

doi:10.3788/gzxb20134212.1454

计算机与光学全息术结合制作大侧视角周视全息图

毋东元, 王辉, 谢裕涛, 杨鑫

(浙江师范大学 信息光学研究所, 浙江 金华 321004)

摘要:周视全息能够显示物体 360° 的再现像, 因而极具应用价值. 为提高平板型周视全息再现像的观看侧视角, 并能够白光再现, 结合计算全息, 提出了制作大侧视角周视全息图的新方法——计算机与光学全息术结合两步法. 研究了计算机制平板周视全息的算法原理, 推导了物光波的传播规律, 并得到它在记录面上的分布图样. 讨论了参物夹角对全息图空间频率的影响, 设计了第二步光学像面全息拍摄光路, 推导了全息图空间频率与物体尺寸及观察视角的关系式, 并计算出关系曲线; 选用建模的三维灰度物体, 用两步法制作了能够实现白光再现的大侧视角周视全息图, 从而验证了原理和设计. 对于平板型周视全息来说, 该设计不仅可以突破光学全息对记录物体的限制, 进行虚拟物体或自然场景的全息图的制作, 同时又可以提高再现像的侧视角.

关键词:平板周视全息; 计算机制全息图; 彩虹全息图

中图分类号: O438.1

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2013)12-1454-6

Circular-viewing Hologram with Large Side Viewing Angle Generated by Combining Computer with Optical Holography

WU Dong-yuan, WANG Hui, XIE Yu-tao, YANG Xin

(Institute of Information Optics, Zhejiang Normal University, Jinhua, Zhejiang 321004, China)

Abstract: The circular-viewing hologram can show 360° reconstruction of a object, so it has a great application value. For the purpose of increasing the viewing-angle of the image and reconstructing it by white light, a new two steps method, Which combined computer with optical holography for making the circular-viewing hologram, was proposed considering of the computer generated hologram. First, the algorithm of computer generated circular-viewing plane hologram was studied, the propagation principle of object wave was derived, and the distribution pattern of the object wave on the recording plane was obtained meanwhile. Next, the influence of the angle between reference light and object light on spatial frequency of the hologram was discussed, the spatial frequency could be decreased by using a point reference light source, so it could increase the viewing-angle. However, the image could only be viewed by laser. To solve this problem and to reconstruct the hologram by white light, optical setup for image-plane hologram was designed as the second step. Then, the relationship between spatial frequency of the hologram and the size of object, and the relationship between spatial frequency of the hologram and the viewing angle were deduced, and the curves of the relationships were also calculated. Finally, a 3-D modeling gray object was used and the circular-viewing hologram with large side viewing angle which could be reconstructed by white light was made. Therefore, the calculation method and optical design were verified. For circular-viewing plane hologram, the technique can record real-existing objects and virtual objects and achieve the image by white light, and it can increase the viewing-angle of

基金项目: 国家自然科学基金(No. 60877002)、浙江省自然科学基金(No. Z1080030)和浙江师范大学创新团队项目资助

第一作者: 毋东元(1989-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为计算全息三维显示. Email: 747506143@qq.com

导师(通讯作者): 王辉(1958-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为信息光学、全息技术. Email: wh@zjnu.cn

收稿日期: 2013-04-22; 录用日期: 2013-06-14

the reconstruction at the same time.

Key words: Circular-viewing plan hologram; Computer-generated hologram; Rainbow hologram

0 引言

在全息三维显示技术中,周视全息图能重构物体的 360° 再现像,具有很强的立体感. 早期实现周视全息显示的技术主要是光学柱面全息^[1]或光学锥面全息^[2]. 随着计算全息技术的发展,近几年人们开始研究计算机柱面全息图^[3],并尝试进行周视全息视频显示的研究^[4]. 1990 年王典民借鉴彩虹全息提出了另一种光学周视全息——平板周视彩虹全息技术^[5],和柱面全息相比其特点是全息图是平面的,再现时全息图水平放置. 平板周视全息的本质是记录了围绕物体一周的 1 个环带内的物光波,是一种变形的彩虹全息. 钱惠国等^[6]提出了计算平板周视彩虹全息的原理,并进行了模拟实验.

