

doi:10.3788/gzxb20134203.0282

# 光学元件双转子抛光技术中类高斯型去除函数建模与逼近

陈华男, 王君林, 李显凌, 王绍治

(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所 应用光学国家重点实验室, 长春 130033)

**摘 要:**在 Preston 假设基础上, 研究并推导了光学元件抛光过程中“花瓣”型截面磨头在双转子运动形式下的去除函数. 提出了“花瓣”型截面磨头的离散点弧长表达方法, 并讨论了该方法的适用范围; 基于离散点弧长法, 推导了“花瓣”型截面磨头在双转子运动形式下的去除函数表达式; 根据可调步长式曲线逼近原理研究了类高斯型目标去除函数的逼近算法; 并得到了类余弦型去除函数的双转子抛光模参量. 从而证明了双转子抛光技术可以得到类高斯型去除函数.

**关键词:**双转子; 离散点弧长; “花瓣”型截面磨头; 曲线逼近; 类高斯去除函数

中图分类号: O439

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2013)03-0282-6

## Modelling and Approximation of Gaussian-like Removal Function in Dual-rotor Polishing Technology of Optics Elements

CHEN Hua-nan, WANG Jun-lin, LI Xian-ling, WANG Shao-zhi

(The State Key Laboratory of Applied Optics, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

**Abstract:** On the basis of the assumption of Preston, the removal function of grinding head with petal-like section, in the form of dual-rotor movement, in the polishing process of optical elements, is studied and derived. A method, using a finite number of discrete points and its arc length to express the grinding head of petal-like section is proposed. And the scope of application of this method is figured out. On the basis of this method, the expression of the removal function of grinding head with petal-like section, in the form of dual-rotor movement, is derived. According to the curve approximation principle of adjustable steps, the approximation algorithm of Gaussian-like removal function, which is the target function, is studied. And the parameters of dual-rotor polishing modal with cosine-like removal function are got. It is proved that gaussian-like removal function can be got from polishing technology of dual-rotor movement.

**Key words:** Dual-rotor; Discrete points and its arc length; Grinding head with petal-like section; Curve approximation; Gaussian-like removal function

## 0 引言

双转子抛光技术是计算机控制小磨头抛光技术的一种. 双转子抛光技术能够获得稳定的、可控的去除函数, 所以在大口径、高精度平面、球面以及非球面光学元件的面型加工和超光滑加工领域具有重要作用<sup>[1]</sup>.

双转子抛光模的去除函数可以根据 Preston 假

设和卷积迭代法得到<sup>[2]</sup>, 调整双转子抛光模的结构参量可以得到各种形状的去除函数. 高斯型去除函数是理想的去除函数, 磁流变抛光、离子束抛光和气囊抛光等国内外先进的抛光技术所使用的去除函数均为高斯型或者类高斯型<sup>[3-5]</sup>. 然而, 研究发现, 双转子抛光模中难以通过调整双转子结构参量来获得类高斯型去除函数<sup>[6-8]</sup>, 所以双转子抛光模在高精度球面以及非球面光学元件的面型加工和超光滑加工领

基金项目: 国家科技重大专项项目(No. 2009ZX02205)资助

第一作者: 陈华男(1985-), 男, 研究实习员, 硕士, 主要研究方向为光学元件的超光滑加工. Email: chennyhit@163.com

收稿日期: 2012-09-21; 录用日期: 2012-11-13

域效果有限,以至于双转子抛光技术近年来发展较慢.针对公转半径小于磨头半径的双转子抛光模,调整磨头局部形状使其去除函数逐渐平滑是获得类高斯型去除函数的有效方法.

本文根据实心圆型截面磨头的双转子抛光相关理论,推导出“花瓣”状截面磨头的双转子抛光模去除函数理论公式;根据曲线逼近原理,研究了逼近类高斯曲线的算法;最后,以余弦曲线为目标类高斯曲线,获得了类余弦型去除函数的双转子抛光模参量.

## 1 传统双转子抛光相关理论

双转子抛光机构简图如图 1 所示,磨头在绕公转轴心以速度  $\omega_1$  公转的同时绕自身轴心以速度  $\omega_2$  自转,方向均以逆时针方向为正;磨头半径为  $r_2$ ,公转半径为  $r_1$ .

