

doi: 10.3788/gzxb20134203.0320

高光谱图像降维的判别流形学习方法

杜博^a, 张乐飞^b, 张良培^b, 胡文斌^a

(武汉大学 a. 计算机学院; b. 测绘遥感信息工程国家重点实验室, 武汉 430072)

摘 要: 本文提出了一种高光谱图像降维的判别流形学习方法. 针对获取的大量遥感对地观测数据存在大量冗余信息的特点, 引入改进的流形学习方法对高光谱遥感数据进行降维处理, 以提高遥感图像自动分类的总体准确度. 该方法充分利用遥感图像自动分类中训练样本的判别信息, 将输入样本的类别信息加入到常规流形学习方法的框架中, 从本质上提高输出的特征在低维空间中的判别力. 同时, 引入线性化模型以解决流形学习方法中常见的小样本问题. 对高光谱遥感图像自动分类的实验表明, 基于判别流形学习的高光谱遥感图像自动分类方法能够显著地提高图像分类准确度.

关键词: 流形学习; 高光谱降维; 分类

中图分类号: TP751.2

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2013)03-0320-6

Discriminant Manifold Learning Approach for Hyperspectral Image Dimension Reduction

DU Bo^a, ZHANG Le-fei^b, ZHANG Liang-peib^b, HU Wen-bin^a

(a. School of Computer Science; b. State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: A discriminant manifold learning approach for hyperspectral image dimension reduction was proposed. In order to overcome the high dimensional and high redundancy of remotely sensed earth observation images, a modified manifold learning algorithm was suggested for dataset linear dimensional reduction to improve the performance of image classification. The proposed method addressed the discriminative information of given training samples into the current manifold learning framework to learn an optimal subspace for subsequent classification, in particular, the linearization of discriminant manifold learning is introduced to deal with the out of sample problem. Experiments on hyperspectral image demonstrated that the proposed method could achieve higher classification rate than the conventional image classification technologies.

Key words: Manifold learning; Hyperspectral dimensional reduction; Classification

0 引言

随着遥感对地观测技术的发展, 航空航天遥感数据获取技术出现高空间分辨率、高光谱分辨率和高时间分辨率的新特点. 遥感图像获取技术的快速发展对遥感信息自动分析处理技术提出了更高的要求^[1]. 高光谱传感器能够在紫外到红外波长区的范围内提供细致丰富的地物光谱特征描述, 因而大大地提高了遥感图像对地物的分类识别能力^[2-3]. 然

而, 高光谱数据具有波段多、数据量大、数据不确定性等特点, 且易受 Hughes 现象影响^[4]. 在高光谱信息处理中, 解译准确度与效率之间、精细光谱与大数据量之间都产生了极大的矛盾, 因此, 高光谱技术的出现对计算机自动处理遥感图像带来了新的挑战.

为了充分利用高维数的光谱特征同时减少因数据冗余带来的复杂计算, 必须首先对高光谱图像数据进行维数减少, 以更加有效的低维特征来表达原始高维数据同时提高遥感图像分类的准确度^[5]. 国

基金项目: 国家自然科学基金(No. 61102128)、国家重点基础研究发展计划(Nos. 2012CB719905, 2011CB707105)和中国博士后特别科学基金资助

第一作者: 杜博(1983-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为模式识别、光学成像系统、光学遥感信息提取. Email: gunspace@163.com

收稿日期: 2012-09-13; 录用日期: 2012-12-17

际上针对减少高光谱遥感图像的数据维数已经进行了一系列的研究,这些方法主要分为光谱波段特征选择和波段特征提取两个方面^[6-7].其中波段特征提取的目的是找到一种特征变换将高维数的特征空间变换到低维数的特征空间同时保持样本的某些特性,例如,最经典的主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)算法最大化保持原始高维数据的方差信息^[8];线性判别分析(Linear Discriminant Analysis, LDA)^[9]作为一种监督的判别分析方法,其目的是最大化不同类别样本之间的Kullback-Leibler散度的平均值.然而,PCA和LDA中的全局线性属性限制了它们在非高斯分布数据上的有效性,因此,近年来国际上提出了以局部线性嵌入(Locally Linear Embedding, LLE)为代表的流形学习算法^[10],该算法通过计算每个样本的邻域样本对其进行线性重构的系数,描述样本分布的局部几何关系,进而寻找一个低维空间能够最大程度地保持样本分布的这种局部几何关系.此外,著名的流形学习算法还包括ISO特征映射(ISOMAP)^[11]、拉普拉斯特征映射(Laplacian Eigenmaps, LE)^[12]、局部切空间分析(Local Tangent Space Analysis, LTSA)^[13]和Hessian特征映射(Hessian Locally Linear Embedding, HLLE)^[14]等.然而,这些方法都是非监督的数据降维方法,不能对后续的分类效果产生本质的提高.本文通过将高光谱图像分类问题中训练样本的判别信息加入到已经建立的流形学习框架中,实现对高光谱图像有目的的光谱数据降维,以提高图像自动分类的准确度.