平板周视全息显示效果与侧视角有关,侧视角越大,立体显示效果越好. 侧视角本质上是全息图的视角,而大视角是计算全息三维显示研究领域的难题之一^[7]. 这是由于视角越大,光的衍射角也越大,要求全息图的空间频率也就越大. 对于计算大视角全息图,不论是对于计算量还是对于全息图的输出,都提出了很高的要求.

本文在计算全息研究中发现,当采用类似无透镜傅里叶变换编码方法时,可以获得比较大的侧视角信息全息图,而全息图的空间频率可以比较小. 但是通过这样方法获得的计算全息图可以在激光下再现,难以在自然条件下再现. 因此,提出计算和光学相结合的两步法制作周视全息图的技术. 首先制作侧视角较大的计算全息图,然后用激光作为再现光,将其再现的大视角像作为物,进行光学全息图的记录,最终得到可以在白光下再现的,具有大侧视角的全息图,通过实验验证了方案.

1 周视彩虹全息物光波

平板周视彩虹全息原理与单狭缝彩虹全息原理相同,只不过把条形狭缝换做圆环狭缝. 三维物体上任一点都发出一个锥壳状光束,每一个锥壳状光束都在 $X_s Y_s$ 平面上圆形狭缝处重合,如图 1. 根据光路的可逆原理,物体任一点 (x_o, y_o, z_o) 的光分布都是由会聚于此点的球面波通过 $X_s Y_s$ 平面上圆形狭缝衍射形成的. 只要知道物点分布,就可以计算出全息平面上的物光分布. 会聚点为 (x_o, y_o, z_o) 的球面波在 $X_s Y_s$ 平面上分布的非涅尔近似为

$$U(x_s, y_s) = A \exp \left[jk \frac{(x_s - x_o)^2 + (y_s - y_o)^2}{2(Z_{sh} - z_o)} \right] \quad (1)$$

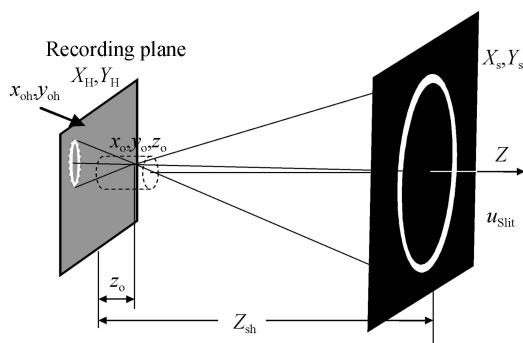


图 1 平板周视全息物光波的传播

Fig. 1 Propagation of object wave of the circular-viewing plane hologram

光波在 $z = Z_{sh}$ 面被环形狭缝限制,通过狭缝后的复振幅为

$$U_s(x_s, y_s) = A \exp \left[jk \frac{(x_s - x_o)^2 + (y_s - y_o)^2}{2(Z_{sh} - z_o)} \right] \cdot T(x_s, y_s) \quad (2)$$

式中狭缝透过率函数为

$$T(x_s, y_s) = \text{circ}(\sqrt{x_s^2 + y_s^2}/R_2) - \text{circ}(\sqrt{x_s^2 + y_s^2}/R_1) \quad (3)$$

R_1, R_2 分别是狭缝的内径和外径.

被狭缝衍射后的物光波继续向记录面方向传播,根据菲涅耳衍射传播公式,在全息图记录平面 $X_H Y_H$ 上衍射光场复振幅分布为

$$U(x_h, y_h) = A \iint_{\Sigma} U_s(x_s, y_s) \cdot \exp \left[jk \frac{(x_h - x_s)^2 + (y_h - y_s)^2}{2Z_{sh}} \right] dx_s dy_s \quad (4)$$

式中 Σ 表示对环形狭缝的积分.

把式(2)和(3)代入式(4)

$$U(x_h, y_h; x_o, y_o) = A \iint T(x_s, y_s) \cdot \exp \left[jk \frac{(x_s - x_o)^2 + (y_s - y_o)^2}{2(Z_{sh} - z_o)} \right] \cdot \exp \left[jk \frac{(x_h - x_s)^2 + (y_h - y_s)^2}{2Z_{sh}} \right] dx_s dy_s \quad (5)$$