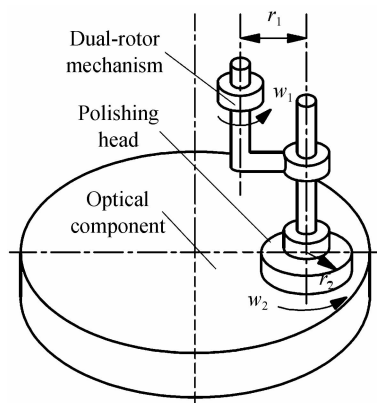


图 1 双转子机构简图

Fig. 1 Simple model of dual-rotor mechanism

针对截面为实心圆型的磨头,磨头与光学元件间的压力  $P$  可以认为是恒定不变的;双转子磨头对光学元件的抛光效果是磨头公转运动与自转运动合作用的结果<sup>[7]</sup>.双转子抛光模的运动简图如图 2 所示.距离公转中心  $r$  处点  $P$  在磨头上的对应的半径为  $\rho$ .

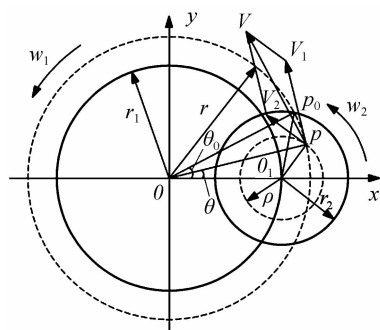


图 2 传统双转子抛光模运动分析

Fig. 2 Kinematic analysis of traditional dual-rotor polishing model

根据文献[1]可以得到点  $P$  的速度<sup>[1]</sup>为

$$V(\theta, r) = [(\omega_1^2 + \omega_2^2)r^2 + r_1^2\omega_2^2 + 2r^2\omega_1\omega_2 -$$

$$2rr_1(\omega_2^2 + \omega_1\omega_2)\cos\theta]^{1/2} \quad (1)$$

从式(1)可以得到,  $V(\theta, r)$  关于  $\theta$  是偶函数.根据 Preston 假设,可以得到磨头截面为实心圆型的双转子抛光模的去除函数理论方程<sup>[1,6-7]</sup>为

$$R(x, y) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[ \frac{KP}{T} \int_0^T V(x, y, t) dt \right] \quad (2)$$

$$R(r) = \frac{KP}{2\pi\omega_1} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} V(\theta, r) d\theta = \frac{KP}{\pi\omega_1} \int_0^{\theta_0} V(\theta, r) d\theta \quad (3)$$

式(3)即磨头半径为  $r_2$ 、磨头转速为  $\omega_2$ 、公转半径为  $r_1$ 、公转转速为  $\omega_1$  的实心圆型磨头双转子抛光模的理论去除函数公式.

## 2 “花瓣”型截面磨头去除函数推导

### 2.1 截面为“花瓣”型的磨头的表达

类高斯型去除函数是比较理想的去除函数.双转子抛光模很难获得类高斯型去除函数.近年来,双转子抛光技术的研究主要停留在抛光工艺的研究上面<sup>[2,7-8]</sup>.文献[8]及文献[9]对各种各样参量的双转子抛光模的去除函数进行了分析,并尝试对三角形截面磨头以及正方形截面磨头的去除函数进行了论证,都没有获得类高斯型去除函数.对比发现,文献[9]中三角形截面磨头以及正方形截面磨头的去除函数较实心圆型截面磨头趋于类高斯型.为了概括三角形截面磨头以及正方形截面磨头的特征,本文提出“花瓣”型截面磨头,“花瓣”型截面的具体轮廓由下文所述曲线逼近的方法得到.

“花瓣”型截面磨头如图 3(a)所示.任意尺寸的“花瓣”型截面磨头的形状难以用特定的方程式表达.为了计算方便,将磨头沿半径方向离散化,每个离散点处为绕磨头中心的同心圆弧,如图 3(b)所示.各处同心圆弧的弧长决定了该处的“花瓣”形状,各个离散点处不同弧长的圆弧组合可以得到不同的磨头截面形状.

