

doi: 10.3788/gzxb20134202.0205

基于保真度的量子信令最佳帧长算法

高引朝, 聂敏

(西安邮电大学 通信与信息工程学院, 西安 710061)

摘要:为了解决量子信令的最佳帧长问题, 本文提出了一种基于保真度的量子信令最佳帧长的算法. 根据量子信令收发模型, 定义了一个由若干量子态组成的量子信令的联合保真度, 并通过计算链路的有效利用率而得出最佳帧长的算法. 仿真结果与理论分析完全相符, 从而表明本文提出的最佳帧长算法稳定、易行, 可以应用到复杂多变的实际环境中.

关键词:量子信令; 保真度; 最佳帧长

中图分类号: G301

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2013)02-0205-4

An Optimal Frame Size Algorithm for Quantum Signaling Based on the Fidelity

GAO Yin-chao, NIE Min

(School of Communication and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications,
Xi'an 710061, China)

Abstract: In order to solve the problem of quantum signaling optimal frame size, a quantum signaling optimal frame size algorithm based on the fidelity was proposed. Firstly, a basic quantum signaling transceiver model was analyzed. Then, a joint fidelity of quantum signaling which consists of several quantum states was defined. Finally, the optimal frame size algorithm was given by calculating the link effective utilization. Simulation result is consistent with the theory, which proves that the proposed algorithm is feasible and simple and can be applied to complicated practical environments.

Key words: Quantum signaling; Fidelity; Optimal frame size

0 引言

量子通信(Quantum Communication)是指利用量子纠缠态进行信息传递的一种新型的通讯方式. 量子纠缠是量子信息领域中一个重要的问题^[1], 特别在量子通信中的应用. 1935年, Einstein、Podolsky、Rosen 提出了著名的 EPR 佯谬, 量子纠缠态的概念正是由此而产生的. 量子通信是未来通信的关键技术, 是经典信息论和量子力学相结合的一门新兴交叉学科^[2]. 与目前成熟的通信技术相比, 量子通信具有保密性强、大容量、远距离传输、速度

快等特点^[3-4], 能够广泛地应用在军事、国民经济等领域^[5].

量子信令(Quantum Signaling)是以量子态传输的, 而量子态在自由空间中传输不可避免的与各种环境因素相互作用, 使量子态所携带的信息受到损伤. 为了描述初态与经过自由空间系统演化的末态之间的接近程度, 即量子态所携带信息的损伤程度, 而引入量子态保真度的概念. 量子保真度广泛应用于量子通信和量子计算的理论研究中, 如纯态编码中的保真度、量子信息和量子隐形传态理论中的保真度^[6-7]等.

基金项目:国家自然科学基金(No. 61172071)、陕西省自然科学基金基础研究计划(No. 2010JM8021)和陕西省教育厅自然科学研究项目(No. 2010JK834)资助

第一作者:高引朝(1986-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为量子通信、移动通信. Email: gyinchao@163.com

导师(通信作者):聂敏(1964-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为量子通信、移动通信、现代通信网理论和关键技术. Email: niemin@xupt.edu.cn

收稿日期:2012-09-24; **录用日期:**2012-12-12

本文通过多粒子的纠缠态而建立量子信道^[8-9],由若干个量子态组成量子信令,利用链路的有效利用率建立方程,得到基于保真度的量子信令最佳帧长算法并进行仿真,结果表明该算法可靠、稳定。

1 两移动用户之间的量子信令收发模型

Alice 通过量子信源产生一组由若干个量子态组成的量子信令,如 $|\varphi_1\rangle|\varphi_2\rangle\cdots|\varphi_r\rangle$,其相应的密度算符是 $\rho_1\rho_2\cdots\rho_r$,然后经过相关编码,经过量子信道(自由空间),最终接收方 Bob 通过相关量子接收设备收到一组量子序列,设为 $|\varphi'_1\rangle|\varphi'_2\rangle\cdots|\varphi'_r\rangle$,其相应的密度算符是 $\rho'_1\rho'_2\cdots\rho'_r$ 。

如图 1 所示,由 Alice 产生的量子信令通过自由空间,经由量子基站把量子信令传送给量子交换机,量子交换机再把量子信令发送给 Bob 所在地区的基站,最后把量子信令发送给 Bob。通过基站与交换机之间事先存在量子纠缠对,而建立相应量子信道。