式(5)可以写成卷积的形式

$$U(x_h, y_h) = U_s(x_h, y_h) * h(x_h, y_h) \quad (6)$$

式中 $h(x_h, y_h) = \exp [jk(x_h^2 + y_h^2)/2Z_{sh}]$

为了便于计算机运算,对式(6)进行傅里叶变换

$$U(f_x, f_y) = U_s(f_x, f_y) H(f_x, f_y) \quad (7)$$

最后再对 $U(f_x, f_y)$ 进行傅里叶逆变换即可获得被环形狭缝限制的单个物点的物光波在记录面上的复振幅分布为

$$U(x_h, y_h) = F^{-1} \{U(f_x, f_y)\} \quad (8)$$

图 2 给出了当 $R_1 = 490 \text{ mm}, R_2 = 500 \text{ mm}, Z_{sh} = 400 \text{ mm}$ 时,单个物点在记录平面附近衍射的

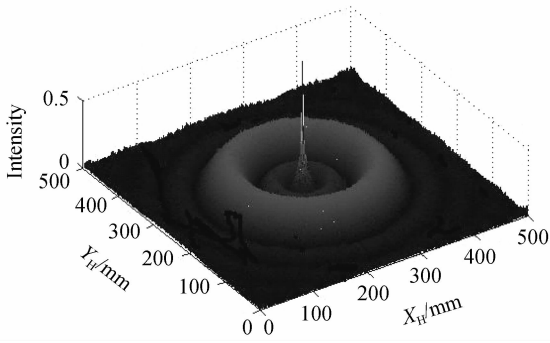


图2 单个物点在全息面上的衍射光强分布

Fig. 2 Single object point intensity on the holographic plane

光强度分布,衍射斑由一系列同心圆环组成. 计算全息中三维物体可看做由众多采样点构成. 每一点在记录面上对应的弥散斑振幅分布都满足式(5),弥散斑的位置随物点不同而改变. 由图1中几何关系可以证明弥散斑的中心位置(x_{oh}, y_{oh})为

$$x_{oh} = \frac{x_o}{Z_{sh} - z_o} Z_{sh}, y_{oh} = \frac{y_o}{Z_{sh} - z_o} Z_{sh} \quad (9)$$

整个三维物体在记录面上的复振幅分布是所有这些分布的叠加,即

$$U_o(x_h, y_h) = \sum_{m=-M, n=-N, k=-K}^{M, N, K} U(x_h, y_h; x_{om}, y_{on}, z_{ok}) \quad (10)$$

引入以参考光 $R(x_h, y_h)$ 与物光干涉,求其干涉强度分布,即可得到全息图的透射率分布为

$$\tau(x_h, y_h) \propto |U_o(x_h, y_h) + R(x_h, y_h)|^2 \quad (11)$$

2 大视角计算周视全息图

平板周视全息实际上是一个同轴全息图,如图3. 全息图的空间频率与参物夹角 θ 有关, θ 越大,空间频率越大. 很明显,在参考光入射角不变的情况下,视角 Ω 越大, θ 越大. 如果采用如图3所示的球面参考光,则在物光波视角比较大的情况下,参物夹角 θ 可以很小,参考光点光源与物体越靠近, θ 越小. 这样就可以将物体比较大的视角的信息记录下来. 但是,这样记录的全息图当进行再现时,如果用

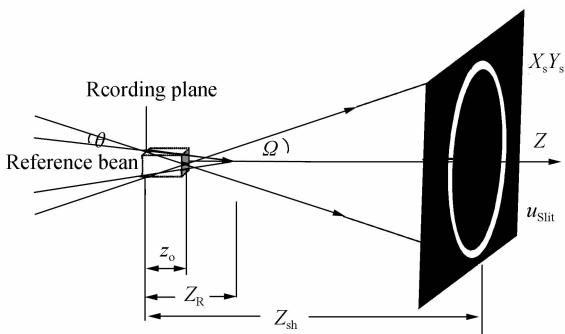


图3 大侧视角周视全息图的记录过程

Fig. 3 Recording process of the circular-viewing hologram with large side viewing angle

原参考光再现,则需要很大相对口径的透镜会聚再现光,这样就给再现过程增加了困难.

本文提出计算和光学联合制作平板周视彩虹全息图技术. 基本原理是,首先获得大视角的计算全息图,然后将计算全息图置于激光再现光路中,将其再现像作为光学全息图的物进行第二次拍摄,即可得到能够在白光下再现的大视角周视全息图.