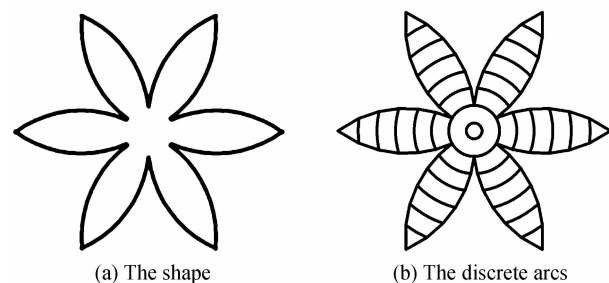


图 3 花瓣型磨头

Fig. 3 Grinding head with petal-like section

离散点数目越多,越能更精确地表达“花瓣”型磨头的特征,但同时会加大计算量.本文采用二十个离散点,针对直径小于 40 mm 的小磨头,其计算精度是可以接受的.将磨头离散为 20 个点,磨头形状

用 20 个点处的弧长长度来表达的方法本文将之称为离散二十点弧长方法。

离散二十点弧长方法如表 1 所示. 将如图 1 所示磨头沿半径方向分为 20 份, 分别测出除去磨头中心外其它 20 个端点处的弧长. 测出的实际弧长不大于该处磨头的整圆弧长(全弧长). 用实际弧长与全弧长的百分比表示该处磨头的材料占有率. 20 个端点外其它位置的实际弧长以及材料占有率用一维线性插值的方法计算得到. 由于磨头转速很高, 故“花瓣”型截面磨头的“瓣”数多少影响比较小, 仅要求各“花瓣”分布均匀.

表 1 磨头半径为 20 mm 时离散二十点弧长表示  
Table 1 20 discrete points and its arc length to express grinding head of radius 20 mm

Position/mm	Total arc length/mm	Actual arc length/mm	Material share/(%)
1	6.283	6.283	100.00
2	12.566	12.566	100.00
3	18.850	18.850	100.00
...	...	...	.....
18	113.097	2.420	2.14
19	119.381	1.373	1.15
20	125.664	0.000	0.00

由于一维线性插值的特性, 为了使插值的结果能够如实反映“花瓣”型磨头的尺寸特征, 需要限制设计的“花瓣”型磨头在半径方向各处的弧长缓慢、平滑变化. 该要求是把自定义形状磨头设计为“花瓣”型的原因.

2.2 截面为“花瓣”型的磨头去除函数推导

将图 2 中的磨头替换为“花瓣”型截面磨头, 如图 4 及图 5 所示.

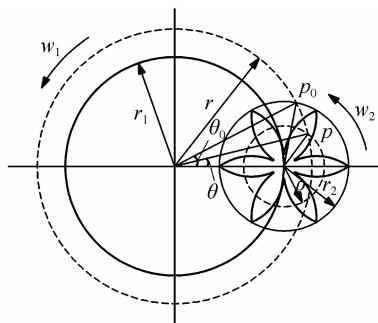


图 4 “花瓣”型磨头双转子抛光模运动分析  
Fig. 4 Kinematic analysis of grinding head with petal-like section in dual-rotor polishing model

因为

$$\theta = s_r / r \tag{4}$$

式中,  $s_r$  为半径为  $r$  的圆中圆心角  $\theta$  对应的圆弧长.

所以

$$d\theta = ds_r / r \tag{5}$$

将式(3)进行变换, 得

$$R(r) = \frac{KP}{\pi\omega_1} \int_0^{\theta_0} \frac{V(\theta, r)}{r} ds_r \tag{6}$$

$$R(r) = \frac{KP}{\pi\omega_1} \lim_{\Delta s_r \rightarrow 0} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{V(\theta, r)}{r} \Delta s_r \tag{7}$$

式(7)表明, 若将圆心角  $\theta_0$  平均分为  $i (i = \infty)$  份, 则距离公转中心  $r$  处的去除量  $R(r)$  是  $i (i = \infty)$  个  $\frac{V(\theta, r)}{r} \Delta s_r (\Delta s_r \rightarrow 0)$  的和.