1 判别流形学习

本文提出的基于判别流形学习的高光谱遥感图像自动分类方法主要步骤为:对于高光谱遥感图像自动分类中给定的训练样本集,采用判别流形学习算法降低输入特征的维数,将原始光谱特征空间转化为最佳的判别流形子空间,然后在该判别流形子空间中,使用最小距离分类器对遥感图像中的每个像素类别进行分类.

当前国际上有两个算法框架能够将现有的主流非监督流形学习算法统一描述,即:图嵌入框架^[15]和片排列框架^[16],这两个框架分别从不同的角度给出了非监督流形学习算法的广义定义.本文提出的判别流形学习算法基于片排列框架.假设给定的训练样本集为 M 个 N 维的特征向量集合 $\mathbf{X} = \{x_i\}_{i=1}^M \in \mathbf{R}^{N \times M}$,其中每个样本的类别信息已知 $\mathbf{L} = \{l_i\}_{i=1}^M, l_i \in [1, 2, \dots, C]$.对于其中的某一个

样本 x_i ,根据已知的类别信息,将其余的训练样本分为两类:与 x_i 同类和不同类的样本.其中,同类中与 x_i 距离最近的 k_1 个样本记为 $[x_{si_1}, \dots, x_{sik_1}]$,不同类中与 x_i 距离最近的 k_2 个样本记为 $[x_{di_1}, \dots, x_{dik_2}]$,上述样本共同构成了一个局部的片排列

$$\mathbf{X}_i = [x_i, x_{si_1}, \dots, x_{sik_1}, x_{di_1}, \dots, x_{dik_2}] \quad (1)$$

假设片排列 \mathbf{X}_i 在输出低维空间中的特征描述为

$$\mathbf{Y}_i = [y_i, y_{si_1}, \dots, y_{sik_1}, y_{di_1}, \dots, y_{dik_2}] \quad (2)$$

为了保持特征在低维空间中的判别力,判别流形学习算法希望同类的样本之间距离更近,不同类的样本之间距离更远,如图1.

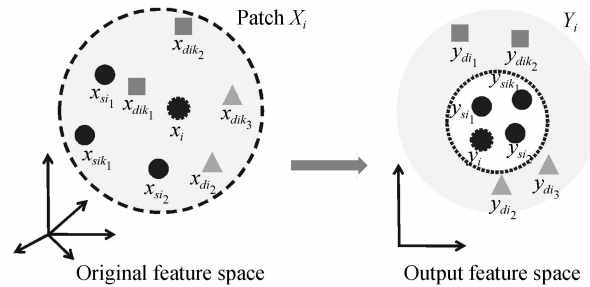


图1 判别流形学习算法的局部片排列示意

Fig. 1 Illustration of discriminant manifold learning algorithm

该目标可以通过目标函数描述

$$\arg \min_{y_i} \left(\sum_{p=1}^{k_1} \|y_i - y_{si_p}\|^2 - \sigma \sum_{q=1}^{k_2} \|y_i - y_{di_q}\|^2 \right) \quad (3)$$

该优化函数中,前部分目标函数描述了在输出的低维空间中,样本 y_i 与其临近的 k_1 个同类样本($y_{si_1}, \dots, y_{sik_1}$)的距离之和;后部分目标函数描述了样本 y_i 与其临近的 k_2 个不同类样本($y_{di_1}, \dots, y_{dik_2}$)的距离之和. $\sigma > 0$ 是控制同类样本与不同类样本各自的目标函数之间的参量.为了将片排列的目标函数式(3)改写为统一的框架形式,定义系数向量

$$\boldsymbol{\alpha}_i = [1, \dots, 1, -\sigma, \dots, -\sigma]^T \in \mathbf{R}^{k_1+k_2} \quad (4)$$