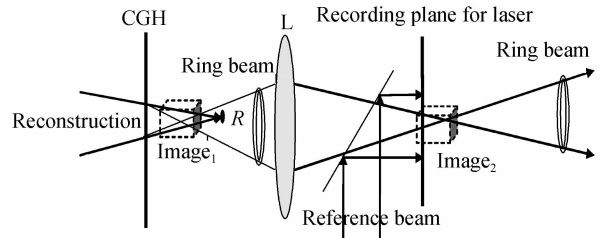


图4 第二步光学全息光路

Fig. 4 The optical setup for the second step

利用计算全息图设置的参考光作为再现光照射计算全息图,得到再现像 $Image_1$, 经过透镜 L 成像为 $Image_2$. 再现光会聚于 R 点,在 R 点置一小档光屏,再现光将不再继续传播.

需要说明的是,由于环形狭缝的作用,从像 $Image_1$ 发出的光束的横截面实际上环状的,因此尽管在 R 处放置了档光屏,只要档光屏足够小,则不影响像点的光束的有效传播. 然后在再现像 $Image_2$ 附近放置全息记录材料,引入平行参考光即可记录光学全息图.

参照图5,讨论全息干涉条纹的最大频率问题. 设计算全息的参考光的源点处于光轴上,在记录平面上复振幅分布的菲涅耳近似为(仅考虑一维情况)

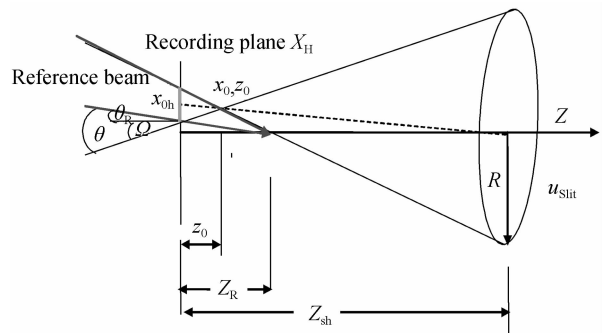


图5 记录过程示意图

Fig. 5 Detailed figure of the recording process

$$R(x_h, y_h) = a_R \exp\left(-jk \frac{x_h^2}{2Z_R}\right) \quad (12)$$

它与全息图法向夹角为

$$\theta_R = \arctan\left(\frac{x_h}{Z_R}\right) \quad (13)$$

设环形狭缝直径 $R \approx R_2$, 狭缝与全息图的距离为 Z_{sh} , 则物光与计算全息图法向夹角为

$$\Omega = \arctan\left(\frac{R}{Z_{sh} - z_o}\right) \quad (14)$$

环形狭缝在记录平面上的半径为

$$x_{sh} = z_o (R / (Z_{sh} - z_o)) \quad (15)$$

半径可以近似认为是物点光波在记录平面上衍射环形光斑的半径. 对于坐标为 (x_o, y_o, z_o) 的物点, 由式(9)知其衍射斑的中心在 X 方向的坐标为

$$x_{oh} = \frac{x_o}{Z_{sh} - z_o} Z_{sh} \quad (16)$$

所以, 衍射光斑边缘坐标为

$$x_{h_1} = x_{oh} - x_{sh} = (x_o Z_{sh} - z_o R) / (Z_{sh} - z_o) \quad (17)$$

$$x_{h_2} = x_{oh} + x_{sh} = (x_o Z_{sh} + z_o R) / (Z_{sh} - z_o) \quad (18)$$

由式(13), 得到对于物点 (x_o, y_o, z_o) , 参考光最大入射角为

$$\theta_R = \arctan\left(\frac{x_h}{Z_R}\right) = \arctan\left(\frac{x_o Z_{sh} - z_o R}{Z_R (Z_{sh} - z_o)}\right) \quad (19)$$

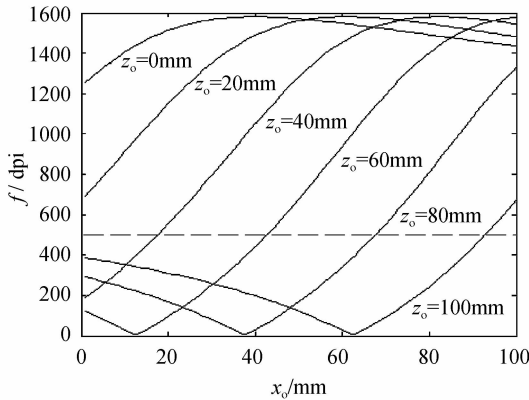
由图 5 可以得到参物夹角为

$$\theta = \Omega + \theta_R = \arctan\left(\frac{R}{Z_{sh} - z_o}\right) + \arctan\left(\frac{x_o Z_{sh} - z_o R}{Z_R (Z_{sh} - z_o)}\right) \quad (20)$$

