] \cdot \exp \left[\frac{-jk}{z} (ux + vy) \right] dudv \quad (6)$$

$$I(x, y) \exp \left[\frac{jk}{2z} (x^2 + y^2) \right] = A \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H(u, v) \cdot \exp \left[\frac{jk}{2z} (u^2 + v^2) \right] \exp \left[\frac{jk}{2z} (x^2 + y^2) \right] \cdot \exp \left[\frac{-jk}{z} (ux + vy) \right] dudv = A \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H(u, v) \cdot \exp \left[\frac{jk}{2z} (u^2 + v^2 + x^2 + y^2 - 2ux - 2vy) \right] dudv = A \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H(u, v) \exp \left[\frac{jk}{2z} ((u-x)^2 + (v-y)^2) \right] dudv \quad (7)$$

在式(6)中等式两边乘以 $\exp \left[\frac{jk}{2z} (x^2 + y^2) \right]$ 进行变换,由于该公式中不包含积分坐标 u, v ,可以直接移入到积分公式内,得到式(7).因此,傅里叶变换加入距离相位因子后在距离 z 场的衍射场为

$$I_o(x, y) = A \exp \left[\frac{-jk}{2z} (x^2 + y^2) \right] \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H(u, v) \cdot \exp \left\{ \frac{jk}{2z} [(u-x)^2 + (v-y)^2] \right\} dudv \quad (8)$$

对比菲涅尔正变换式(2)和式(8)可以发现:加入距离相位因子 d 后,计算的衍射场 $I_o(x, y)$ 中 A 为常量,菲涅尔衍射公式中当 z 值为常量时, $\exp(jkz)/j\lambda z$ 同样为常量,与 A 为比例缩放关系,并不影响再现光场强度的分布;而另外的相位因子 $\exp[-jk(x^2 + y^2)/2z]$,它与距离相关,是再现像光场坐标 x, y 的函数,仅改变再现光场的相位,同样对再现光场的强度分布没有影响.因此,加入距离相位因子 d 后,计算的光场 $I_o(x, y)$ 与菲涅尔衍射的光场 $I(x, y)$ 的强度分布是等价的,可以用傅里叶变换加距离相位因子的方法计算菲涅尔衍射.当计算正向菲涅尔衍射时,距离 z 为正值;当计算逆向菲涅尔衍射时,距离 z 取负值.在迭代运算前,可以根据物体深度确定再现像面距离,根据式(4)提前计算出不同深度的距离相位因子,加入到迭代过程中,提高运算速度.

2.2 算法迭代步骤

根据上节原理分析,得到三维物体迭代计算相息的流程如图4.

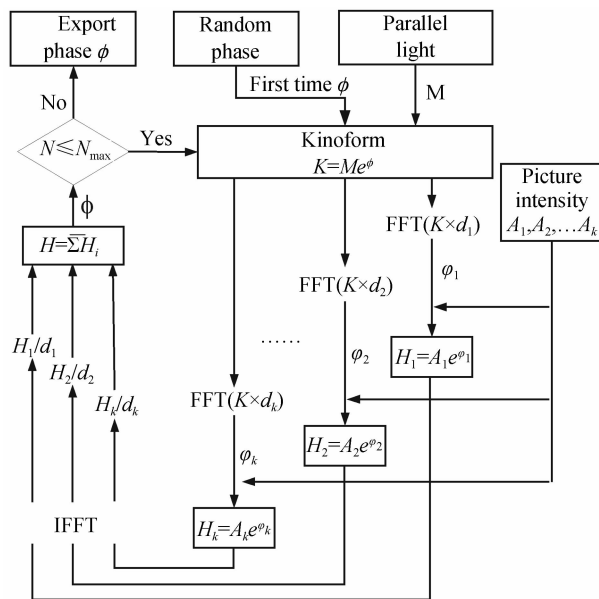


图4 三维物体相息图迭代计算流程

Fig. 4 Iterate Process for Kinoform of 3D object

本文算法的迭代步骤:

STEP1: 将三维物体沿 z 轴纵向等距离分割, 分割的 k 个物面作为迭代算法的 k 个再现像面, 图像亮度分布为 A_1, A_2, \dots, A_k ;

STEP2: 根据衍射距离 z_1, z_2, \dots, z_k 计算每个再现面对应的距离相位因子 d_1, d_2, \dots, d_k , 放入存储器;

STEP3: 计算机生成一个随机相位 φ 作为相息图的初始相位;

STEP4: 若为第一次迭代, 跳过此步; 否则, 判断是否达到最大迭代次数 ($N \leq N_{\max}$), 若达到, 输出相位 φ 为迭代结果, 否则继续;

STEP5: 加入再现平行光的幅值限制. 幅值 M 与相位 φ (第一次迭代为随机相位 φ) 组成平行光经相息图调制后的光波复振幅 $K = Me^{\varphi}$;

STEP6: 计算不同深度再现面的衍射光场, 光波复振幅 K 乘以不同再现面的距离相位因子 d_k , 进行快速傅里叶变换, 得到各个衍射再现面的复振幅;

STEP7: 加入再现面的幅值限制. 取衍射再现面复振幅的相位 φ_k , 与再现像强度分布 A_k 组成 $H_k = A_k e^{\varphi_k}$, 作为逆衍射的初始复振幅;

STEP8: 按照不同的深度距离计算逆向衍射, 光波复振幅 H_k 进行逆傅里叶变换, 除以对应距离相位因子 d_k 后, 叠加得到相息图平面的复振幅 H , 取其相位 φ , 重复 STEP4.

3 实验结果

3.1 虚拟三维物体再现实验

为验证本文算法, 本文首先利用建模工具 Solid Works 等比例制作了一枚硬币的模型, 直径 25 mm,

如图 5. 实验采用 Holoeye 公司制造的反射型硅基液晶 (Lcos) 空间光调制器 HEO1080P, 该型号为纯相位型空间光调制器, 像素尺寸 $8 \times 8 \mu\text{m}^2$, 分辨率为 1920×1080 , 相位调制范围为 2π , 填充因子 $>87\%$, 衍射效率 $>60\%$. 采用平行光再现, 激光波长为 632nm. 基于空间光调制器的光学再现系统如图 6.



图5 虚拟三维物体

Fig. 5 Virtual 3D object



图6 基于空间光调制器的相息图再现系统

Fig. 6 Reconstruction system based on spatial light modulator

首先设定硬币前表面距离全息面 200 mm, 后表面距离全息面 280 mm. 考虑物面遮挡的影响, 两个物面重叠成像, 符合真实的硬币三维特征. 采用 CPU 为 Pentium 2.2 GHz 内存为 2G 的 PC 机计算分辨率为 1920×1080 的数字相息图 (图 7), 利用本文算法迭代 100 次, 计算时间为 4.14 s.

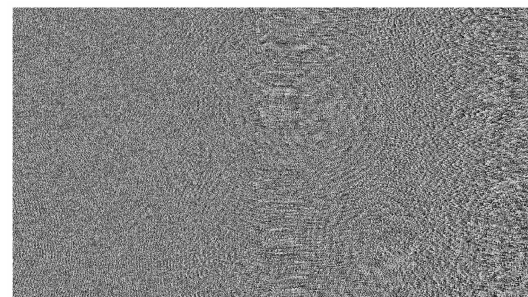


图7 本文算法计算的相息图

Fig. 7 Computed Kinoform

为了获得放大的再现像, 相息图计算中全息面的像素间隔设为 $3.2 \mu\text{m}$, 根据再现像放大率与再现距离随像素尺寸的变换关系^[10]可知, 再现像的横向放大率为 2.5, 而轴向放大率为 6.25, 两个物面的匹

配再现距离分别为 1 250 mm 和 1 750 mm. 将计算的相息图加载到液晶空间光调制器(LC-SLM)上光学再现, 在距离全息面 1 250 mm、1 500 mm 和 1 750 mm 处用照相机获得再现像, 拍摄角度约为 25° . 图 8(a)和(b)分别为三个距离的数字再现和光学再现像.