为了化简目标函数式(3),根据方阵的性质 $\|\mathbf{A}\|^2 = \text{tr}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})$,式(3)可以改写为

$$\arg \min_{y_i} \left(\sum_{p=1}^{k_1} \alpha_{i(p)} \|y_i - y_{si_p}\|^2 + \sum_{q=1}^{k_2} \alpha_{i(p+k_1)} \|y_i - y_{di_q}\|^2 \right) = \arg \min_{y_i} \text{tr}(\mathbf{Y}_i \mathbf{A}_i \mathbf{Y}_i^T) \quad (5)$$

式中

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \sum_{p=1}^{k_1+k_2} \alpha_{i(p)} & & \\ & -\alpha_i^T & \\ & & \text{diag}(\alpha_i) \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{(1+k_1+k_2) \times (1+k_1+k_2)} \quad (6)$$

通过记录片排列 \mathbf{X}_i 每一个元素在全部样本集

合 \mathbf{X} 中的位置, 可以将每一个片排列的目标函数式 (5) 统一, 将这些目标函数全部累加起来即可得到判别流形学习算法的目标函数

$$\arg \min_{\mathbf{Y}} \text{tr}(\mathbf{Y}\mathbf{A}\mathbf{Y}^T) \quad (7)$$

考虑到线性化模型^[17], 将 $\mathbf{Y} = \mathbf{U}^T \mathbf{X}$ 代入 (7) 可得判别流形学习算法的线性化形式

$$\arg \min_{\mathbf{U}} \text{tr}(\mathbf{U}^T \mathbf{X}\mathbf{A}\mathbf{X}^T \mathbf{U}) \quad (8)$$

此外, 本文将限制条件 $\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{I}$ 加入式 (8) 以避免平凡解^[18]. 优化问题式 (8) 是基于谱分解的流形学习算法中的共同问题, 其最优解是特征值分解问题式 (9) 中最小的 d 个非零特征值对应的特征向量组合^[19]

$$\mathbf{X}\mathbf{A}\mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta} = \lambda \boldsymbol{\beta} \quad (9)$$

2 实验与分析

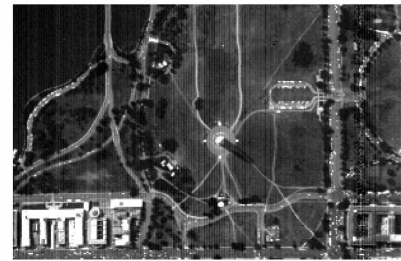
为了验证本文提出的判别流形学习方法对于遥感图像自动分类的有效性, 实验部分分别采用超光谱数字图像收集实验仪器 (Hyperspectral Digital Imagery Collection Experiment, HYDICE) 以及反射光学系统成像光谱仪 (Reflective Optics System Imaging Spectrometer, ROSIS) 高光谱遥感图像的数据子集进行分类实验.

2.1 HYDICE 高光谱影像实验

HYDICE 高光谱图像由美国普渡大学工程学院的 David A. Landgrebe 教授提供, 近年来已经成为国际上验证高光谱图像分类算法的标准数据集^[20]. 该图像为美国华盛顿 DC 地区, 整个数据集大小为 $1\,280 \times 307$ 像素, 空间分辨率约为 1.5 m . 本文实验中选取其中 200×307 大小的子区域. 该图像数据在光谱范围 $0.4 \sim 2.4\ \mu\text{m}$ 的可见光和近红外区域内收集了 210 波段的高光谱数据, 去除了吸水性的波段后, 剩余的 191 个波段的影像数据用于实验. 实验图像如图 2(a) 所示, 主要地物类型是: 水体、道路、房屋、小路、草地、树木和阴影. 该高光谱图像数据分类的主要难点在于其地物类别的复杂性和主要地物类型光谱的相似性, 例如房屋和道路、房屋和小路等地物类别的光谱相似性.

实验分别选用原始光谱特征 (Spectral)、主成分分析的特征 (PCA)、局部线性嵌入 (LLE) 的特征、线性判别分析 (LDA)^[9] 的特征、非参加权特征提取 (Nonparametric Weighted Feature Extraction, NWFE)^[21] 的特征和本文提出的判别流形学习 (Discriminant Manifold Learning, DML) 的特征作为输入特征, 使用最简单的小距离分类器对遥感图像中的每个像素类别进行分类. 其中参考数据如

图 2(b) 所示, 实验中训练样本从参考数据中随机产生, 数量为每类地物 30 像素, 用于统计分类准确度的测试样本即为除去训练样本以外的全部参考数据. 实验区域的参考样本、训练样本、测试样本的数量如表 1. 对于五种特征维数减少方法, 首先将输出的特征维数固定为 10.



