

doi:10.3788/gzxb20134211.1300

## 拉盖尔-高斯光束与高斯光束捕获力比较

周业鹏,任洪亮,王娟,陈羚

(华侨大学 信息科学与工程学院,福建 厦门 361021)

**摘要:**根据高斯光束和拉盖尔-高斯光束两种光源的截面光强表达式,模拟出各自的光强分布.利用几何光学模型分别计算了高斯光束和拉盖尔-高斯光束在不同捕获目标尺寸和折射率、显微镜物镜的数值孔径以及样品池界面处到捕获目标的距离时的捕获效率,对高斯光束和以拉盖尔-高斯光束为代表的空心光束的捕获能力进行了比较.结果表明,拉盖尔-高斯光束相对于高斯光束其捕获能力具有很大的优势,拉盖尔-高斯光束的最大反向捕获效率高于高斯光束的最大反向捕获效率,在光镊稳定平衡点附近的刚度大于高斯光束的刚度.拉盖尔-高斯光束由于其特殊的光强分布,当物镜的数值孔径足够大时球差对其影响较大.

**关键词:**光镊;几何光学模型;拉盖尔-高斯光束;捕获力;稳定性;光阱刚度

中图分类号:TN249

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2013)11-1300-5

## Comparative Analysis of the Trapping Force Using Laguerre-Gaussian Beam and Gaussian Beam

ZHOU Ye-peng, REN Hong-liang, WANG Juan, CHEN Ling

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021, China)

**Abstract:** The axial trapping effect of hollow beam such as Laguerre-Gaussian beam is better than that of Gaussian beam. The intensity distributions of Gaussian beam and Laguerre-Gaussian beam were simulated according to their cross-section intensity expression. The trapping Q-factors of Gaussian beam and Laguerre-Gaussian beam were calculated in the ray-optics model. The trapping efficiencies of Gaussian beam and Laguerre-Gaussian beam were compared with different trapped bead size and refractive index, numerical aperture of microscope objective, and the distance from the bottom of the sample cell to the trapped bead. The results show that the maximum backward trapping Q-factor and trap stiffness of Laguerre-Gaussian beam are higher than those of the Gaussian beam. Laguerre-Gaussian beam is more sensitive to spherical aberration due to its special intensity distribution, especially when the numerical aperture of microscope objective is high.

**Key words:** Optical tweezers; Ray-optics model; Laguerre-Gaussian beam; Trapping force; Stability; Trap stiffness

### 0 引言

光镊技术<sup>[1]</sup>经过多年的发展,其捕获能力及应用范围得到了极大的扩展.为了提高光镊的捕获稳定性,研究者往往对光源光强分布进行改造.

Ashkin<sup>[2]</sup>研究了光强分布具有类似于面包圈的 TEM<sub>01</sub>\* 光束的捕获力. Gussgard 等<sup>[3]</sup>在光路中插入一个圆形的光阑,用来在高斯光束中心产生一个暗场而实现环状光强分布,并通过计算得出了这种捕获光的轴向捕获效果优于高斯光束的结论.拉盖

**基金项目:**国家自然科学基金(No. 61178015)、福建省自然科学基金(No. 2012J05120)、中央高校基本科研业务费专项基金(No. JB-ZR1146)、华侨大学光学工程重点学科建设经费和华侨大学科技文化创新基金资助

**第一作者:**周业鹏(1989-),男,硕士研究生,主要研究方向为光镊建设和应用. Email:394757649@qq.com

**通讯作者:**任洪亮(1980-),男,讲师,博士,主要研究方向为光镊建设和应用、激光光束变换及应用. Email:renhongliang@hqu.edu.cn

**收稿日期:**2013-04-15; **录用日期:**2013-06-05

尔-高斯激光束 (Laguerre-Gaussian beam, LG beam) 是一种具有暗中光强分布的特殊光束. 董超等<sup>[4]</sup>提出了一种光学腔产生单环状拉盖尔-高斯光束的方法; Kim 等<sup>[5]</sup>利用固浸透镜来产生亚微米级的空心光束; 梅掌荣等<sup>[6]</sup>提出了利用任意光源产生具有环状光强分布光束的方法. 相应的, 许多针对不同光束捕获力的研究也相继展开, 赵承良等<sup>[7]</sup>利用瑞利散射理论分析了高度聚焦后的空心高斯光束所产生的捕获力; Chai 等<sup>[8]</sup>在瑞利模型下证明了高阶拉盖尔-高斯光束能提高光镊的捕获效果; Liu 等<sup>[9]</sup>研究了不规则空心光束对瑞利介质小球的捕获力; 徐升华等<sup>[10]</sup>利用几何光学理论对高斯光束与具有不同空心半径的空心高斯光束, 以及不同阶数的拉盖尔-高斯光束的捕获力进行了比较分析.

