

doi:10.3788/gzxb20134203.0262

# 掩埋隧道结垂直面激光器速率方程参量提取

彭金花, 吴东升, 徐荃, 平兰兰

(安徽建筑工业学院 电子与信息工程学院, 合肥 230601)

**摘要:**为了设计和优化高速激光二极管的高频特性,其速率方程模型参量的精确提取方法非常重要。本文针对新型长波长高带宽的掩埋隧道结垂直面激光器,给出一种速率方程模型参量提取方法。此方法是主要基于阈值电流、输出光功率、张弛振荡频率、阻尼因子和高偏置下增益压缩因子非线性效应等因素,根据已测量的不同偏置下芯片的小信号频率响应来拟合出方程中的张弛振荡频率和阻尼因子。通过考虑增益压缩因子,分别非线性拟合已提取的偏置光功率下的张弛振荡频率和阻尼因子,即可提取速率方程模型中的参量。

**关键词:**垂直面激光器;速率方程;参量提取;数据拟合

中图分类号:O43

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2013)03-0262-4

## Parameter Extraction of Rate Equations for Buried Tunnel Junction Vertical-cavity Surface-emitting Lasers

PENG Jin-hua, WU Dong-sheng, XU Quan, PING Lan-lan

(School of Electronic & Information Engineering, Anhui University of Architecture, Hefei 230601, China)

**Abstract:** In order to design and optimize high frequency performances of laser diodes, accurate extraction methods for the rate equation parameters are very important. A method for the rate equation parameter extraction for long-wavelength and high-bandwidth buried tunnel junction vertical-cavity surface-emitting lasers is presented. This method bases on the threshold current, output power, resonance frequency, damping factor and nonlinear effect of the gain compression factor under high bias currents. By fitting the chip frequency responses with different bias currents, resonance frequency and damping factor values can be obtained. Finally, by considering gain compression factor and nonlinear fitting resonance frequency and damping factor values under different currents, parameters of rate equation model can be extracted.

**Key words:** VCSEL; Rate equation; Parameter extraction; Data fitting

## 0 引言

激光器二极管(Laser Diode, LD)是光通信发射模块和光电集成中的关键光源。目前光纤传输系统速率快速发展对激光二极管性能提出了更高的要求。其中,激光二极管的直接调制带宽的提高和模型参量优化设计就是重要研究方向<sup>[1]</sup>。然而激光二极管的优化设计首先需要对模型参量进行提取。激光二极管的等效电路模型和速率方程模型的参量提取对于理论和实验上提高和优化带宽以及后续高频电

路分析都有很大意义<sup>[2]</sup>。

目前国内对激光二极管模型参量提取都有较深入研究。北京半导体所祝宁华教授根据器件结构拟合不同偏置下的传输系数和反射系数来提取激光器等效电路模型参量<sup>[2]</sup>。通过扣除寄生参量影响,得到提取激光器本征响应和高频电参量<sup>[3]</sup>。华东师范大学高建军教授使用分析方法和经验优化算法先提取激光二极管的等效电路模型参量,再根据速率方程和等效电路模型参量关系提取速率方程模型参量<sup>[4-6]</sup>。然而,本文主要根据频率响应拟合不同偏置

基金项目:安徽省教育厅自然科学基金重点项目(No. KJ2011A060)和安徽省优秀青年人才基金项目(No. 2009SQRZ099)资助

第一作者:彭金花(1980—),女,讲师,硕士,主要研究方向为光通信和微弱光电信号检测。Email:goldbloom@126.com

通讯作者:吴东升(1966—),男,教授,博士,主要研究方向为光通信和激光雷达。Email:dongshengwu@aiai.edu.cn

收稿日期:2012-10-25;录用日期:2013-01-21

电流的张弛振荡频率和阻尼因子,并考虑增益压缩因子非线性拟合出激光二极管的速率方程的参量.

本文基于阈值电流、输出光功率、张弛振荡频率和阻尼因子等值来提取激光二极管的速率方程模型参量,其中在非线性拟合模型参量中考虑增益压缩因子.仿真计算采用新型长波长高带宽的掩埋隧道结垂直面激光器(Buried Tunnel Junction Vertical Cavity Surface Emitting Laser, BJT-VCSEL)的测试参量<sup>[7-8]</sup>.