(a) HYDICE image



(b) Reference data

图 2 HYDICE 高光谱图像及其参考数据

Fig. 2 HYDICE image and the reference data

表 1 HYDICE 图像参考样本、训练样本和测试样本

Table 1 Reference samples, training samples and testing samples in HYDICE image

	Reference	Training	Testing
Water	809	30	779
Road	1 050	30	1 020
Roof	987	30	957
Trail	686	30	656
Grass	958	30	928
Tree	1 192	30	1 162
Shadow	864	30	834
Overall	6 546	210	6 336

全部参考数据利用本文提出的方法和五种对比方法的各种特征绘制的特征空间散点图如图 3(a) ~ (f). 其中, 由于原始高光谱数据不能直接在二维特征空间中可视化, 本文选取其中光谱相关性较低的第 65、54 波段的特征作图; 其它五种特征维数减少方法使用输出的前两种主成分特征. 从特征空间散点图可以看出, 本文提出的方法能够在其判别流形子空间中最好地将七类地物分开. 原始光谱特征和主成分分析的特征的散点图中, 水体和阴影、道路和房屋等几组地物出现了严重的混淆; 在局部线性嵌入的特征子空间中, 道路和房屋的可分性增强, 但是水体和阴影仍然不可分. 本文提出的流形判别学

习方法能够充分利用训练样本的判别信息,同时保持各类样本分布在输出低维判别子空间中的局部几何结构,在输出的流形判别子空间中,同类样本的距离尽量接近的同时不同类样本的距离尽量远离.因此从图 3 中可以看出,不同类型样本的可分性明显优于其它特征表达方法.

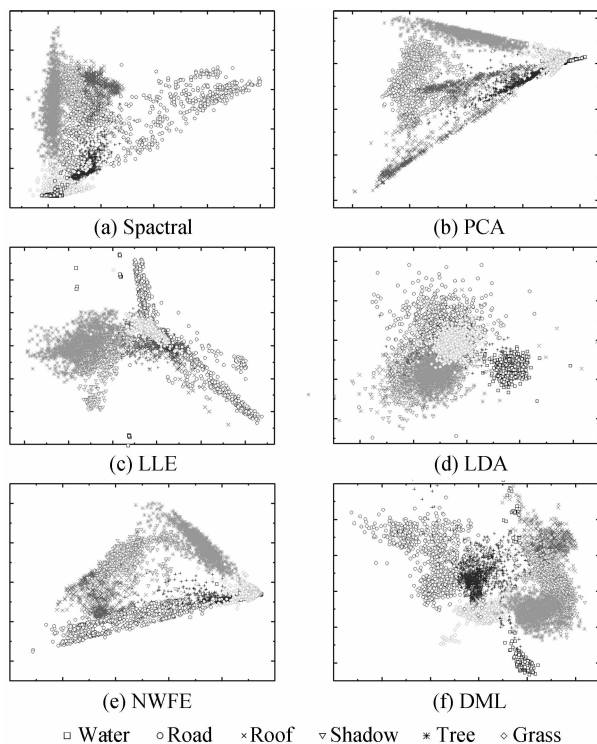


图 3 参考数据在不同特征空间中的分布散点图

Fig. 3 Two-dimensional representation of features for the different algorithms

利用六种不同的输入特征,对 HYDICE 高光谱图像采用最小距离分类器分类结果如图 4(a)~(f).从分类结果图中可知,本文提出的流形判别学习方法实现了最优的分类效果.原始光谱特征分类和主成分分析的分类结果在水体的分类上出现了较多的错分类像素,通过图 4(a)和(b)可以看出,影像左上方大量的水体被错分为阴影,此外,在分类结果图的道路中出现了错分的房屋.基于局部线性嵌入的方法对水体的分类效果有所提高,但是还是出现了大量的错分.线性判别分析方法在训练样本数量较少的情况下不能达到较优的效果,非参加权特征提取