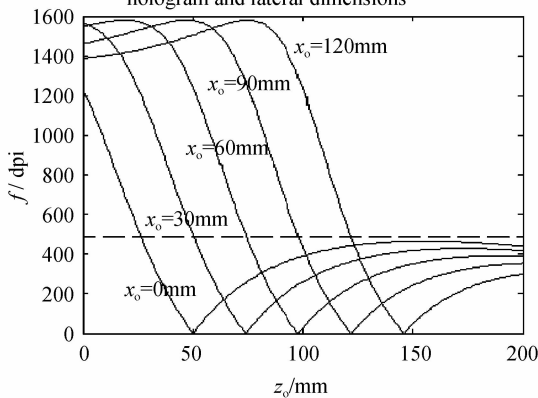
对应的全息图空间频率为

$$f = \sin \theta / \lambda \quad (21)$$

从式(20)和(21)可以看出, 空间频率与物体大小有关. 图 6(a)、(b)分别为全息图空间频率 f 和横向大小 x_o 及纵向大小 z_o 变化的关系曲线, 其中 $R =$



(a) Relationship between spatial frequency of the hologram and lateral dimensions



(b) Relationship between spatial frequency of the hologram and vertical size

图 6 全息图空间频率与物体大小的关系

Fig. 6 Relationship between spatial frequency of the hologram and the size of object

500 mm, $z_R = 50$ mm, $z_{sh} = 400$ mm, 图 7 为空间频率与环形狭缝半径的关系曲线, 其中 $z_R = 500$ mm, $x_o = 0$ mm, $z_{sh} = 400$ mm, 它实际上也是与视角的关系. 图 7 中的虚横线代表全息图输出系统的最大分辨率, 可达到 500 dpi. 只有全息图的空间频率小于此值时才可以打印输出, 所以要求在图 6、7 中 f 小于 500 dpi 的范围内选取合适的参量来进行实际全息图的制作.

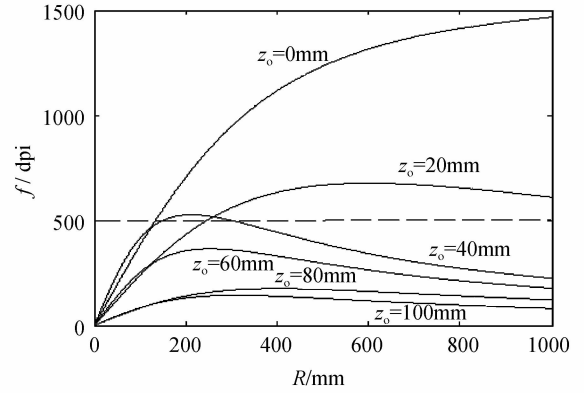


图 7 全息图空间频率与视角的关系

Fig. 7 Relationship between spatial frequency of the hologram and the viewing angle

3 实验结果和评价

采用的数字三维物体是一个建模的人像, 如图 8. 物体横向最大尺寸为 $2X_{o\max} = 20$ mm, 最大高度为 $Z_{o\max} = 30$ mm; 环形狭缝半径为 $R_1 = 500$ mm, $R_2 = 503$ mm; 狭缝与全息图的距离为 $Z_{sh} = 400$ mm; 参考光源点坐标为 $(0, 0, Z_R = 50)$ mm, 计算全息图的输出使用自行研制的全息图直写系统, 分辨率可以达到 500 dpi. 图 9 是当 $X_{o\max} = 10$ mm 时, 全息图的空间频率随 z_o 变化曲线. 可以看出物点纵向坐标如果小于 $z_{o\min}$, 全息图的空间频率将大于 500 dpi. 为了使物体上所有点的全息图空间频率都小于 500 dpi, 应该设置物体与记录平面的距离大于 $z_{o\min}$.