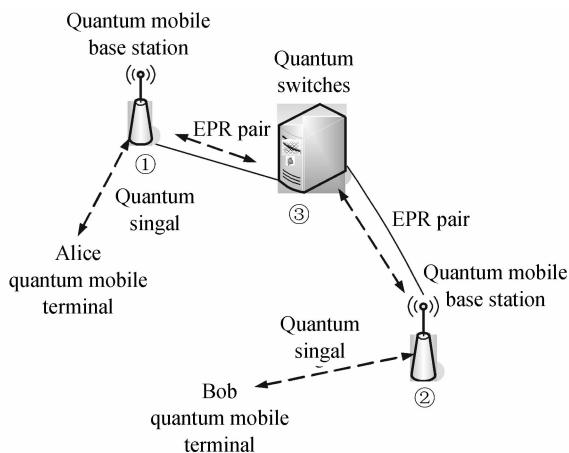


图 1 量子信令的基本收发模型

Fig. 1 Quantum signaling basic transceiver model

通过纠缠源,产生三个处于最大纠缠态的粒子 x, y, z ,纠缠态如式(1)

$$|\phi_1\rangle_{xyz} = \frac{1}{\sqrt{3}}[|001\rangle_{xyz} + |010\rangle_{xyz} + |100\rangle_{xyz}] \quad (1)$$

式中把粒子 x, z 分给两个量子基站 1、2,粒子 y 分给量子交换机 3。Alice 发送的量子信令,在通过量子基站 1 时进行 Bell 基联合测量,使量子信令传送到量子基站 3,然后量子基站 3 就可以把纠缠粒子 z 所携带的量子信令传送到 Bob。

2 量子保真度

量子保真度描述量子初态与末态(经过自由空间的演化后)的接近程度,即接收到的量子态所携带信息的损伤程度,定义 Bures 保真度为^[10]

$$F = \left\{ \text{tr}(\sqrt{\sqrt{\rho_1}\rho_2\sqrt{\rho_1}}) \right\}^2, F \in [0, 1] \quad (2)$$

式中, ρ_1, ρ_2 为两量子混态的密度算符。当 $F \rightarrow 1$ 时,量子态理想传输;当 $F \rightarrow 0$ 时,量子态完全失真,即传输失败。

若两量子态为纯态,则

$$F = \text{tr}(\rho_1\rho_2) \quad (3)$$

以本文的量子信令传输模型为例,计算其保真度。设量子态都是纯态, $F_1 = \text{tr}(\rho_1\rho'_1), F_2 = \text{tr}(\rho_2\rho'_2), \dots, F_r = \text{tr}(\rho_r\rho'_r)$ 。定义联合保真度

$$\tilde{F} = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \text{tr}(\rho_i\rho'_i) \quad (4)$$

当 $\tilde{F} \rightarrow 1$ 时,量子信令传输无损伤。

3 量子信令帧的最佳帧长算法

设量子信令的帧长为 l_q bit,其中控制信息(帧头等)为 l_c bit,数据信息(地址等)为 l_d bit,有 $l_q = l_c + l_d$ 。令链路的比特利用率为

$$\eta = l_d/l_q \quad (5)$$

当 l_d 较小时,利用率下降;当 l_d 较大时,因为信道的误码率存在,使得传输错误增大,导致重传次数增多,从而导致有效利用率下降。因此存在最佳帧长,使得链路有效利用率最高。

设量子信令的传输时间为 t_q ,反馈应答帧为 t_f ,量子信道的传输延时 t_d ,故在忽略相关算法延迟的情况下,传输一帧的传输周期为 $T = t_q + t_d + t_f + t_d$ 。量子信令的传输过程如图 2。

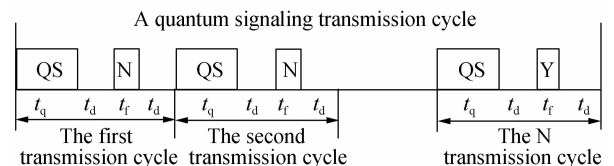


图 2 量子信令的传输过程

Fig. 2 Quantum signaling transmission

设量子信令的误帧率为 p ,假定反馈应答帧总是传输正确,故一个量子信令发送 k 次成功的概率是 $p^{k-1}(1-p)$ 。设传输一帧需要 N 个传输周期,对发送次数取均值,则

$$N = \sum_{k=1}^{\infty} k p^{k-1} (1-p) \quad (6)$$

计算得:由 $\sum_{k=1}^{\infty} k p^{k-1} = 1/(1-p)^2$ 知, $N = 1/1-p$ 。

故,可得链路时间利用率为

$$\gamma = \frac{t_q}{N(t_q + t_d + t_f + t_d)} = \frac{1-p}{(1 + \frac{t_d}{t_q} + \frac{t_f}{t_q} + \frac{t_d}{t_q})} \quad (7)$$

设链路的量子信令序列的联合保真度为 \tilde{F} ,在随机错误的条件下,量子信令帧的误帧率为

$$p = 1 - \tilde{F}(1 - p_b)^{l_q} \quad (8)$$

当 $\tilde{F} \rightarrow 1, p_b \rightarrow 0$ 时, $p \approx (1 - \tilde{F}) p_b l_q$. 故, 可得量子信令在链路的有效利用率

$$U_q = \eta \times \gamma = \frac{l_d}{l_q} \times \frac{1 - p}{(1 + \frac{t_d}{t_q} + \frac{l_i}{t} + \frac{t_d}{t_q})} \quad (9)$$