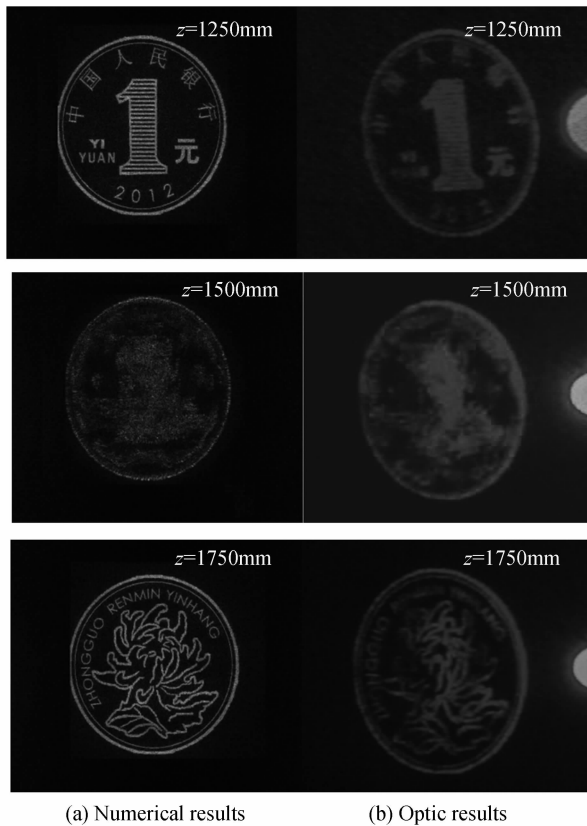


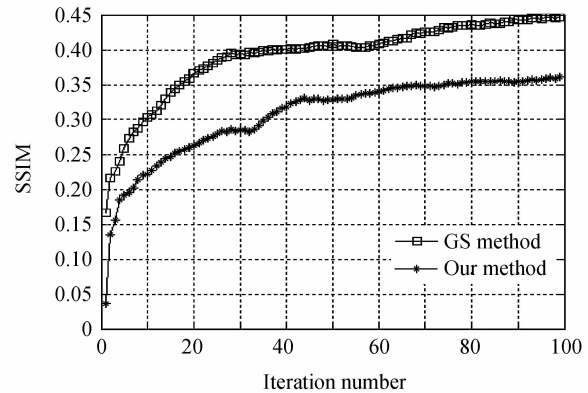
图 8 虚拟三维物体再现结果

Fig. 8 Reconstructed result of 3D object

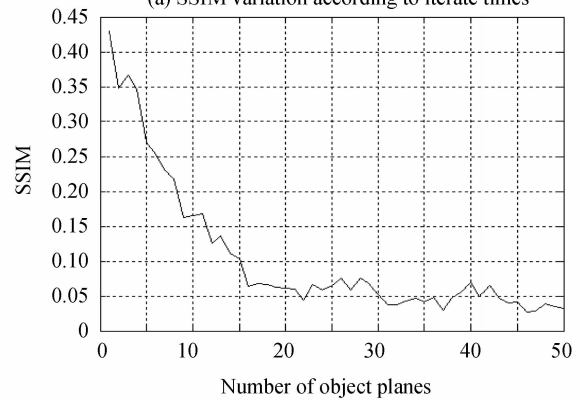
观察图 8 可以发现, 光学再现结果与数字再现结果非常吻合, 相息图再现像中没有共轭像的干扰. 在 $z=1\ 250\ \text{mm}$ 处, 距离匹配的硬币前表面聚焦成像, 清晰程度很高, 光学再现像中硬币前表面的“中国人民银行”和“1 元”等数字非常容易识别. 而距离不匹配的硬币后表面出现离焦像, 模糊无法辨认; 同理在 $z=1\ 750\ \text{mm}$ 处, 硬币的后表面清晰成像, 而前表面出现离焦像; 在 $z=1\ 500\ \text{mm}$ 处, 由于该距离位于前后表面之间, 两个物面都出现了离焦成像. 由此可以看出, 本文加入距离相位因子计算的相息图保存了物体的深度特征, 能够在匹配距离清晰的再现物体的对应像面.