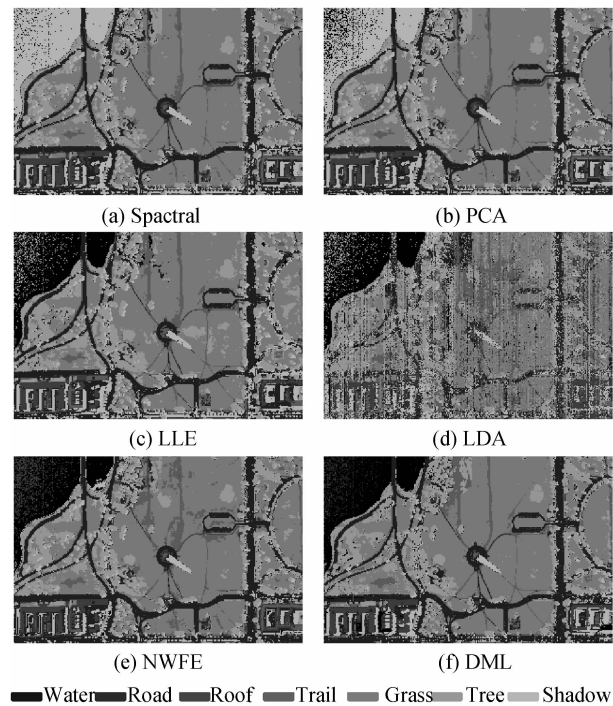


图 4 HYDICE 高光谱图像分类结果图

Fig. 4 Classification maps of all the methods in HYDICE image

方法在水体分类也出现了一定程度的错分现象.本文提出的主成分判别分析方法避免了这些误分类的情况.图 3 中所示的样本特征分布情况与图 4 中所示的分类结果表明本文提出的方法能够显著地提高遥感图像的分类准确度.

本文提出的方法与五种对比方法对 HYDICE 高光谱图像数据分类准确度定量统计结果如表 2.从表 2 中可以看出,本文提出的方法在各种地物的单类分类准确度和分类总体准确度都取得了较好的效果,其中对于图像中水体、房屋和小路的分类均取得了非常好的效果,而对比方法在水体的分类结果上均出现了极大的误分类,使得水体的分类准确度较低.六种方法对 HYDICE 高光谱图像数据的总体分类准确度分别是:73.20%、72.98%、82.80%、72.10%、83.52%和 88.81%,与对比方法的分类准确度相比,本文提出的方法显著地提高了图像的分类准确度.

表 2 HYDICE 高光谱数据分类准确度统计图

Table 2 Classification rates in percentage for various features in HYDICE image

Algorithm	Water	Road	Roof	Trail	Grass	Tree	Shadow	Overall
Spectral	2.95	83.92	51.09	75.45	97.73	91.13	97.00	73.20
PCA	7.31	83.82	51.20	70.12	97.73	90.01	97.00	72.98
LLE	90.50	88.52	61.23	77.59	87.82	93.63	82.25	82.80
LDA	92.29	51.56	70.21	71.34	60.66	85.28	75.41	72.10
NWFE	90.50	88.52	61.23	77.59	87.82	93.63	82.25	83.52
DML	93.70	84.90	72.20	83.23	96.22	96.04	94.12	88.81

在上述分析中,对于五种特征维数减少方法,将输出的特征维数固定为 10. 实际上,对于特征降维方法,合理选择子空间维数 d 对后续分类具有很重要的影响. 为了研究本算法在不同特征维数下的分类效果,图 5 给出了 HYDICE 图像中特征维数 d 对分类结果的影响. 从图中可以清晰地看出,大部分算法的分类准确度对于 d 都非常稳定,当 $d=10$ 时可以达到稳定且近似最高的分类准确度. 本文提出的算法能够在分类准确度上全面超过其他对比方法,并且 d 对分类准确度的影响非常小,因而是一种稳定且有效的高光谱降维方法.