在光镊理论中, 捕获目标的尺寸、折射率, 承担聚焦光束作用的显微镜物镜的数值孔径及焦距是非常重要的几个参量, 这几个参量影响着光镊系统的捕获性能. 郑明杰<sup>[11]</sup>利用基于 Lorenz-Mie 理论的 OTT1 工具箱对光镊系统进行了计算和评价, 包括分析了物镜数值孔径和小球尺寸对捕获力的影响. 本文研究捕获目标的尺寸、折射率, 以及物镜数值孔径等参量对拉盖尔-高斯光束(空心光束)和高斯光束捕获性能的影响. 重点研究捕获对象尺寸较大的情况, 这样可以利用几何光学模型, 对光束中的每条光线做独立计算, 结合高斯光束和拉盖尔-高斯光束不同光强分布, 求得整个光镊系统的捕获力. 本文分析得到的结果, 可作为搭建光镊系统时器件的选择依据, 并可据此对实验结果进行评估.

## 1 理论分析

空心光束, 是一种传播方向上中心光强为零的环状光束<sup>[12]</sup>. 由于空心光束作为光镊光源时比高斯光束有更好的捕获效果, 以及空心光束在其他应用方面的优势, 因此关于空心光束的理论研究获得了越来越多的关注. 对于空心光束, 有多种理论模型, 如空心高斯光束、拉盖尔-高斯光束、TEM<sub>01</sub><sup>\*</sup> 面包圈空心光束 (“Do-nut” mode) 等.

高斯光束截面的光强表达式为

$$I(\rho) = \begin{cases} I_0 \exp\left(\frac{-2\rho^2}{w_0^2}\right), & \rho \leq \rho_p \\ 0, & \rho > \rho_p \end{cases} \quad (1)$$

式中  $I_0$  为高斯光束的中心光强,  $w_0$  为光束在物镜出光孔处的光斑半径,  $\rho$  为光线从物镜出光孔出射位置到出光孔中心的距离,  $\rho_p$  为出光孔的半径, 在计算中设定  $\rho_p$  与光斑半径  $w_0$  的值相等. 拉盖尔-高斯光束是一种发散的高阶高斯光束, 具有轨道角动

量并形成一个无限维离散的希尔伯特空间, 其截面的光强表达式为

$$I(\rho) = \begin{cases} C_0 \left(\frac{\rho\sqrt{2}}{w_0}\right)^{2l} \left[L_n^{(l)}\left(\frac{2\rho^2}{w_0^2}\right)\right]^2 \exp\left(\frac{-2\rho^2}{w_0^2}\right) & \rho \leq \rho_p \\ 0 & \rho > \rho_p \end{cases} \quad (2)$$

式中  $C_0$  为常量,  $w_0$ 、 $\rho$ 、 $\rho_p$  与式(1)中相同,  $L_n^{(l)}$  为广义拉盖尔多项式 (Laguerre Polynomial), 其表达式为

$$L_n^{(l)}(x) = \frac{x^l e^{-x}}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x} x^{n+l}) \quad (3)$$

对于拉盖尔-高斯光束,  $n$  与光环的个数有关, 计算时只取  $n=0$ , 也就是只有一个环,  $l$  为拉盖尔多项式的阶数, 本文仅讨论一阶的拉盖尔-高斯光束. 这样式(2)就可以简化成

$$I(\rho) = \begin{cases} C_0 \left(\frac{\sqrt{2}\rho}{w_0}\right)^2 \exp\left(\frac{-2\rho^2}{w_0^2}\right) & \rho \leq \rho_p \\ 0 & \rho > \rho_p \end{cases} \quad (4)$$

根据高斯光束和拉盖尔-高斯光束光强分布的表达式, 可以利用计算机分别模拟出各光束的界面光强分布, 如图 1、图 2. 其中图 1 为高斯光束归一化后的截面光强分布; 图 2 为拉盖尔-高斯光束归一化后的截面光强分布, 用灰度值代表光强大小, 灰度值越高代表该处的光强越强.