在成像质量方面, 以硬币前表面成像区为考察区域, 利用光学再现区域与物面图像的结构相似度 SSIM 作为指标评价, 评价再现图像质量. 利用 IFTA 算法和本文方法分别迭代 100 次, 获得评价指标随迭代次数变化曲线如图 9(a). 观察曲线可以发现, 迭代开始之后, 本文算法再现图像与原图像的

结构相似度 SSIM 迅速上升, 收敛速度很快, 算法具有与 IFTA 算法一致的收敛速度. 由于 IFTA 算法只再现一个像面, 而本文算法再现两个像面, 因此在评价指标趋于稳定后, 本文算法的 SSIM 值略低于 IFTA 算法.



(a) SSIM variation according to iterate times



(b) SSIM variation according to number of object planes

图 9 SSIM 变化曲线

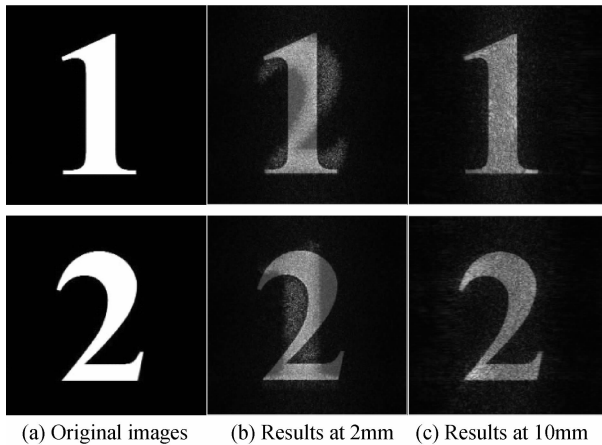
Fig. 9 SSIM variation curve

3.2 物面数量与间距的影响

由于计算的数字全息图带宽有限, 物面数量的增加会导致各个物面再现质量的下降. 本文实验计算了物面再现质量评价指标 SSIM 随物面数量增加的变化曲线, 由图 9(b)可以看出, 物面数量由 1 增加到 50 的过程中, 再现像面的 SSIM 呈现下降趋势. (物面间距设为 20 mm, 当只有一个物面时, 算法退化为 IFTA 算法).

物面间距对物面的再现质量同样具有较大影响. 当物面距离减少时, 即两个物面之间较近时, 一个物面的虚焦再现像会存在于相邻的几个物面中, 形成“阴影”效应. 如图 10 所示, 当物面距离为 2 mm 时, 数字再现像中另一个物面的虚焦像干扰较为严重, 而当物面间距增加到 10 mm 时, 另一个物面的干扰显著减弱.

从上面数据分析可知, 三维物体再现受到全息图带宽的限制, 过多的物面和过小的物面间距都会严重影响全息图再现像的质量; 而在层析法计算全



(a) Original images (b) Results at 2mm (c) Results at 10mm

图 10 物面间距对再现像的影响
Fig. 10 The influence of object distance to reconstructed image

息中,三维物体被视为多个物面的组合,若要高质量的再现三维物体,需要减小物面间距,增加物面数量.本文根据空间光调制器的性能,采用分时复用的方法显示多个物面. HEO1080P 型空间光调制器动态刷新频率为 60 Hz,人眼的视觉残留时间为 0.1 s 左右.因此,可以采用在 0.1 s 内刷新 6 幅全息图的方法再现三维物体.设定三维物体由 24 个物面组成,物面之间间隔为 2 mm,不同的物面用数字和字母分别标注.采用物面间隔最大的原则将物面分为六组,分组方法如图 11.分别迭代计算六幅全息图,依次循环写入空间光调制器,获得再现结果如图 12.采用分时复用的方法充分利用了空间光调制器的动态刷新特性,能够在物面数量、间隔限制条件下高质量还原空间三维光场.