## 1 理论模型

### 1.1 速率方程模型

激光二极管速率方程是描述有源区光子和载流子相互作用的重要模型<sup>[9]</sup>,如式(1)和(2)

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{qV} - \frac{N}{\tau_s} - \frac{G_0(N-N_{tr})}{1+\epsilon S}S \quad (1)$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\Gamma G_0(N-N_{tr})}{1+\epsilon S}S - \frac{S}{\tau_p} \quad (2)$$

式中:N 和 S 分别是载流子和光子密度,I 是注入有源区电流,q 是电荷量,V 是有源区体积,τ<sub>s</sub> 是载流子寿命,ε 是增益压缩因子,G<sub>0</sub> 是光增益系数,N<sub>tr</sub> 是透明载流子密度,Γ 是光场限制因子,τ<sub>p</sub> 是光子寿命.方程中因自发辐射系数太小而忽略自发辐射项.其中,输出光功率 P(t) 和光子密度 S(t) 的关系表达为

$$P(t) = \frac{\eta V h v}{\Gamma \tau_p} S(t) \quad (3)$$

式中:η 是量子效率,h 是普朗克常量,v 是光频率.

#### 1.1.1 稳态分析

令等式(1)和(2)中左边等式为零(即对时间导数为零),整理可以得到光子密度和注入电流的关系表达式<sup>[10]</sup>

$$S = \frac{\Gamma \tau_p (I - I_{th})}{qV \left(1 + \frac{\epsilon}{G_0 \tau_p}\right)} \quad (4)$$

式中,I<sub>th</sub> 为阈值电流,且阈值电流和透明载流子密度的关系为

$$I_{th} = qV \left( \frac{N_{tr}}{\tau_s} + \frac{1}{\Gamma G_0 \tau_p \tau_s} \right) \quad (5)$$

#### 1.1.2 小信号分析

激光二极管的小信号频率响应求解需要对速率方程进行线性近似处理,分别对注入电流,光子密度和载流子密度进行如下线性近似:S=S<sub>0</sub>+se<sup>jωt</sup>,N=N<sub>0</sub>+ne<sup>jωt</sup>,I=I<sub>0</sub>+ie<sup>jωt</sup>,代入式(1)和(2),整理即可得到低偏置电流下小信号频率响应表达式并进行归一化

$$\frac{H_1(j\omega)}{H_1(0)} = \frac{s(j\omega)/s(0)}{i(j\omega)/i(0)} =$$

$$\frac{\frac{G_0 S_0}{\tau_p}}{\omega^2 - j\omega \left( \frac{1}{\tau_s} + G_0 S_0 \right) + \left( \frac{G_0 S_0}{\tau_p} \right)} \quad (6)$$

所涉及参量 S<sub>0</sub>、N<sub>0</sub> 和 I<sub>0</sub> 分别为对应偏置点,s、n 和 i 分别对应调制幅度,其值远小于偏置点值.ω 为调制角频率.其中张弛振荡角频率 ω<sub>R</sub>、阻尼因子 γ 以及二者关系表达式为

$$\omega_R^2 = \frac{G_0 S_0}{\tau_p} \quad (7)$$

$$\gamma = \frac{1}{\tau_s} + G_0 S_0 \quad (8)$$

$$\gamma = \frac{1}{\tau_s} + K f_R^2 = \frac{1}{\tau_s} + 4\pi^2 \tau_p f_R^2 \quad (9)$$

从式(7)~(9)发现,张弛振荡角频率和阻尼因子都是关于光子密度的线性关系,但是当偏置电流增加,会出现饱和现象.故当在高的偏置点时,需要考虑增益压缩因子效应,对公式进行修正后得到

$$\omega_R^2 = \frac{G_0 S_0}{\tau_p (1 + \epsilon S_0)} \quad (10)$$

$$\gamma = \frac{1}{\tau_s} + \frac{G_0 S_0}{1 + \epsilon S_0} + \frac{\epsilon S_0}{\tau_p} \quad (11)$$

$$\gamma = \frac{1}{\tau_s} + 4\pi^2 \tau_p f_R^2 + \frac{4\pi^2 f_R^2}{G_0 / \epsilon - 4\pi^2 \tau_p f_R^2} \quad (12)$$

式(10)~(12)呈现非线性效应,本文也主要利用这些非线性公式来拟合出速率方程模型中光子寿命 τ<sub>p</sub>、增益压缩因子 ε、载流子寿命 τ<sub>s</sub> 和光增益系数 G<sub>0</sub>.