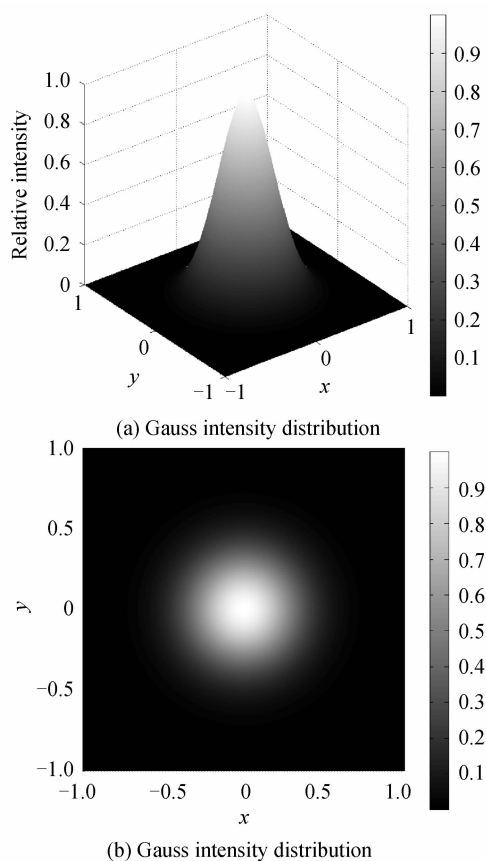


图 1 高斯光束的截面光强分布

Fig. 1 Intensity distribution of cross profile for Gaussian beam

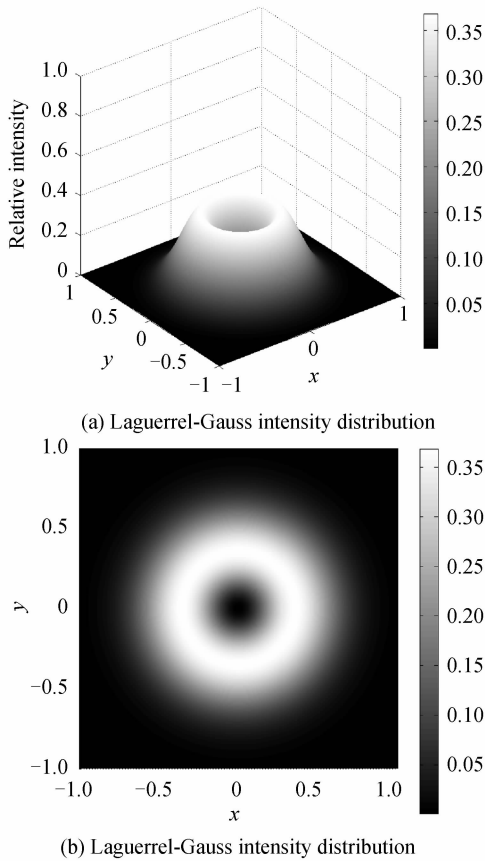


图2 拉盖尔-高斯光束的环状截面光强分布

Fig. 2 Ring-shaped intensity distribution of cross profile for Laguerre-Gaussian beam

得到光束的整个截面光强分布后,就可以知道在某一个微小区间内的光强,并将此作为照射到小球光线的光强,利用文献[2]中的光镊捕获力公式

$$F_g = \frac{n_1 P}{c} \left\{ R \sin 2\theta - \frac{T^2 [\sin(2\theta - 2r) + R \sin 2\theta]}{1 + R^2 + 2R \cos 2r} \right\} \quad (5)$$

$$F_s = \frac{n_1 P}{c} \left\{ 1 + R \cos 2\theta - \frac{T^2 [\cos(2\theta - 2r) + R \cos 2\theta]}{1 + R^2 + 2R \cos 2r} \right\} \quad (6)$$

式中,  $F_g$  和  $F_s$  分别光镊捕获力的梯度力和散射力分量,  $n_1$  为小球所处环境介质的折射率,  $P$  为捕获光源的功率,  $R$ 、 $T$  分别为小球表面的菲涅尔反射和透射系数,  $\theta$  和  $r$  分别为光线的入射角和折射角. 根据式(5)、(6)计算该条光线对小球施加的作用力. 得到单条光线的作用力之后,再结合入射光线作用力和小球的几何关系,如图3所示,对所有入射光线的作用力进行叠加,可得到整个光束对粒子的梯度力和散射力的合力,进而计算合力在轴向上的分量. 其中坐标原点  $O$  (也就是光束的理想焦点) 到样品池界面的距离称为探测深度  $z_{cg}$ . 由于本文在计算捕获力时考虑了球差的影响,因此在光束理想焦点和实际焦点之间存在差值  $\Delta z$ ,  $\Delta z$  随光线出射位置的不同而不同.