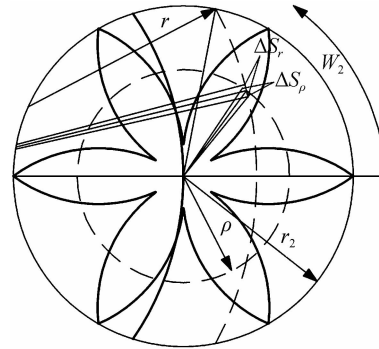


图 5 “花瓣”型磨头材料占有率分析  
Fig. 5 Analysis of material share in grinding head with petal-like section

由于磨头截面非实心圆, 故  $\Delta s_r$  可能刚好处于磨头上花瓣与花瓣之间的空位置, 即此时  $\Delta s_r$  没有去除效果, 不参与式(7)的计算. 假设  $i (i = \infty)$  份中有  $m$  份刚好位于磨头上, 即  $m$  份参与式(7)的计算, 则

$$R(r) = \frac{KP}{\pi\omega_1} \lim_{\Delta s_r \rightarrow 0} \sum_{i=0}^m \frac{V(\theta, r)}{r} \Delta s_r \tag{8}$$

$m$  的值不仅与双转子公转半径  $r$  以及磨头半径  $r_2$  有关, 而且与磨头的自身方位有关, 如图 6 所示. 由于磨头自转与公转的转速不一样, 所以在同一点, 磨头既有可能处于方位 1 状态也有可能处于方位 2 状态, 或者是其它方位. 磨头处于不同的方位时,  $m$  的值不同.

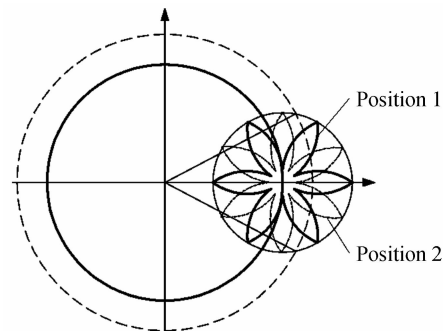


图 6 磨头的不同方位  
Fig. 6 Different orientation of the grinding head

由于磨头的方位的不同, 造成某一  $\Delta s_r$  既有可能位于磨头花瓣上也有可能位于花瓣间, 也因此造成  $m$  值的不同.

当磨头截面各花瓣的分布是均匀的, 并且磨头自转速度与公转速度的比值足够大, 则磨头处于各

个方位的概率是基本相等的,则可以用恒定的值 $\bar{m}$ 来代替 $m$ .

$$\bar{m} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{n} \quad (9)$$

用 $\Delta s_\rho$ 表示 $\Delta s_r$ 对应的磨头上半径为 $\rho$ 的圆弧.由图5可知,当 $\Delta s_r$ 趋于零时, $\Delta s_r$ 是否位于磨头上完全取决于 $\Delta s_\rho$ 是否存在.而 $\Delta s_\rho$ 是否存在取决于前文所定义的磨头材料占有率.

用 $p$ 表示磨头材料占有率,则当 $\Delta s_r$ 趋于零时, $\Delta s_r$ 位于磨头上的概率为 $p$ .则

$$\bar{m} = i \cdot p \quad (10)$$

即距离公转中心 $r$ 处的去除函数 $R(r)$ 是 $(i \cdot p)(i = \infty) \uparrow \frac{V(\theta, r)}{r} \Delta s_r (\Delta s_r \rightarrow 0)$ 的和.

$$R(r) = \frac{KP}{\pi \omega_1} \lim_{\Delta s_r \rightarrow 0} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{V(\theta, r) \cdot p}{r} \Delta s_r \quad (11)$$

$$R(r) = \frac{KP}{\pi \omega_1} \int_0^{\theta_0} \frac{V(\theta, r) \cdot p}{r} d s_r \quad (12)$$

$$R(r) = \frac{KP}{\pi \omega_1} \int_0^{\theta_0} V(\theta, r) \cdot p \cdot d\theta \quad (13)$$

式中: $\theta_0 = \arccos\left(\frac{r^2 + r_1^2 - r_2^2}{2rr_1}\right)$ ;

$V(\theta, r)$ 如式(1)所示;

$$\rho = \sqrt{r^2 + r_1^2 - 2rr_1 \cos \theta};$$

$p$ 表示磨头上半径为 $\rho$ 处“花瓣”型磨头与实心圆型磨头对应弧长比值.

式(13)即针对任意给定尺寸的“花瓣”型磨头的去除函数理论方程.

