**doi**:10.3788/gzxb20134201.0019

# 基于条纹中心线的载波散斑条纹解调方法

#### 林振衡

(莆田学院电子信息工程学系,福建莆田 351100)

摘 要:针对传统傅里叶变换法在处理含有多突起的载波散斑条纹图时,由于存在频谱展宽会出现 严重的解调相位失真,提出了一种基于条纹中心线的载波散斑条纹解调方法.根据载波调制时所采 用平行调制方式和倾斜调制方式,分别从理论上对相关的中心线解调法进行数学推导,并进一步采 用最小二乘三次曲面拟合法获得被测物面全场的离面位移信息.实验结果表明:利用上述中心线解 调法和曲面拟合法能解调出复杂的载波条纹图,并获得具有亚像素定位准确度、连续光滑的全场离 面位移信息.

关键词:载波电子散斑干涉;解调;条纹中心线;曲面拟合;最小二乘
 中图分类号:O436.1
 文献标识码:A
 文章编号:1004-4213(2013)01-0019-5

# A Method to Modulate Carrier-wave Speckle Pattern Fringe Based on Fringe Center

#### LIN Zhen-heng

(Department of Electronic and Information Engineering, Putian College, Putian, Fujian 351100, China)

**Abstract**: There are noticeable demodulation phase errors for spectrum expanding when the traditional Fourier transform method is used to evaluate the carrier-wave interfergram fringe pattern including multi-protuberances. A new method to modulate carrier-wave speckle pattern fringe based on finge center was proposed. According to the parallel modulation method and gradient modulation method, the corresponding mathematical reasoning of fringe center modulation method was carried out in theory respectively. Then least-square cubic surface fitting algorithm was adopted to evaluate the whole out-of-plane displacement of object surface. Experimental results show that the above-mentioned modulation method and surface fitting method could not only modulate complex carrier-wave fringe pattern, but also obtain alabastrine whole out-of-plane displacement information with sub-pixel location precision and continuum. **Key words**: CESPI; Modulation; Fringe center; Surface fitting; Lest-squares

# 0 引言

电子散斑干涉(Electronic Speckle Pattern Interferometry, ESPI)可通过时间域和空间域进行 相位调制,其中基于空间域相位调制的电子散斑干 涉技术也被称作载波电子散斑干涉(Carrier-wave Electronic Speckle Pattern Interferometr, CESPI). CESPI与时间域调制(如相移技术)相比,它仅需一 至两幅载波散斑条纹图便能进行相位解调,因此特 别适合于动态微小离面振动的测量<sup>[1-2]</sup>和三维面形

#### 的测量[3-4].

目前,常用的载波散斑条纹图的相位解调方法 有<sup>[5-8]</sup>:正弦拟合法、卷积法、傅里叶变换法、小波变 换法.其中,正弦拟合法、卷积法对条纹图的噪音十 分敏感,测量误差较大;小波变换法对细节的分辨能 力强,但算法相对复杂,处理速度慢.傅里叶变换法 是一种被广泛应用的解调方法,特别是对于单突起 的载波散斑条纹图,具有较高的测量准确度;但对于 多突起的载波散斑条纹图,由于傅里叶变换时频谱 会展宽,使得滤波后的结果出现严重的相位失真<sup>[9]</sup>.

基金项目:福建省自然科学基金(Nos. 2011J01363, 2012D115)和福建省教育厅科技项目(Nos. JA12289, JK2012047)资助 第一作者:林振衡(1974-),男,副教授,博士,主要研究方向为光学测量和光电检测技术. Email:lintom@21cn.com 收稿日期:2012-08-10;录用日期:2012-10-23

尽管相位解调法已成为目前散斑干涉测量主流的分析方法,但是条纹中心线解调法仍然是一种有效的条纹图像自动化分析处理方法,已广泛应用于 ESPI的相位提取<sup>[10]</sup>,特别是在无法引入相移装置 的测量场合,条纹中心线法是唯一可用方法<sup>[11]</sup>.但 目前关于中心线法应用于 CESPI 的研究尚未见报 导.本文详细介绍了一种基于条纹中心线进行 CESPI 载波散斑条纹图解调及其曲面拟合的方法, 该方法能满足较复杂载波条纹的解调,并具有测量 快捷、算法简单、可全场测量等优点.