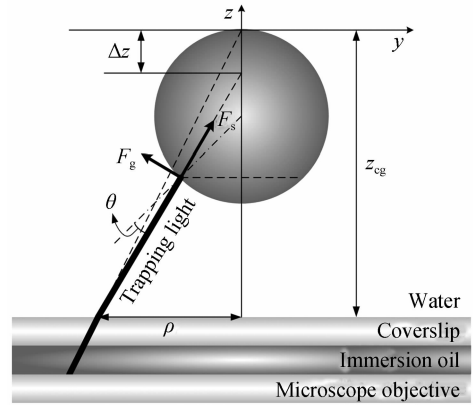


图3 光线与照射到粒子上产生梯度力与散射力的几何关系  
Fig. 3 Geometrical relationship between the light with gradient force and scattering force exerted to the particle

## 2 数值模拟

本文计算了不同小球半径、折射率、物镜有效数值孔径和探测深度  $z_{cg}$  等参量对高斯光束和拉盖尔-高斯光束的捕获力的影响. 在计算过程中,将其中某一个参量作为变量,而其他参量采用实验中常用值,并保持不变,如小球半径  $r_b$  为  $10 \mu\text{m}$ , 小球折射率  $n_b$  为 1.6 (聚苯乙烯), 物镜的有效数值孔径为 1.35, 探测深度  $z_{cg}$  为  $30 \mu\text{m}$ , 光束在出光孔位置的光斑半径  $\omega_0$  为  $0.5 \text{ mm}$ , 小球周围介质为水, 折射率  $n_w = 1.33$ .

首先,分别采用半径为  $1 \mu\text{m}$ 、 $3 \mu\text{m}$ 、 $5 \mu\text{m}$  和  $10 \mu\text{m}$  的小球,并比较其在高斯光束和拉盖尔-高斯光束下的捕获效率曲线,如图4. 为了便于比较,本文并非直接计算光镊对小球的捕获力,而采用参考文献[2]中的一个无量纲的因子  $Q$  来表示光镊捕获效率,这里  $Q$  与  $F$  的关系为  $F = Q(nP/c)$ , 这里的  $n$  为小球周围介质的折射率,  $P$  为入射光功率,  $c$  为光速. 由于在计算过程中考虑了球差的影响,因此轴向捕获效率曲线并不是关于原点对称的. 从总体来看,随着小球半径的增加,受到光照部分的面积得以增加,捕获效率也逐渐增大.

从图4来看,不论小球的大小如何,拉盖尔-高斯光束与高斯光束相比,其产生的反向捕获效率相对增加,这与前人的结论是一致的. 这里的反向捕获效率即光镊  $Q$  因子取到负值时的捕获效率,此时小球受到的合力为沿负光轴方向的拉力,正是因为光镊存在这样一个产生拉力的区域,才能使小球被稳定束缚在平衡位置. 最大反向捕获效率为光镊  $Q$  因子曲线的负峰值,其大小将直接影响光势阱的深度,该参量越大光势阱越深,捕获的小球越难逃离光势阱. 由于中心部分光线产生的梯度力分量十分有限,散射力分量则非常显著. 并且,对于存在轴向位移的小球来说,光轴附近的光线将始终能够照射到