令 $\omega = t_d/t_q$, 忽略反馈应答帧的传输时间, 则有

$$U_q = \frac{l_d}{l_q} \times \frac{1 - p}{(1 + 2\omega)} \quad (10)$$

由 $p \approx (1 - \tilde{F}) p_b l_q$ 知

$$U_q = \frac{l_d}{l_q} \times \frac{1 - (1 - \tilde{F}) p_b l_q}{(1 + 2\omega)} \quad (11)$$

变换得

$$U_q = \frac{l_d}{l_d + l_c} \times \frac{1 - (l_d + l_c)(1 - \tilde{F}) p_b}{(1 + 2\omega)} \quad (12)$$

式中, $\omega = t_d/t_q, \tilde{F} = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \text{tr}(\rho_i \rho_i')$.

$$U_q = \frac{(1 - (1 - \tilde{F}) p_b l_c) l_d - (1 - \tilde{F}) p_b l_d^2}{l_d + l_c + 2\omega l_q} \quad (13)$$

设 t_b 为传输一个比特所需的时间, 则

$$\omega = t_d/t_q = t_d/l_q t_b, \text{ 令 } \omega_0 = t_d/t_b, \text{ 则: } 2\omega l_q = 2\omega_0$$

代入式(13)可得

$$U_q = \frac{(1 - (1 - \tilde{F}) p_b l_c) l_d - (1 - \tilde{F}) p_b l_d^2}{l_d + (l_c + 2\omega_0)} \quad (14)$$

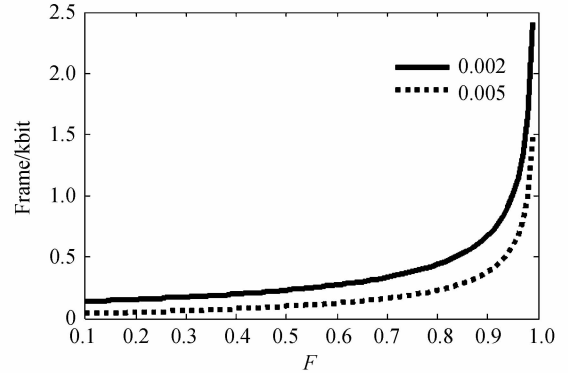
式(14)对 l_d 求导, 并令其为零, 可得最佳数据帧长为

$$l_d = \left\{ \left[(1 - \tilde{F})^2 p_b^2 (l_c + 2\omega_0)^2 + (1 - \tilde{F}) p_b \left[1 - (1 - \tilde{F}) p_b l_c \right] (l_c + 2\omega_0) \right]^{1/2} / (1 - \tilde{F}) p_b \right\} - \frac{(1 - \tilde{F}) p_b (l_c + 2\omega_0)}{(1 - \tilde{F}) p_b} \approx \sqrt{\frac{l_c + 2\omega_0}{(1 - \tilde{F}) p_b}} - (l_c + 2\omega_0) \quad (15)$$

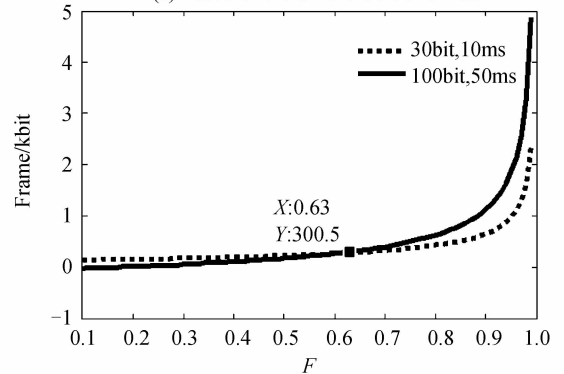
由式(15)可知, 当保真度增大时, 帧长也增大; 当误码率越小时, 同样帧长也增大. 故该算法与理论相符.

4 仿真及分析

为了进一步分析保真度与量子信令帧长之间的关系, 对上述理论分析进行仿真, 令 $l_c, t_d, 1/t_b$ 分别为 30 bit, 10 ms, 5 kbps, 又对误码率 p_b 分别取 0.002, 0.005, 通过 matlab 仿真可得到量子信令保真度与数据帧长之间的关系图, 如图 3(a). 从图中可以看到随着保真度的增加, 量子信令的最佳帧长也随之增大. 另外在保真度相同时, 误码率小的帧长大. 从仿真图中得到基于不同保真度的量子信令的最佳帧长, 可以应用到不同的实际情况.