### 3 类高斯型去除函数的获得

#### 3.1 类高斯型目标去除函数

高斯型去除函数是典型的、理想的小磨头去除函数.如图7所示,类似于高斯型的这种两个端点导数为零、整个曲线连续、单调的去除函数为类高斯型去除函数.

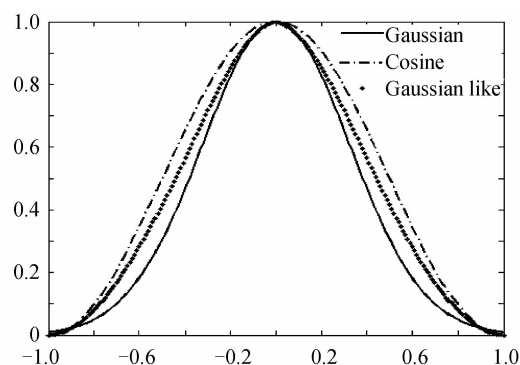


图7 类高斯型去除函数

Fig. 7 Gaussian-like removal function

由于标准的高斯型去除函数很难得到,故光学

元件加工过程中一般使用类高斯型去除函数.余弦函数是典型的类高斯型去除函数,余弦函数归一化后方程为

$$y = \frac{\cos(x) + 1}{2} (0 \leq x \leq \pi) \quad (14)$$

#### 3.2 类高斯型目标去除函数的逼近

欧氏距离可以用来表征两条曲线的重合程度,欧式距离越近,则曲线的重合度越高.将曲线平均分为 $n$ 份,则量化两条曲线的重合程度的欧氏距离为

$$\eta = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\sum_{i=0}^{n+1} (f(x_i) - g(x_i))^2} \quad (15)$$

式中, $f(x_i)$ 表示目标曲线, $g(x_i)$ 表示逼近曲线.

两条曲线的逼近程度可以用两条曲线的重合程度来表示.由式(15)所得的参量 $\eta$ 值越小,则曲线与目标曲线的重合程度越高;当参量 $\eta$ 值为零时,两条曲线完全重合.

#### 3.3 类高斯型目标去除函数的逼近原理

针对双转子抛光模,如果已知磨头的转速及半径,对磨头采用离散二十点弧长表达,则决定其去除函数的参量共有22个,其中20个参量决定磨头截面形状,1个参量决定双转子公转与自转的半径比,1个参量决定双转子公转与自转的转速比.

曲线逼近的问题即整体最优与局部最优的相互关系问题.整体最优时,每个参量都取值最优解,所以当每个参量都向自身最优解逼近时,整体逐渐趋向最优.类高斯型去除函数的获得采用可调步长逼近法:当参量离其最优解较远时,其以大步长逼近最优解;当参量靠近其最优解时,其以小步长逼近.可调步长逼近法可以兼顾逼近算法的效率和逼近算法的精度.

针对此22个参量的任意初值,根据式(13)可以计算出双转子抛光模的去除函数.根据式(15),可以计算得到该去除函数与目标类高斯曲线的重合程度.接下来,针对22个参量中的每一个,对比该参量增大一个步长以及减小一个步长相对于原值对曲线重合程度的影响,取三者中使曲线重合程度最大的对应值为该参量新值.22个参量的新值决定新的去除函数,如果新去除函数与目标类高斯曲线重合度满足要求,则停止运算,否则进行新一轮的计算<sup>[10]</sup>.计算流程如图8所示.

为了兼顾曲线逼近算法的效率和精度,需要对每一个参量的步长进行调整,规则如下:

- 1) 参量取值遇到边界则步长减小;
- 2) 参量取值连续两次缩小则步长增大;
- 3) 参量取值连续两次增大则步长增大;
- 4) 参量取值出现震荡则步长减小;