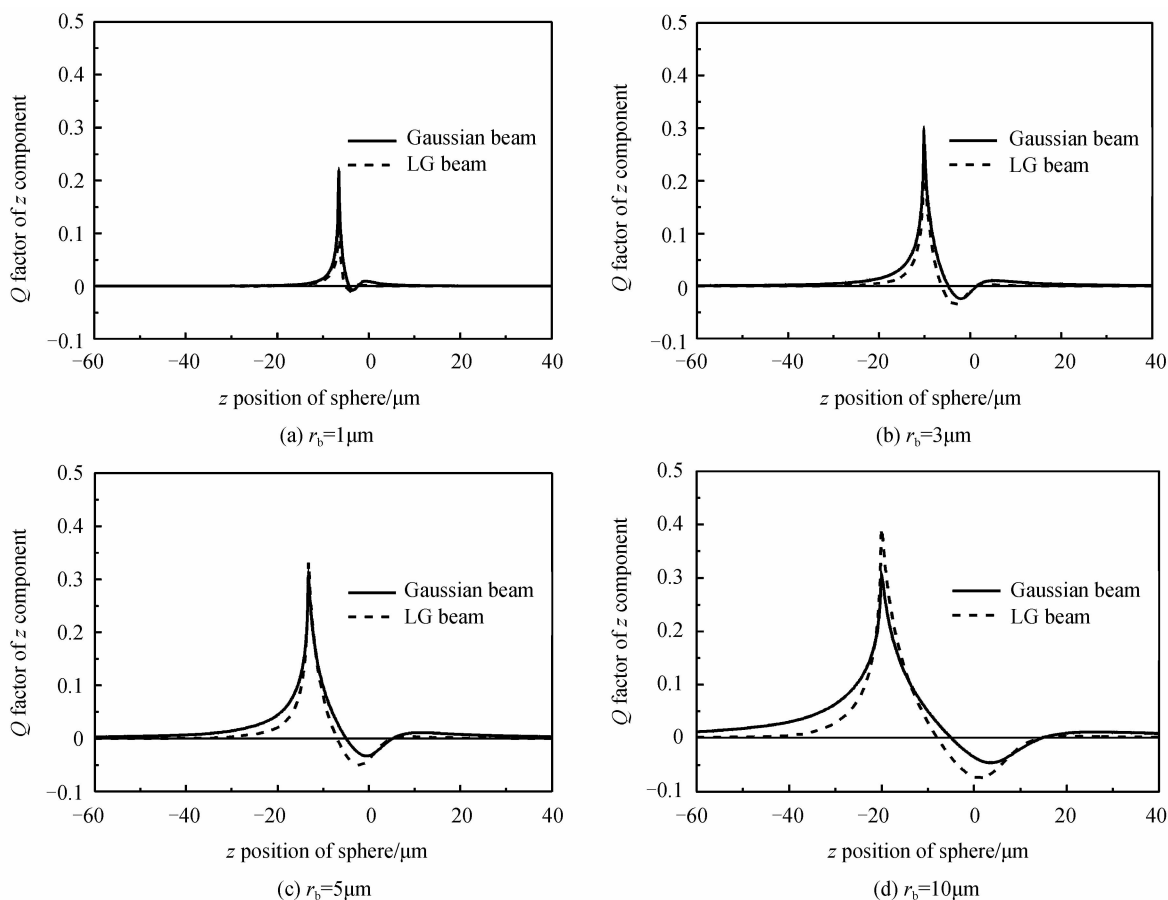


图4 粒子半径分别取1,3,5和10  $\mu\text{m}$ 时光镊的轴向捕获力曲线

Fig.4 Curve of axial trapping force as the radii of particle was 1, 3, 5, 10  $\mu\text{m}$  respectively

小球,这就使得小球受到的散射力在光镊总的捕获力中所占比重增加,极大得影响光镊捕获效果的稳定性.图4中曲线零点附近,拉盖尔-高斯光束的 $Q$ 因子曲线的斜率大于高斯光的 $Q$ 因子曲线斜率,斜率与光阱刚度成正比,意味着平衡点附近,拉盖尔-高斯光束的刚度大于高斯光束的刚度.刚度越大,捕获目标时的抗干扰能力越强,在进行光镊微操控时越稳定,尤其在周围环境较为复杂的生物粒子的捕获实验中.

本文计算了半径从1~10  $\mu\text{m}$ 不等的小球的捕获力,并得出其最大反向捕获效率,如图5(a).对于粒子折射率 $n_b$ 、物镜数值孔径NA以及探测深度 $z_{cg}$ ,采取类似的处理方式.其中小球的折射率分别从1.4到1.9,如图5(b);物镜数值孔径为0.75到1.35递增,如图5(c);探测深度由10  $\mu\text{m}$ 增加到100  $\mu\text{m}$ ,如图5(d).