(a) Based on the different bit error rate



(b) Based on different control bit and delay

图3 保真度与数据帧长的关系图

Fig. 3 Fidelity and data frame length diagram

改变 l_c 和 t_d , 令其分别为 30 bit、10 ms 和 100 bit、50 ms, p_b 为 0.002, t_b 不变. 仿真得基于不同控制比特和延时情况下保真度与帧长关系图.

在相应的误码率情况下, 可根据保真度的大小, 适当选取帧长, 如图 3(b). 当保真度小于 0.63 时, 帧长控制比特适合于 30 bit, 当保真度大于 0.63 时, 帧长控制比特适合于 100 bit. 仿真表明, 图形与理论完全符合.

5 结论

本文提出了基于量子保真度的量子信令的最佳帧长算法. 若 $l_c, t_d, 1/t_b$ 分别取 30 bit, 10 ms, 5 kbps, 保真度取 0.95, 误码率取 0.000 2, 则最佳数据帧长可以取到 3.467 kbit. 仿真表明该算法可靠、稳定, 对于量子信令方面的研究有一定意义.

参考文献

- [1] PEI Chang-xing, YAN Yi, LIU Dan, *et al.* A quantum repeater communication system based on entanglement[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(12): 2422-2426. 裴昌幸, 阎毅, 刘丹, 等. 一种基于纠缠态的量子中继通信系统[J]. *光子学报*, 2008, **37**(12): 2422-2426.
- [2] 龙桂鲁, 邓富国, 曾谨言. 量子力学新进展[M]. 北京: 北京大学出版社, 2011: 255-93.
- [3] ZHU C H, PEI C X, QUAN D X, *et al.* A new quantum key distribution scheme based on frequency and time coding[J]. *Chinese Physics Letters*, 2010, **27**(9): 301-304.

- [4] LIU D, PEI C X, QUAN D X, *et al.* A new quantum secure direct communication scheme with authentication[J]. *Chinese Physics Letters*, 2010, **27**(5): 306-308.
- [5] DUAN L M, LUKIN M D, CIRAC J I, *et al.* Long-distance quantum communication with atomic ensembles and linear optics[J]. *Nature*, 2001, **414**(5): 13-418.
- [6] BENNETT C H, BRASSARD G, CREPEAU C, *et al.* Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels [J]. *Physics Review Letters*, 1993, **70**(13): 1895-1898.
- [7] 张永德. 高等量子力学[M]. 2版. 北京: 科学出版社, 2010: 531-533.
- [8] ZHAO Zhi, CHEN Yu-ao, ZHANG An-ning, *et al.* Experimental demonstration of five-photon entanglement and open-destination teleportation[J]. *Nature*, 2004, **430**(1): 54-58.
- [9] ZHANG Tian-peng, NIE Min, PEI Chang-xing. Research on multi-particle entangled QTDM communication scheme and QMU protocol[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(4): 987-991.
张天鹏, 聂敏, 裴昌幸. 多粒子纠缠态 QTDM 通信方案及 QMU 协议[J]. 光子学报, 2009, **38**(4): 987-91.
- [10] 尹浩, 马怀新. 军事量子通信概论[M]. 北京: 军事科学出版社, 2006: 185-189.

• 下期预告 •

特种非对称低损耗 1×5 光分路器

王亮亮¹, 安俊明^{1,2}, 吴远大^{1,2}, 王玥¹, 张家顺^{1,2}, 张晓光¹, 潘盼¹,
张伶俐¹, 胡雄伟¹, 赵德刚¹

(1 中国科学院半导体研究所 集成光电子学国家重点联合实验室, 北京 100083)

(2 河南仕佳光子科技有限公司, 河南 鹤壁 458030)

摘要: 设计和优化了一种新型低损耗、低偏振的基于二氧化硅的特种非对称 1×5 光分路器。在设计 Y 分支结构时, 输入端采用缓变展宽波导结构和直波导过渡波导相结合的结构, 此结构可以使输入光场缓慢展宽, 进行分束前的准备, 大大减小分支结构的辐射损耗和模式转换损耗。非对称 1×5 光分路器第一个端口输出功率占 50%, 第二至五端口输出功率占 50%。利用三维光束传播法模拟和优化了特种非对称 1×5 光分路器, 模拟结果表明, 该结构具有均匀性好、器件尺寸小、低损耗和低偏振等优点, 1×5 光分路器在 1 250~1 650 nm 波长范围内, 第一个输出端口附加损耗小于 0.07 dB, 均匀性小于 0.023 dB, 偏振相关损耗小于 0.009 dB, 第二到五端口附加损耗小于 0.45 dB, 均匀性小于 0.41 dB, 偏振相关损耗小于 0.06 dB。

关键词: 缓变展宽; 1×5 光分路器; 非对称; 光束传播法