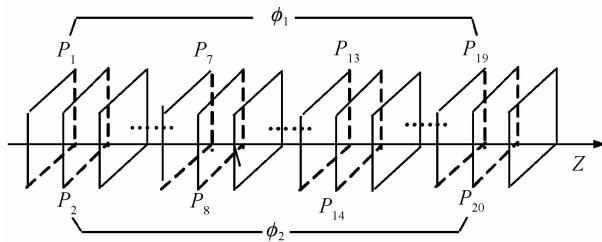


图 11 三维物体物面分组方法
Fig. 11 Grouping method for object planes

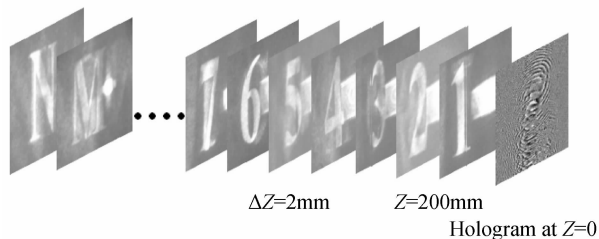


图 12 三维物体多层物面再现结果
Fig. 12 Multi-planes reconstructed result of 3D object

4 结论

本文分析了层析法计算三维物体全息图的原理,在 IFTA 算法中加入距离相位因子,增加了物体深度的影响.算法采用在一个输入面和多个输出面之间迭代运算的方法,实现了三维物体相息图的计算.基于液晶空间光调制器采用时分复用的方法对三维物体进行了再现实验.结果表明,算法加入的距离相位因子能很好地表现物体深度特征,算法收敛速度快,能够在匹配的再现距离清晰的再现三维物体的多个物面,具有良好的三维效果.

参考文献

- [1] 赵凯华. 新概念物理教程——光学[M]. 北京:高等教育出版社, 2005:79-82.
- [2] YAMAGUCHI I, YAMAMOTO K, MILLA G A, *et al.* Image reconstruction only by phase data in phase-shifting digital holography[J]. *Applied Optics*, 2006, **45**(5): 975-983.
- [3] LI Yong, WANG Hui, JIN Hong-zhen. A new approach for making kinoform from hologram[J]. *Laser & Infrared*, 2005, **35**(10): 765-767
李勇,王辉,金洪震.一种由全息图制作相息图的方法[J]. *激光与红外*, 2005, **35**(10):765-767.
- [4] XU Fu-yang, LI Yong, JIN Hong-zhen, *et al.* Study on reconstruction of the kinoform with white light illumination[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(2): 271-274.
许富洋,李勇,金洪震,等.三维场景相息图的白光再现研究[J]. *光子学报*, 2010, **39**(2):271-274.
- [5] GERCHBERG RW, SAXTON WO. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures[J]. *Optik*, 1972, **35**(2): 227-246.
- [6] GAVIN S, LEACH J, JORDAN P. Interactive application in holographic optical tweezers of a multi-plane Gerchberg Saxton algorithm for three-dimensional light shaping[J]. *Optics Express*, 2004, **12**(8): 1665-1670.
- [7] ZHANG Xiao-jie, LIU Xu, CHEN Xiao-xi, *et al.* Computer generated holograms for 3D objects using zone plate[C]. *SPIE*, 2004, **5636**: 109-115.
- [8] ABOOKASIS D, ROSEN J. Computer-generated holograms of three-dimensional objects synthesized from their multiple angular viewpoints[J]. *Journal of Optics Society*, 2003, **20**(8): 1537-1545.
- [9] ZHENG Hua-dong. Study on the key techniques of three-dimensional display based on optoelectronic holography[D]. Shanghai: Shanghai University, 2009: 49-52.
郑华东. 数字全息三维立体显示关键技术研究[D]. 上海:上海大学, 2009:49-52.
- [10] YARAS F, KANG H J, ONURAL L. Circular holographic video display system[J]. *Optics Express*, 2011, **19**(10): 9147-9156.