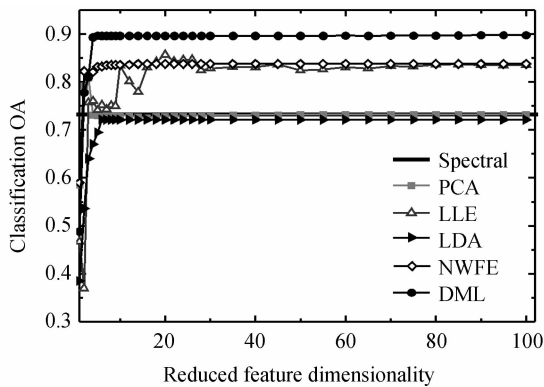


图 5 HYDICE 图像中特征维数 d 对分类结果的影响

Fig. 5 Classification OAs with respect to reduced dimensionality in HYDICE image

2.2 ROSIS 高光谱影像实验

ROSI 高光谱图像由意大利的 Pavia 大学 Gamba 教授提供,该数据是 IEEE 地球科学与遥感协会 (GRSS) 2008 年数据融合大赛的竞赛数据^[22]. 该图像为意大利 Pavia 城市地区,整个数据集大小为 $1\,400 \times 512$ 像素,空间分辨率约为 1.3 m. 本文实验中选取其中 400×400 大小的子区域. 该高光谱数

据的光谱范围是 $0.43 \sim 0.83 \mu\text{m}$, 去除低信噪比和水吸收波段后,剩余光谱波段 102 个. 实验图像如图 6(a), 主要地物类型及参考数据如图 6(b); 用于分类及验证的样本数量如表 3.

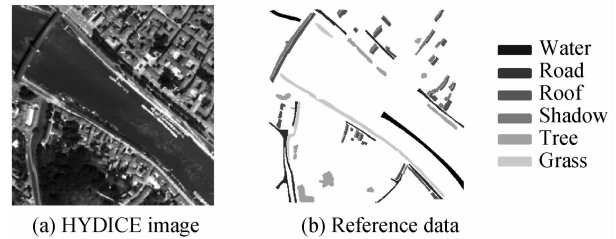


图 6 ROSIS 高光谱图像及其参考数据

Fig. 6 ROSIS image and the reference data

表 3 ROSIS 图像参考样本、训练样本和测试样本

Table 3 Reference samples, training samples and testing samples in ROSIS image

	Reference	Training	Testing
Water	2 224	50	2 174
Road	3 696	50	3 646
Roof	4 187	50	4 137
Shadow	2 662	50	2 612
Tree	3 216	50	3 166
Grass	3 400	50	3 350
Overall	19 385	300	19 085

六种不同的输入特征对 ROSIS 高光谱图像的分类结果如图 7(a)~(f). 可以看出,本文提出的流形判别学习方法实现了最优的分类效果,尤其是在水面的桥体像素分类和图像右上角的房屋/阴影分类都优于其他对比方法. 同时可以看到,由于训练样本数量有所增加,线性判别分析方法的准确度有了较大的提高. 但是从分类结果图及相应的分类准确度统计表 4 可以看出,本文提出的方法的分类准确

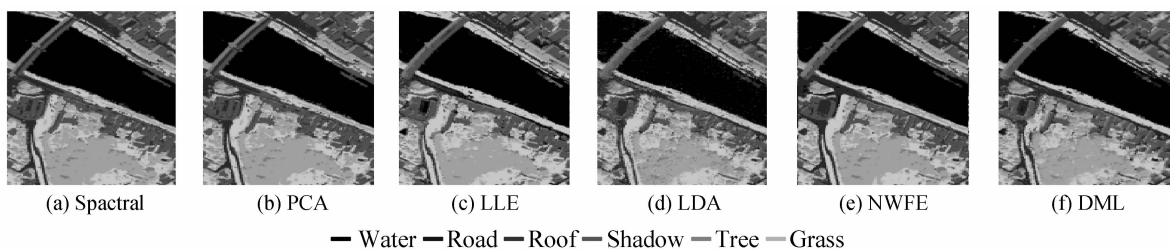


图 7 ROSIS 高光谱图像分类结果图

Fig. 7 Classification maps of all the methods in ROSIS image

表 4 ROSIS 高光谱数据分类准确度统计图

Table 4 Classification rates in percentage for various features in ROSIS image

Algorithm	Water	Road	Roof	Shadow	Tree	Grass	Overall
Spectral	100	64.64	65.96	93.19	85.93	57.24	75.12
PCA	100	64.64	65.96	93.08	85.96	57.21	75.10
LLE	99.95	57.09	86.11	94.11	79.84	89.16	82.75
LDA	97.72	80.38	76.52	84.80	80.19	76.17	81.36
NWFE	100	87.12	79.48	88.41	89.79	66.17	83.88
DML	100	88.18	85.47	95.51	90.86	85.96	90.01

度明显地高于其他的对比方法. 六种方法对 ROSIS 高光谱图像数据的总体分类准确度分别是: 75.12%、75.10%、82.75%、81.36%、83.88% 和 90.01%.