# 1 条纹中心线相位解调方法

载波电子散斑干涉是通过在被测物面发生变形 的前、后时间间隙,偏转参考面或被测物面进行载波 调制.利用 CCD 分别在载波调制前、调制后、加载荷 变形后拍摄三幅散斑干涉图,并采用相减的图像处 理方法,将后两幅图分别减去第一幅图,获得变形前 载波散斑条纹图和变形后载波散斑条纹图.利用中 心线提取方法就能提取出这些散斑条纹的中心线. 下文针对载波调制时采用的平行调制和倾斜调制的 中心线解调方法展开讨论.

#### 1.1 平行调制的中心线解调方法

平行调制是指在 CESPI 载波调制时仅沿 *x* 轴 方向或 *y* 轴方向进行载波调制.

假设通过偏转参考面沿垂直方向(即沿 y 轴) 进行载波调制,获得的变形前载波散斑亮条纹为一 组沿水平方向(即沿 x 轴)平行的散斑条纹图,变形 后载波散斑条纹图为一组弯曲的散斑条纹图.利用 基于调制方向的中心线提取方法<sup>[12]</sup>提取出中心线 后,对应的散斑亮条纹中心线图如图 1.





图1 变形前后载波散斑条纹中心线图



 $I_{BD} = \left| 4U_0 U_R \sin\left(\frac{\varphi_0 - \varphi_R}{2} - 2\pi f x\right) \sin\left(2\pi f x\right) \right| (1)$ 式中: $U_0(x, y)$ 为物光振幅, $\varphi_0(x, y)$ 为物光相位;  $U_R(x, y)$ 为参考光振幅, $\varphi_R(x, y)$ 为参考光相位;载 波频率<sup>[13]</sup>  $f = \Delta \alpha (1 + \cos \theta) / \lambda$ (其中  $\Delta \alpha$  为偏转角, $\lambda$ 为激光波长).

可知图 1 中亮条纹中心线为 sin  $(2\pi f_y)=1$  的 位置,此时有

$$2\pi f_y = 2n\pi + \frac{\pi}{2}, (n=0,1,2\cdots)$$
 (2)

对应亮条纹中心线位置的 y 轴坐标为

$$y_0 = \frac{2n+0.5}{2f}, (n=0,1,2\cdots)$$
 (3)

而由变形后载波散斑条纹图光强公式为

$$I_{AD} = \left| 4U_0 U_R \sin\left(\frac{\varphi_0 - \varphi_R}{2} - 2\pi f y - \frac{\Delta \varphi}{2}\right) \right|$$

$$\sin\left(2\pi f y + \frac{\Delta \varphi}{2}\right) \left|$$
(4)

式中: $\Delta \varphi$ 为形变产生的相移.

可知图 1(b)中亮条纹中心线为 sin  $(2\pi fy + \Delta \varphi/2) = 1$ 的位置,此时有

$$2\pi f_y + \frac{\Delta \varphi}{2} = 2n\pi + \frac{\pi}{2}, (n=0,1,2\cdots)$$
 (5)

对应亮条纹中心线位置的 y 轴坐标为

$$y_1 = \frac{2n + 0.5 - \Delta \varphi / 2\pi}{2f}, (n = 0, 1, 2...)$$
 (6)

由于载波仅沿着 y 轴方向调制,因此中心线所 对应的 x 轴坐标未发生改变,也即变形前的中心线 某点坐标物(x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>),那么该点在变形后的坐标应 为 $(x_0, y_1)$ ,由物面受载荷发生变形所引起的 y 轴位移值为  $\Delta y$ .根据式(6)和式(3),同一级的亮条纹中 心线 y 轴坐标相减,可得

$$\Delta y = y_1 - y_0 = \frac{2n + 0.5 - \Delta \varphi/2\pi}{2f} - \frac{2n + 0.5}{2f} = -\Delta \varphi/4\pi f$$
(7)

由式(7)可得变形前载波中心线上坐标点( $x_0$ ,  $y_0$ )的实际相移  $\Delta q$  为

$$\Delta \varphi(x_0, y_0) = -4\pi f \Delta y = -4\pi f(y_1 - y_0) \quad (8)$$
  
 $\Delta \varphi$  对应的离面位移量  $z(x_0, y_0)$  为

$$z(x_0, y_0) = \frac{\Delta \varphi \lambda}{4\pi} = \frac{-4\pi f(y_1 - y_0)\lambda}{4\pi} = -f(y_1 - y_0)\lambda = -f\Delta y\lambda$$
(9)

上述分析表明:对于平行调制的载波散斑条纹 图,可通过计算其中心线上各点在调制轴向上的偏 移量、载波频率 f 和波长λ 的乘积进行解调;而 f 则 可以通过计算变形前载波条纹中心线的平均间距 D 的倒数获得,即 f=1/D.