### 1.2 频率响应函数

激光二极管所测量的小信号频率响应除了本征响应部分外,还要考虑到寄生参量的影响.故本文直接采用文献[7]中的三级传输频率响应函数来拟合测量的频率响应

$$H(f) = \frac{f_R^2}{f^2 - j(f/2\pi)\gamma + f_R^2} \cdot \frac{1}{1 + j(f/f_{par})} \quad (13)$$

f<sub>par</sub> 是寄生截止频率.频率响应 H(f) 的前部分为有源区的本征小信号响应,后部分是寄生参量频率响应,很显然寄生部分呈现低通滤波器作用.比较式(6)和(13),可知在速率方程模型的参量提取需要扣除寄生效应.

### 1.3 拟合条件

本文中所涉及到函数拟合使用式(14)作为判别标准

$$R = \min_x \sum_i (F(x, x_{data_i}) - y_{data_i})^2 \quad (14)$$

式中 F 是待拟合函数,x 是拟合函数中待定参量,x<sub>data<sub>i</sub></sub> 和 y<sub>data<sub>i</sub></sub> 分别对应输入数据横纵坐标,R 是误差平方和最小值.

## 2 实验结果和参量提取

仿真和拟合中所涉及的实验参量<sup>[7,11]</sup>主要描述BJT-VCSEL的输出光功率-电流(*L-I*)曲线和不同偏置电流的频率响应。根据实验测量的功率对电流初始斜率值0.3 W/A,可以使用式(3)和(4)计算得到量子效率

$$\eta = \frac{q}{hv} \frac{dP}{dI} \Big|_{I=I_{th}} \quad (15)$$

代入数值得到量子效率 $\eta$ 为37.5%。

根据BJT-VCSEL实验测量的频率响应数据,对这些数据使用式(13)进行拟合,即可得到不同偏置下的曲线,如图1。此外从式(13)中可知,不同偏置下的阻尼因子,张弛振荡频率和寄生截至频率随拟合即可获得。

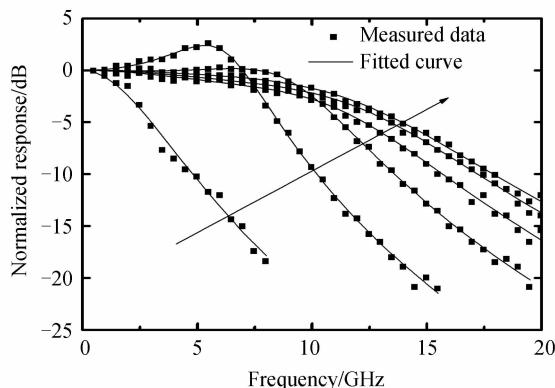


图1 不同偏置电流下BJT-VCSEL小信号频率响应的测量曲线和拟合曲线

Fig. 1 The measured and fitted frequency responses of the BJT-VCSEL for different bias currents

图2显示了不同偏置输出光功率下张弛振荡频率平方的数据,这里没有使用偏置电流作为自变量,主要是因为输出光功率会随着偏置电流的不断增大而趋于饱和,并且从式(7)和(10)中可知张弛振荡频率是直接关于光子数的变量更便于参量提取。从图2中可以看出,偏置光功率增大,张弛振荡频率的平

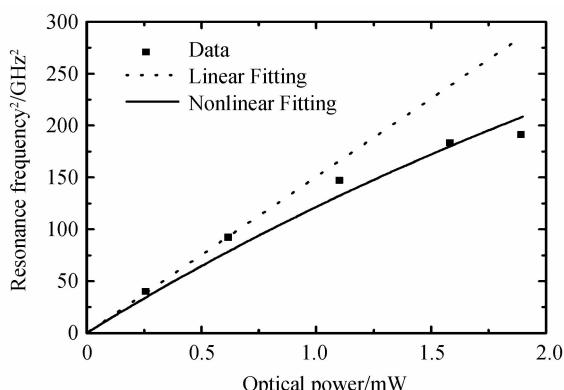


图2 张弛振荡频率的平方和偏置输出光功率的关系

Fig. 2 Square of relaxation resonance frequency as a function of bias optical power