5) 当前的  $\eta$  值已经出现过则步长减小。

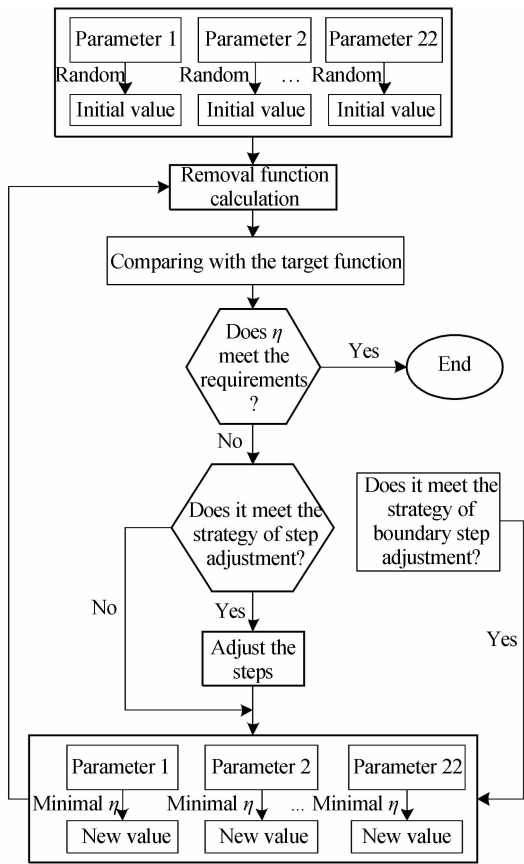


图 8 曲线逼近计算流程

Fig. 8 The calculation process of curve approximation

### 3.4 逼近结果

选定余弦曲线作为目标类高斯型去除函数, 经过如图 8 所示过程的迭代, 逼近结果如图 9 所示。

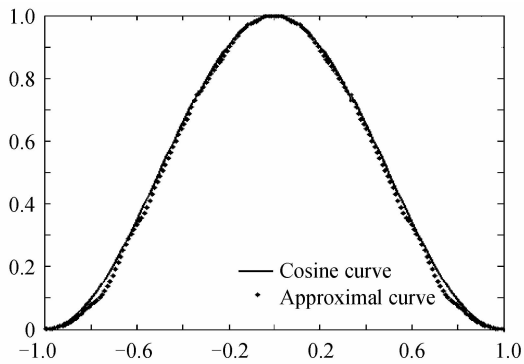
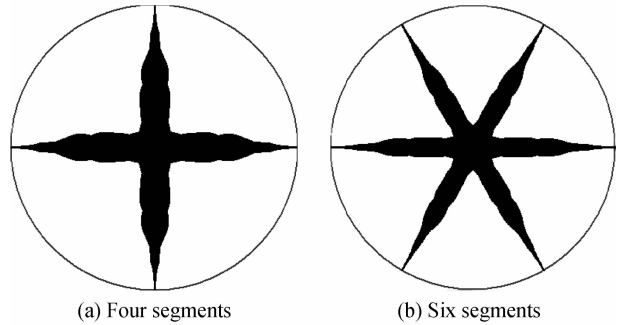


图 9 余弦目标去除函数逼近结果

Fig. 9 The results of approximating to target removal function of cosine

导出决定逼近函数的各参量值, 可以得到四瓣型“花瓣”型截面磨头如图 10(a) 所示, 六瓣型“花瓣”型截面磨头如图 10(b) 所示. 此时双转子抛光模自转与公转的半径比为 3.34; 自转与公转的转速比为 200, 其去除函数如图 11 所示。



(a) Four segments (b) Six segments

图 10 类余弦去除函数磨头形状

Fig. 10 Grinding head with cosine-like removal function

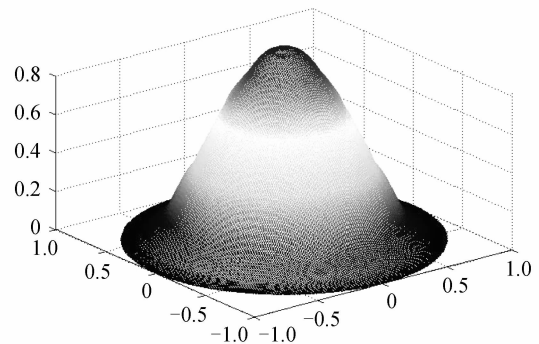


图 11 类余弦去除函数

Fig. 11 Cosine-like removal function

## 4 结论

本文结合双转子抛光模去除函数经典理论, 提出“花瓣”型截面磨头离散化的表达方式, 并推导了“花瓣”型截面磨头在双转子运动形式下的理论去除函数; 然后根据曲线逼近原理, 提出了用曲线逼近法获得与目标曲线形似曲线的算法; 最后根据该算法, 采用余弦函数为目标类高斯函数, 采用可调步长曲线逼近原理, 得到了类余弦去除函数, 并获得了能够得到该类余弦型去除函数的双转子抛光模参量。

### 参考文献

[1] WANG Quan-dou, LIU Min-cai, ZHANG Hong-xia. Removing function of polishing pad in computer controlled optical polishing[J]. *Optical Technique*, 2000, **26**(1): 32-34. 王权陡, 刘民才, 张红霞. 数控抛光技术中抛光盘的去除函数[J]. *光学技术*, 2000, **26**(1): 32-34.