#### 1.2 倾斜调制的中心线解调方法

倾斜调制是指在 CESPI 载波调制时任意沿 *x* 轴和 *y* 轴方向进行载波调制.此时载波条纹发生倾斜,提取的变形前载波散斑中心线将与 *x* 轴成 θ 角,如图 2. 在解调离面位移时要充分考虑该夹角





的影响,对应的离面位移量应取弯曲条纹上与载波 直条纹相垂直的交点来计算,也即存在下列关系

$$\Delta y = (y_1 - y_0) \cos \theta = (\frac{2n + 0.5 - \Delta \varphi/2\pi}{2f} - \frac{2n + 0.5}{2f}) \cos \theta = -\frac{\Delta \varphi}{4\pi f}$$
(10)

$$z(x_0, y_0) = \frac{\Delta \varphi \lambda}{4\pi} = \frac{-4\pi f \lambda (y_1 - y_0) \cos \theta}{4\pi} = -f \lambda (y_1 - y_0) \cos \theta = -f \lambda \Delta y \cos \theta$$
(11)

### 2 中心线离面位移图的曲面拟合

采用上述中心线解调法可求解出中心线上各像

素点的离面位移量 z,而对于非中心线上各点离面 位移量的求解,可应用曲面拟合算法重建出完整的 离面位移图进行求解.

相关系数曲面拟合算法具有抗噪音能力强、准确度高、计算速度快等优点.常用的相关系数曲面算法主要有二次曲面拟合、拉格朗日曲面拟合、高斯曲面拟合<sup>[14]</sup>.而应用最小二乘三次曲面拟合法<sup>[15]</sup>对离面位移图进行曲面拟合,能满足曲面拟合的整体光顺性要求,使拟合曲面过渡平缓,减小误差较大点的影响<sup>[16]</sup>.因此本文采用基于最小二乘的三次曲面拟合法进行拟合.

假设三次曲面的幂基函数为

 $F(x,y) = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 x y +$ 

$$a_6 y^2 + a_7 x^3 + a_8 x^2 y + a_9 x y^2 + a_{10} y^3$$
 (12)  
假设曲面方程表示为: $z = F(x, y)$ .

令  $l_i = (x_i, y_i), l_i$  表示曲面的坐标 $(x_i, y_i),$ 其 中  $i=1,2,\dots,N$ .用一组基函数 $[c^1(i), c^2(l), c^n(l)]$ 可以控制整个曲面,且一般有 n=N.

対于最小二乘法,存在误差的平方和 E(F)  
E(F) = 
$$\sum_{i=1}^{N} (F(l_i) - z_i)^2 = \sum_{i=1}^{N} (\sum_{j=1}^{N} a_j \cdot c_j(l_i) - z_i)^2$$
 (13)  
拟合时,为了使 E(F)达到最小,需满足  
 $\frac{\partial E}{\partial a_j} = 0$  (j=1,2,...,n) (14)  
化简式(14)可得  
 $\frac{\partial E}{\partial a_j} = \sum_{i=1}^{N} 2[F(l_i) - z_i] \frac{\partial F(l_i)}{\partial a_j} = 2\sum_{i=1}^{N} c_i^! [F(l_i) - z_i] = 2[a_1(\sum_{i=1}^{N} c_i^! c_i^1) + a_2(\sum_{i=1}^{N} c_i^! c_i^2) + \dots + a_n(\sum_{i=1}^{N} c_i^! c_i^n) - (\sum_{i=1}^{N} c_i^! z_i)] = 0$  (15)  
式(15)对应的线性方程组为  
 $\begin{cases} a_1 \sum_{i=1}^{N} c_i^1 c_i^1 + a_2 \sum_{i=1}^{N} c_i^! c_i^2 + \dots + a_n \sum_{i=1}^{N} c_i^1 c_i^n = \sum_{i=1}^{N} c_i^1 z_i \\ a_1 \sum_{i=1}^{N} c_i^2 c_i^1 + a_2 \sum_{i=1}^{N} c_i^2 c_i^2 + \dots + a_n \sum_{i=1}^{N} c_i^2 c_i^n = \sum_{i=1}^{N} c_i^2 z_i \\ 16) \\ \vdots \\ a_1 \sum_{i=1}^{N} c_i^n c_i^1 + a_2 \sum_{i=1}^{N} c_i^n c_i^2 + \dots + a_n \sum_{i=1}^{N} c_i^n c_i^n = \sum_{i=1}^{N} c_i^n z_i \\ \pm 式 对应的矩阵形式为$   
 $CC^T A = CZ$  (17)  
式中:  $C = \begin{bmatrix} c^1(l_1) & c^1(l_2) & \dots & c^1(l_n) \\ c^2(l_1) & c^2(l_2) & \dots & c^n(l_n) \end{bmatrix} \\ A^T = (a_1, a_2, \dots, a_n), Z^T = (z_1, z_2, \dots, z_n). \\$ 根据上述矩阵可精确求解出 拟合曲 m参量.