3 结论

本文提出了一种遥感图像自动分类的判别流形学习方法. 针对常规的流形学习方法在维数减少的框架中没有考虑输入的训练样本的判别信息, 提出将输入样本的类别信息加入到常规流形学习方法的框架中, 采用判别流形学习算法降低输入特征的维数, 将原始光谱特征空间转化为最佳的判别流形子空间, 然后在判别流形子空间中, 使用最小距离分类器对遥感图像中的每个像素类别进行分类. 同时, 引入线性化模型以解决流形学习方法中常见的小样本问题. 由于本文提出的流形判别学习方法能够充分利用判别信息保持各类样本分布在输出低维判别子空间中的局部几何结构, 因此该算法能够从本质上提高输出的特征在低维空间中的判别力. 对高光谱遥感图像自动分类的实验表明, 基于判别流形学习的高光谱遥感图像自动分类方法能够显著提高图像分类准确度.

参考文献

- [1] CHANG C I. Hyperspectral data exploitation: theory and applications[M]. New Jersey: Wiley-Interscience, 2007.
- [2] GOETZ A F H, VANE G, SOLOMON J E, *et al.* Imaging spectrometry for earth remote sensing[J]. *Science*, 1985, **228**(4704): 1147-1153.
- [3] KESHAVA N, MUSTARD J F. Spectral unmixing[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2002, **19**(1): 44-57.
- [4] HUGHES G F. On the mean accuracy of statistical pattern recognizers[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1968, **14**(1): 55-63.
- [5] BACHMANN C M, AINSWORTH T L, FUSINA R A. Exploiting manifold geometry in hyperspectral imagery[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2005, **43**(3): 441-454.
- [6] CHANG C I, WANG S. Constrained band selection for hyperspectral imagery[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2006, **44**(6): 1575-1585.
- [7] HARSANYI J C, CHANG C I. Hyperspectral image classification and dimensionality reduction: an orthogonal subspace projection approach [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1994, **32**(4): 779-785.
- [8] FARRELL J M D, MERSEREAU R M. On the impact of pca dimension reduction for hyperspectral detection of difficult targets[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2005, **2**(2): 192-195.
- [9] FISHER R A. The use of multiple measurements in taxonomic problems[J]. *Annals of Human Genetics*, 1936, **7**(2): 179-188.
- [10] ROWEIS S T, SAUL L K. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding[J]. *Science*, 2000, **290**(22): 2323-2326.
- [11] TENENBAUM J B, SILVA V D, LANGFORD J C. A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction[J]. *Science*, 2000, **290**(22): 2319-2323.
- [12] CAI D, HE X, HAN J, *et al.* Orthogonal laplacianfaces for face recognition [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, **15**(11): 3608-3614.
- [13] CRAWFORD M M, MA L, KIM W. Exploring nonlinear manifold learning for classification of hyperspectral data[M]. // PRASAD S, *et al.* Optical remote sensing. Heidelberg: Springer, 2011.
- [14] DONOHO D L, GRIMES C. Hessian eigenmaps: locally linear embedding techniques for high-dimensional data[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2003, **100**(10): 5591-5596.
- [15] YAN S, XU D, ZHANG B, *et al.* Graph embedding and extensions: a general framework for dimensionality reduction [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2007, **29**(1): 40-51.
- [16] ZHANG T, TAO D, LI X, *et al.* Patch alignment for dimensionality reduction [J]. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 2009, **21**(9): 1299-1313.
- [17] HE X, NIYOGI P. Locality preserving projections[C]. in Advances in Neural Information Processing Systems, 2004, 153-160.
- [18] MA Y, NIYOGI P, SAPIRO G, *et al.* Dimensionality reduction via subspace and submanifold learning[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2011, **28**(2): 14-15.
- [19] CHUNG F R K. Spectral graph theory[M]. Rhode Island: American Mathematical Society, 1997.
- [20] LANDGREBE D A. Signal theory methods in multispectral remote sensing[M]. New Jersey: Wiley, 2003.
- [21] KUO B, LANDGREBE D A. Nonparametric weighted feature extraction for classification[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2004, **42**(5): 1096-1105.
- [22] DU B, ZHANG L, ZHANG L, *et al.* A discriminative manifold learning based dimension reduction method for hyperspectral classification [J]. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2012, **14**(2): 272-277.