图 8 三维建模数字人像

Fig. 8 3-D model of digital object

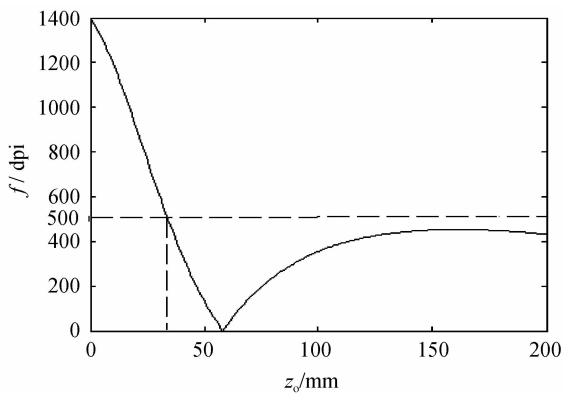


图9 $X_{\text{omax}}=10$ mm 时, f 随 z_0 变化曲线

Fig. 9 Relationship between f and z_0 when $X_{\text{omax}}=10$ mm 但考虑到参考光源的坐标为 $(0, 0, Z_R=50$ mm), 为了不使参考光源点处于物体内部, 应设置物体与记录平面的距离大于 $Z_R=50$ mm.

根据参量要求设计第二步光学全息光路, 如图4, 并将制作好的计算全息图放置于该光路中, 进行光学周视全息图的拍摄. 再把经过曝光及暗房处理后制作好的光学周视全息图置于平板周视全息图再现光路中进行再现. 人眼围绕所设置的圆环观察区域的一周可观察到再现像. 用数码相机围绕圆形观察狭缝一周选取6个方位拍摄再现像, 结果如图10. 很明显, 不同方位上观察到的物体的视图是不同

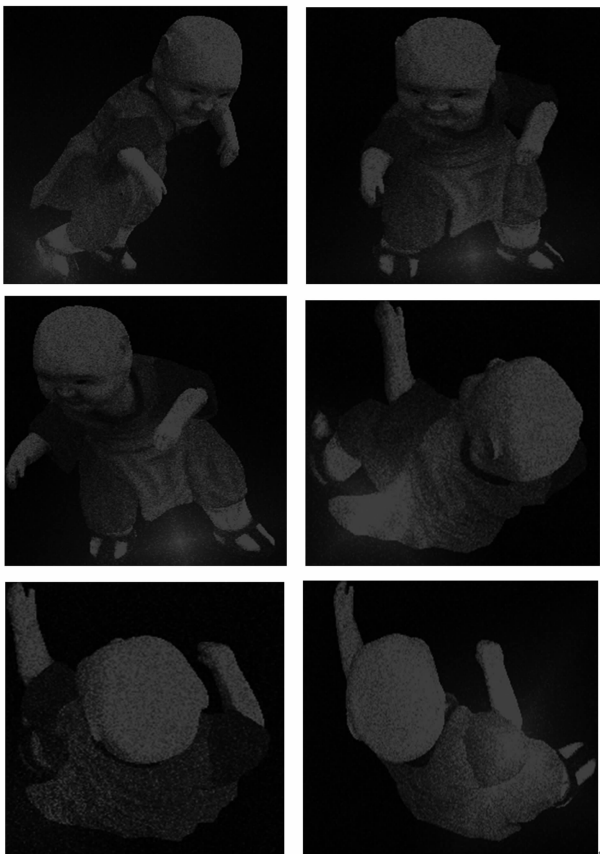


图10 周视全息图不同角度的再现像

Fig. 10 Reconstruction of the circular-viewing hologram from different directions

的, 能够显示出物体各个面的再现像.

实验结果验证了计算周视全息算法的正确性和第二步光学全息光路设计的合理性, 因而所提出的两步法制作平板周视全息图方案的正确性得到了检验. 文中所用的三维物体是计算机建模的灰度物体, 如果要制作实际彩色物体的周视全息图, 需结合色度学原理, 改进算法, 光路的设计也将更加复杂.

4 结论

虽然传统的光学周视全息图能够较好地实现对再现像的 360° 观察, 但光路复杂, 需要精确对准, 且只能记录较小的实际物体. 计算机周视全息能够突破传统光学全息的各种限制, 而且制作简单灵活. 针对打印输出设备空间分辨率不高的问题, 提出用球面参考光来记录大视角的全息图. 为比较容易在自然光下再现, 又进行了第二步光学全息的拍摄, 最终得到了较好的再现效果. 随着新一代全息图打印输出设备分辨率的提高, 计算周视全息图的侧视角可显著增大, 得到更理想的观看效果.