方会逐渐趋于饱和。根据式(7)和(10)的两种拟合方式,分别对张弛振荡频率平方数据拟合,如图2虚线和实线所示。可以发现,随着偏置光功率增大,实线相比虚线增加速度变缓,且更加贴近于张弛振荡频率平方的数据,这个是由于非线性拟合式(10)相比于式(7)考虑了增益压缩因子的作用。

图3显示了不同偏置输出光功率下阻尼因子的数据,同样使用两种公式(8)和(11)拟合数据,如图中虚线和实线所示。同理,图中随着光功率增加,实线相比于虚线增速减缓。综合分析图2和图3,二者图中虚线都是拟合低功率点,主要是因为低功率点的增益压缩因子影响较小,但是对于高功率及饱和功率时,就考虑增益压缩因子的作用,这样有助于较精确获取高偏置点的模型参量。根据式(10)和(11)的拟合,即可获得非线性拟合方法下的速率方程中的增益光增益系数 $G_0$ 、光子寿命 $\tau_p$ 、增益压缩因子 $\epsilon$ 和载流子寿命 $\tau_s$ 。

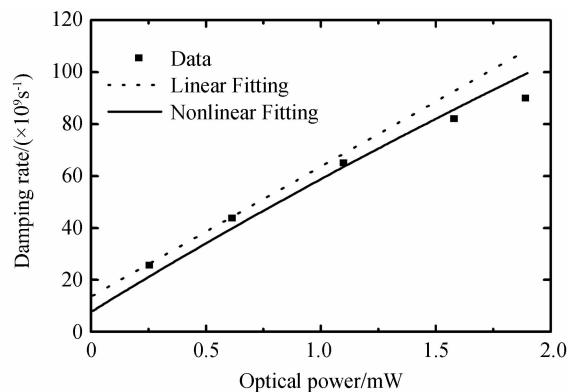


图3 阻尼因子和偏置输出光功率的关系

Fig. 3 Damping rate as a function of bias optical power

根据之前的拟合参量值画出线性和非线性两种方式下的阻尼因子和张弛振荡频率平方的变化关系图,如图4。图中标出在偏置光功率为1.9 mW下,两种拟合方法阻尼因子和张弛振荡频率平方值的差距表明,在高偏置区非线性拟合相比线性拟合能够

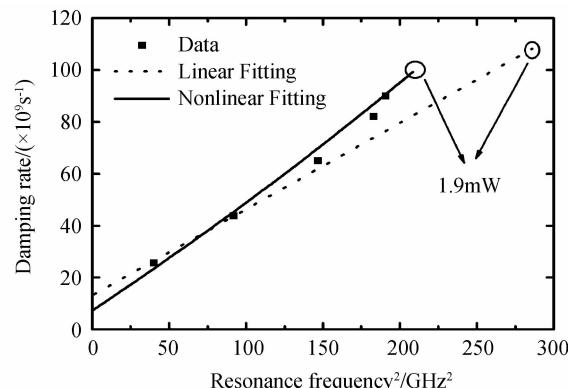


图4 阻尼因子和张弛振荡频率平方的关系

Fig. 4 Damping rate as a function of square of relaxation resonance frequency

更好地与数据吻合。为了清晰地说明二者区别,本文给出在偏置光功率 1.9 mW 下的频率响应曲线,如图 5。从图 5 中可知,非线性拟合方法的频率响应曲线更接近于实验测量的频率响应曲线。

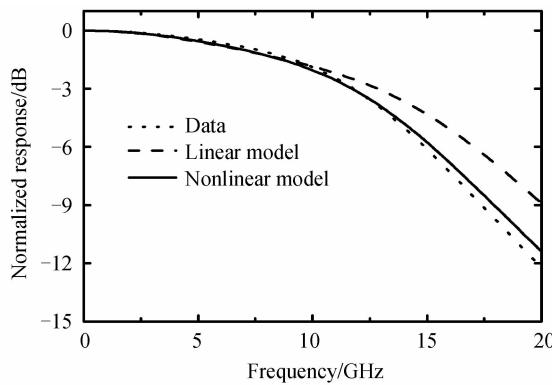


图 5 在偏置输出光功率为 1.9 mW 下,线性拟合模型、非线性拟合模型和实验数据的频率响应对比图

Fig.5 Comparison of the linear model, the nonlinear model and the experiment data for frequency responses under the bias optical power 1.9 mW