从图5可知,在相同条件下,拉盖尔-高斯光束所产生的最大反向捕获效率始终要大于高斯光束所产生的最大反向捕获效率.图5(a)所示的最大反向捕获效率随着小球尺寸的增加而增加,而且拉盖尔-高斯光束的增加幅度要大于高斯光束,这是由于小球尺寸越大,能够作用于小球的边缘处的光越多,这

部分光线由于与光轴的夹角较大,能够提供更多的梯度力分量.图5(b)所示的最大反向捕获效率在小球折射率为1.6附近时取得最大值,这正是聚苯乙烯的折射率,这也是众多研究者选择聚苯乙烯小球作为光镊捕获手柄的原因.从图5(c)可见高斯光束的最大反向捕获效率随着数值孔径的增加而增加,最后趋于稳定,而拉盖尔-高斯光束的最大反向捕获效率增加到一定值( $\text{NA}=1.15$ )之后反而出现下降的趋势,这是由于物镜数值孔径的增加,球差的影响也增大,对于光束来说,越靠近光轴,受到球差的影响越小,因此拉盖尔-高斯光束比高斯光束受球差的影响大,使得部分光束被较大数值孔径物镜会聚时一部分边缘的光不能照射到小球上,从而最大反向捕获力出现一定程度的降低.值得注意的是,当物镜的数值孔径大于水的折射率1.33之后,位于边缘处的光线将会在玻璃和水的界面处发生全内反射,使得有效入射光斑半径压缩,从而影响捕获效果.而本文讨论的结果在数值孔径约为1.15时便出现下降趋势,因此本文所描述的现象主要是由球差引起的.图5(d)中光镊的最大反向捕获效率虽然随着探测深度的增加而减小,但拉盖尔-高斯光束的最大反向捕获力始终大于高斯光束的.