参考文献

- [1] SOARES O D D, FERNANDES J C A. Cylindrical hologram of 360° field of view[J]. *Applied Optics*, 1982, **21**(17): 3194-3196(1982).
- [2] OKADA K, YOSHII S, YAMAJI Y, *et al.* Conical holographic stereograms[J]. *Optics Communications*, 1989, **73**(5): 374-350.
- [3] YAMAGUCHI T, FUJII T, YOSHIKAWA H. Fast calculation method for computer-generated cylindrical hologram[J]. *Applied Optics*, 2008, **47**(19): D63-D70.
- [4] YARAS F, KANG H, ONURAL L. Circular holographic video display system[J]. *Optics Express*, 2011, **19**(10): 9147-9156.
- [5] WANG Dian-min, HA Liu-zhu, WANG Min-cao. Circular-viewing rainbow holography[J]. *Acta Optica Sinica*, 1990, **10**(11): 996-998.
王典民, 哈流柱, 王民草. 周视彩虹全息术[J]. *光学学报*, 1990, **10**(11): 996-998.
- [6] QIAN Hui-guo, WANG Hui, JIN Hong-zhen. Computer-generated circular-viewing plane rainbow hologram [J]. *Journal of Optoelectronics · Laser*, 2005, **16**(3): 372-375.
钱惠国, 王辉, 金洪镇. 计算机制作平板型周视彩虹全息[J]. *光电子·激光*, 2005, **16**(3): 372-375.
- [7] LI Yong, WANG Hui, YING Zhao-fu, *et al.* Research of the computer-generated rainbow hologram with large viewing angle[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(5): 595-597.
李勇, 王辉, 应朝福, 等. 大视角计算机彩虹全息图的研究[J]. *光子学报*, 2003, **32**(5): 595-597.
- [8] SONG Li-ran, GUAN Cheng-xiang, LUO Jian-fen. A one-step rainbow holographic image of a large visual angle[J]. *Journal of Heilongjiang Commercial College*, 1993, **9**(2): 39-41.
宋立然, 关承祥, 罗建奋. 大视角一步彩虹全息[J]. *黑龙江商学院学报*, 1993, **9**(2): 39-41.
- [9] BAI Xiao-hui, WAN Lin, REN Ya-ping, *et al.* Reflection holography for three-dimensional display based on computer-generated holography[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2012, **41**

- (5): 591-595.
- 拜晓慧,万琳,任亚萍,等. 利用反射全息实现计算全息三维显示[J]. 光子学报,2012,**41**(5):591-595.
- [10] DENG Li-jun, WANG Hui, MA Li-hong. Digital holographic technique with large viewing angle based on image filter[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(12): 2168-2173.
- 邓丽军,王辉,马利红. 基于滤波成像的大视角数字全息技术[J]. 光子学报,2010,**39**(12):2168-2173.
- [11] SHI Yi-le, WANG Hui, WU Qiong, et al. Color matching of color computer-generated holography[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2013, **42**(1): 104-109.
- 施逸乐,王辉,吴琼,等. 彩色计算全息颜色匹配的研究[J]. 光子学报,2013,**42**(1):104-109.
- [12] LI Yong, XU Fu-yang, JIN Hong-zhen, WANG Hui. A fast computation method for fresnel hologram[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(3): 529-532.
- 李勇,许富洋,金洪震,王辉. 一种菲涅尔全息的快速算法[J]. 光子学报,2010,**39**(3):529-532.
- [13] SANDO Y, ITOTH M, YATAGAI T. Fast calculation method for cylindrical computer-generated holograms [J]. *Optics Express*, 2005, **13**(5): 1418-1423.
- [14] BANERJEE P, BARBASTATHIS G. Digital holography and 3-D imaging[J]. *Applied Optics*, 2011, **50**(7): DH1-DH2.
- [15] KOZACKI T, KUJAWINSKA M. Holographic capture and Display systems in circular configuration [J]. *Journal of Display Technology*, 2012, **8**(4): 225-232.
- [16] JACKIN B J, YATAGAI T. 360° reconstruction of a 3D object using cylindrical computer generated holography[J]. *Applied Optics*, 2011, **50**(34): H147-H152.