### 3 实验

以平行调制为例,应用中心线解调方法解调图1

(a)(变形前载波散斑条纹中心线图)和图 1(b)(变形 后载波散斑条纹中心线图)中包含的离面位移量,步 骤为:

1)根据图 1 中载波中心线的平均间距 D,计算 载波频率 f=1/D;

2)根据式(7)计算物面受载荷发生变形所引起的 y 轴位移值 Δy;

3)根据式(9)计算中心线上各点的离面位移量, 对应的中心线离面位移图如图 3 所示,部分中心线 点坐标对应的离面位移值(z)如表 1.



Fig. 3 3D image of out-of-plane displacement for fringes center

表 1 部分中心线坐标对应的离面位移值(单位:μm) Table 1 A part out-of-plane displacement parameters of center fringes (unit:μm)

y x	214	215	216	217	
105	0.798	0.793	0.788	0.783	
116	0.819	0.814	0.809	0.803	
127	0.836	0.830	0.824	0.818	
138	0.855	0.850	0.846	0.840	

4)应用最小二乘三次曲面拟合法进行拟合,获 得被测物面的全场离面位移量,拟合的三维亚像素 离面位移如图 4.



Fig. 4 3D image of sub-pixel out-of-plane displacement by fitting

## 4 结论

本文根据载波电子散斑干涉条纹的调制方法,

分别推导了平行调制的中心线解调法和倾斜调制的 中心线解调法,从而获得中心线上各像素点的离面 位移量.并进一步结合最小二乘三次曲面拟合法获 得被测物面全场亚像素离面位移信息.

实验结果表明:该方法可满足载波散斑条纹图的解调要求,获得具有亚像素准确度、连续光滑、平稳过渡的全场离面位移信息,并有效减小误差较大点的影响.

由于这种基于条纹中心线的载波条纹解调方法 是通过计算同级中心线上各点在调制轴向上因形变 产生的垂直偏移量(Δy 或 Δycos θ),再根据式(9)或 式(11)获得离面位移量,因此对于多突起的载波散 斑条纹图,该方法也同样适用,从而为 CESPI 散斑 条纹的解调提供了一种新的参考方法.

#### 参考文献

- [1] ERIC B F, LORI C B, TIMOTHY P S, et al. Threewavelength electronic speckle pattern interferometry with the Fourier-transform method for simultaneous measurement of microstructure scale deformations in three dimensions [J]. Applied Optics, 2006, 45(14): 3218-322.
- [2] SUN Ping, FAN Xiang-ju, WANG Xing-hai. Threedimensional electronic speckle pattern interferometry with carrier modulation by using large-shearing block prism[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(4): 0412012.
  孙平,范香菊,王兴海. 基于大错位方棱镜的三维载频电子散 斑干涉技术[J]. 光学学报, 2011, **31**(4): 0412012.
- [3] SUN Ping, HAN Qing, WANG Xiao-feng, et al. Technique of 3-D carrier modulation in ESPI and its application in displacement measurement of diesel engine[J]. Acta Photonica Sinica, 2007, 36(7): 1326-1330.
  孙平,韩青,王晓风,等. 三维电子散斑干涉载频调制及其在柴油机上的应用[J]. 光子学报, 2007, 36(7): 1326-1330.
- [4] ZHAO Rui-dong, SUN Ping. Shape measurement based on phase-shifting electronic speckle pattern interferometry[J]. Acta Photonica Sinica, 2010, 39(11): 2045-2048.
  赵瑞冬,孙平.利用电子散斑相移技术测量物体三维面形的方法[J]. 光子学报, 2010, 39(11): 2045-2048.
- [5] WANG Yu-lei, LU Zhi-wei, WANG Yan, et al. New method for interferogram fringe pattern analysis based on fourier transform method [J]. Acta Optica Sinica, 2006, 26 (8): 1167-1171.