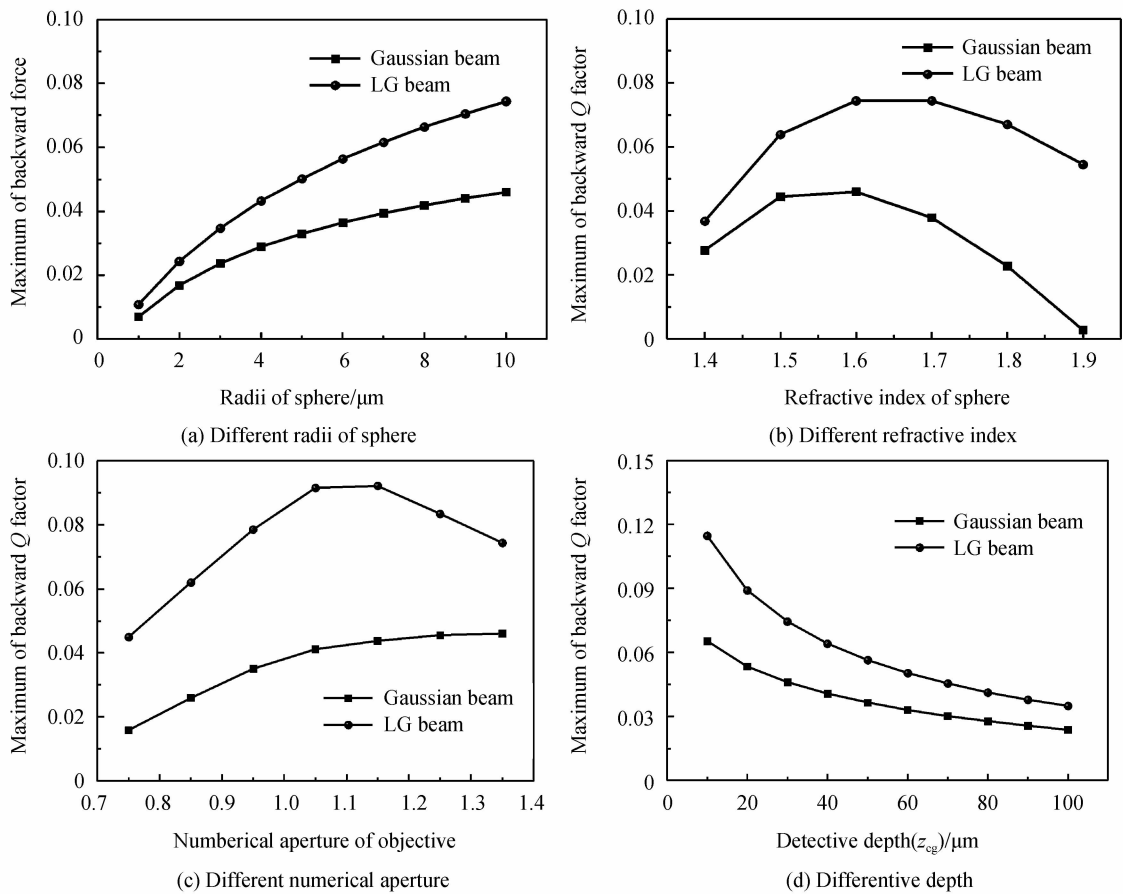


图5 参量不同时光镊的轴向最大反向捕获力分布

Fig. 5 Profile of axial maximum backward trapping force with different parameter

### 3 结论

利用几何光学模型计算从光镊捕获目标的尺寸和折射率、显微镜物镜的数值孔径以及样品池界面处到捕获目标的距离等参量对捕获  $Q$  因子的影响, 比较了拉盖尔-高斯光束和高斯光束等不同光强分布对最大反向捕获效率及捕获效果的影响. 结果表明, 在本文所考虑的情况中, 拉盖尔-高斯光束的捕获效果要明显优于高斯光束, 其最大反向捕获力、刚度均优于高斯光束. 然而, 拉盖尔-高斯光束由于其特殊的光强分布, 在数值孔径较大时受到球差的影响要大于高斯光束, 其捕获效果会出现一定程度的削弱. 光镊理论分析的结论, 将为以后光镊实验的设计, 以及实验结果的预估起到重要的作用, 为光镊的实用性拓展以及新型光镊的研究打下良好的基础.

#### 参考文献

- [1] ASHKIN A, DZIEDZIC J M, BJORKHOLM J E, *et al.* Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles[J]. *Optics Letters*, 1986, **11**(5): 288-290.
- [2] ASHKIN A. Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime[J]. *Biophysical Journal*, 1992, **61**(2): 569-582.
- [3] GUSSGARD R, LINDMO T, BREVIK I. Calculation of the trapping force in a strongly focused laser beam[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 1992, **9**(10): 1922-1930.
- [4] DONG Chao, GAO Xiao-hong, ZHAI Ze-hui. Generation of donut modes with optical cavity[J]. *Acta Sinica Quantum*

*Optica*, 2012, **18**(3): 302-304.

董超, 高晓红, 翟泽辉. 利用光学腔产生单环状拉盖尔-高斯模[J]. *量子光学学报*, 2012, **18**(3): 302-304.

- [5] KIM M S, ASSAFRAO A C, SCHARF T, *et al.* Submicron hollow spot generation by solid immersion lens and structured illumination[J]. *New Journal of Physics*, 2012, **14**(10): 103024-1-103024-19.
- [6] MEI Zhang-rong, KOROTKOVA O. Random sources generating hollow beams[J]. *Optics Letters*, 2013, **38**(2): 91-93.
- [7] ZHAO Cheng-liang, WANG Li-gang, LU Xuan-hui. Radiation forces on a dielectric sphere produced by highly focused hollow Gaussian beams[J]. *Physics Letters A*, 2007, **363**(5-6): 502-506.
- [8] CHAI Hai-shui, WANG Li-gang. Improvement of optical trapping effect by using the focused high-order Laguerre-Gaussian beams[J]. *Micron*, 2012, **43**(8): 887-892.
- [9] LIU Zhi-rong, ZHAO Dao-mu. Optical trapping rayleigh dielectric spheres with focused anomalous hollow beams[J]. *Applied Optics*, 2013, **52**(6): 1310-1316.
- [10] XU Sheng-hua, LI Yin-mei, LOU Li-ren. Systematical study of the trapping forces of optical tweezers formed by different types of optical ring beams[J]. *Chinese Physics*, 2006, **15**(6): 1391-1397.
- [11] ZHENG Ming-jie. Parameter evaluation of optical tweezers system using optical tweezers computational toolbox [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(12): 1884-1887. 郑明杰. 利用光镊计算工具箱实现光镊系统的参量评价[J]. *光子学报*, 2011, **40**(12): 1884-1887.
- [12] QIU Jian-ping, LIU Nan-chun, XIA Yong, *et al.* Generation of hollow laser beams and their applications in modern optics [J]. *Progress in Physics*, 2004, **24**(3): 336-380. 印建平, 刘南春, 夏勇, 等. 空心光束的产生及其在现代光学中应用[J]. *物理学进展*, 2004, **24**(3): 336-380.