[2] DAI Yi-fan, SHANG Wen-jin, ZHOU Xu-sheng. Effect of the material of a small tool to the removal function in computer control optical polishing[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2006, **28**(2): 97-101. 戴一帆, 尚文锦, 周旭升. 计算机控制小工具抛光技术中磨盘材料对去除函数的影响[J]. *国防科技大学学报*, 2006, **28**(2): 97-101.

[3] ANDO M, NEGISHI M, TAKIMOTO M, et al. Super-smooth surface polishing on aspherical optics [C]. *SPIE*, 1992, **1720**: 22.

- [4] DAI Yi-fan, SHI Feng, PENG Xiao-qiang, *et al.* Deterministic figuring in optical machining by magnetorheological finishing[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(1): 198-204.  
戴一帆,石峰,彭小强,等.光学镜面磁流变确定性修形的实现[J].*光学学报*,2010, **30**(1): 198-204.
- [5] WALKER D D, BROOKS D, KING A, *et al.* The 'precession' tooling for polishing an figuring flat, spherical and aspheric surfaces[J]. *Optics Express*, 2002, **11**(8): 958-964.
- [6] LI Ai-min, DAI Yi-fan, ZHENG Zi-wen, *et al.* Study on removing function of the polishing pad of dual-rotator mechanism[J]. *Chinese Mechanical Engineering*, 2004, **15**(23): 2077-2080.  
李爱民,戴一帆,郑子文,等.双转子抛光模去除函数研究[J].*中国机械工程*,2004, **15**(23): 2077-2080.
- [7] KAN Yin-zhong. The optimal design and technics study on the removing function of polishing of a small tool in computer control [D]. Jilin: Changchun University of Science and Technology, 2008.  
阚银中.计算机控制小工具抛光去除函数的优化设计及工艺研究[D].吉林:长春理工大学,2008.
- [8] LI Ai-min. Study on removing characteristics and technics of polishing of a small tool in computer control [D]. Hunan: National University of Defense Technology, 2003.  
李爱民.计算机控制小工具研抛的去除特性及工艺研究[D].湖南:国防科技大学,2003.
- [9] SHANG Wen-jin. Model building and simulation of computer control deterministic grinding and polishing [D]. Hunan: National University of Defense Technology, 2005.  
尚文锦.计算机控制确定性研抛的建模与仿真[D].湖南:国防科技大学,2005.
- [10] SHI Zhan. B-spline curve approximation algorithm for measuring data [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2004, **25**(4): 758-760.  
施展.测量数据的B样条曲线逼近算法[J].*仪器仪表学报*,2004, **25**(4): 758-760.

\*\*\*\*\*

• 下期预告 •

## 飞秒激光刻写 $1 \times 4$ 铌酸锂光波导功分器的研究

周自刚,罗晨,杨永佳,范宗学,全恩思,朱万清,王亮

(西南科技大学 极端条件物质特性联合实验室,四川 绵阳 621010)

**摘要:**本文采用一种以五次幂函数为基础所设计的  $1 \times 4$  光波导功分器路径,利用中心波长为 800 nm、重复频率为 75 MHz 的飞秒脉冲激光为光源,通过控制三位电动平移台,在 Z 切割铌酸锂晶体进行横向扫描此路径,在激光功率为 270 mW 和扫描速度为 0.05 mm/s 下,制备出  $1 \times 4$  光波导功分器,分析了改变扫描速度和扫描次数对波导形成的影响,以及波导形成的原因.实验结果表明:在强激光的各种参量一定时,扫描速度越小,扫描次数越多,波导线宽越大,扫描速度在一定范围内时,波导损耗较低.

**关键词:**飞秒激光;铌酸锂晶体;光波导;五次幂函数