王雨雷, 吕志伟, 王岩, 等. 一种基于傅里叶变换的分析载波 条纹的新方法[J]. 光学学报, 2006, **26**(8): 1167-1171.

- [6] LIU Cheng, YAN Chang-chun, GAO Shu-mei. Improved carrier-wave electric speckle interferometry [J]. Acta Photonica Sinica, 2005, 34(2): 214-217.
  刘诚, 阎长春, 高淑梅. 一种改进的载波电子散斑干涉处理方法[J]. 光子学报, 2005, 34(2): 214-217.
- [7] LI Hong-ju, CHEN Hui-jun. Phase solution of modulated fringe carrier using wavelet transform[J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis, 2007, 43(3): 317-320.
  李宏举,陈慧军.利用小波变换求解载波条纹的相位调制[J]. 北京大学学报(自然科学版). 2007, 43(3): 317-320.
- [8] LI Kai, ZHANG Da-zhi, WANG Jing-jing, et al. Phase extraction of an espi fringe pattern by using two-dimensional continuous wavelet transform[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(3): 733-738.

李凯,张大治,王晶晶,等.基于二维连续小波变换的 ESPI

条纹图相位提取方法[J]. 光学学报, 2010, 30(3): 733-738.

[9] ZHANG Lei, LIU Si-ning, LIN Dian-yang, et al. The progress of extracting phase information based on spatial carrier fringe pattern analysis [J]. Laser Technology, 2005, 29(1): 90-93.

张磊,刘斯宁,林殿阳,等.基于空间载波条纹图的相位提取方法研究进展[J]. 激光技术,2005,29(1):90-93.

[10] LI Dong-qing, TAO Jun, WANG Li-hua, et al. Auto pick-up of fringe skeletons in ESPI displacement measurement[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2003, 35(1): 46-48.
李冬青,陶军,王丽华,等. 电子散斑条纹骨架线的自动提

学令育,阿车, 三丽平, 寺. 电丁散斑录纹有条线的自动装 取[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2003, **35**(1): 46-48.

- [11] WANG Hai-tao, LUO Qiu-feng, WAN Ming, et al. Extracting information of ESPI fringes based on fringe center method [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2010, 42(1):107-111. 王海涛,罗秋凤,万敏,等. 基于条纹中心线法的电子散斑 干涉条纹信息提取[J]. 南京航空航天大学学报, 2010, 42 (1):107-111.
- [12] LIN Zhen-heng. A method to extract carrier-wave speckle pattern fringe skeletons based on modulation direction[J]. Acta Photonica Sinica, 2012, 41(7): 700-706.
  林振衡. 基于调制方向提取载波散斑条纹中心线的方法[J]. 光子学报, 2012, 41(7): 800-804.

- [13] SUN Ping, HUANG Zhen-xiang, LIU Fei. Shape measurement by carrier modulation in electronic speckle pattern interferometry[J]. Journal of Optoelectronics Laser, 2008, 19(4): 525-527.
  孙平,黄珍献,刘菲. 电子散斑干涉载频调制形貌测量技术 [J]. 光电子·激光, 2008, 19(4): 525-527.
- [14] WU Wei-ping, HE Yu-ming, HU Er-yi. Sub-pixel displacement analysis based on moving least-square cubic surface fitting alogorithm [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2008, 29(S1): 224-227.
  伍卫平,何玉明,胡而已.移动最小二乘三次曲面拟合法分析图像亚像素位移[J]. 固体力学学报, 2008, 29(S1): 224-227.
- [15] ZENG Qing-hong, LU De-tang. Curve and surface fitting based on moving least-squares methods [J]. Journal of Engineering Graphics, 2004, 25(1): 84-89.
  曾清红,戶德唐.基于移动最小二乘法的曲线曲面拟合[J]. 工程图学学报, 2004, 25(1): 84-89.
- [16] LI Er-tao, ZHANG Guo-xuan, ZENG Hong. Algorithm of surface fitting research based on least-squares methods[J]. Journal of Hangzhou Dianzi University, 2009, 29(2): 48-51.
  - 李二涛,张国煊,曾虹.基于最小二乘的曲面拟合算法研究 [J].杭州电子科技大学学报,2009,**29**(2):48-51.