最后有源区的体积  $V$  可由 BJT-VCSEL 器件结构确定<sup>[11]</sup>,光场限制因子  $\Gamma$  可由三维等效折射率方法计算出<sup>[4,12]</sup>,利用式(5)即可获得透明载流子浓度  $N_{tr}$ ,所有提取参量见表 1。

表 1 速率方程模型参量的拟合值

Table 1 Fitting values of rate equation model parameters

Parameters	Value	Unit
$V$	$1.06 \times 10^{-12}$	$\text{cm}^3$
$G_0$	$3.16 \times 10^{-5}$	$\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$
$\tau_p$	5.7	ps
$\epsilon$	$1.36 \times 10^{-16}$	$\text{cm}^3$
$\tau_s$	0.14	ns
$\Gamma$	0.035	—
$N_{tr}$	$2.14 \times 10^{17}$	$\text{cm}^{-3}$

### 3 结论

本文给出一种速率方程模型参量提取方法,参量提取主要考虑增益压缩因子的非线性拟合方法,特别在趋于饱和光功率偏置点能更好和数据吻合。但是在参量提取过程中,发现寄生截止频率不是常量,而是随偏置电流变化,其原因可能是由于掩埋隧道结产生的影响,对于这个变化的寄生截止频率,可以考虑使用引入一个参量即载流子渡越时间对偏置电流的影响。此外,数据处理中非线性拟合和实验数

据并非相当吻合,而是有一定的偏差,接下来工作需要修正其拟合公式(10)和(11),或者考虑使用准确度更高的拟合算法。

### 参考文献

- [1] BRUENSTEINER M, PAPEN G C. Extraction of VCSEL rate-equation parameters for low-bias system simulation[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 1999, **5**(3): 487-494.
- [2] ZHU Ning-hua, XU Gui-zhi, HOFMANN W, et al. Small-signal equivalent circuit model and characterization of 1.55 mm buried tunnel junction vertical-cavity surface-emitting lasers [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2010, **58**(5): 1283-1289.
- [3] ZHU Ning-hua, CHEN C, PUN E Y B, et al. Extraction of intrinsic response from S-parameters of laser diodes[J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2005, **17**(4): 744-746.
- [4] GAO Jian-jun, LI Xiu-ping, FLUCKE J, et al. Direct parameter-extraction method for laser diode rate equation model[J]. *IEEE/OSA Journal of Lightwave Technique*, 2004, **22**(6): 1604-1609.
- [5] GAO Jian-jun. Microwave modeling and parameter extraction method for quantum-well lasers[J]. *IEEE/OSA Journal of Lightwave Technique*, 2008, **26**(14): 2245-2251.
- [6] GAO Jian-jun. An Analytical method to determine small-signal model parameters for vertical-cavity surface emitting lasers [J]. *IEEE/OSA Journal of Lightwave Technique*, 2010, **28**(9): 1332-1337.
- [7] HOFMANN W, ZHU Ning-hua, ORTSIEFER M, et al. High speed ( $>11$  GHz) modulation of BCB-passivated 1.55  $\mu\text{m}$  InGaAlAs/InP VCSELs[J]. *Electronics Letters*, 2006, **42**(17): 976-977.
- [8] HOFMANN W, ZHU Ning-hua, ORTSIEFER M, et al. 10-Gb/s data transmission using BCB passivated 1.55- $\mu\text{m}$  InGaAlAs-InP VCSELs [J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2006, **18**(2): 424-426.
- [9] CARTLEDGE J C, SRINIVASAN R C. Extraction of DFB laser rate equation parameters for system simulation purposes [J]. *Journal of Lightwave Technique*, 1997, **15**(5): 852-860.
- [10] FARAJI B, SHI Wei, PULFREY D L, et al. Analytical modeling of the transistor laser [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2009, **15**(3): 594-603.
- [11] HOFMANN W. InP-based long-wavelength VCSELs and VCSEL arrays for high-speed optical communication [D]. Munich: Walter Schottky Institute, Technical University of Munich, 2009: 46-50.
- [12] SHIMIZU J, YAMADA H, MURATA S, et al. Optical-confinement-factor dependencies of the K factor, differential gain, and nonlinear gain coefficient for 1.55  $\mu\text{m}$  InGaAs/InGaAsP MQW and strained-MQW lasers [J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 1991, **3**(9): 773-776.