

doi: 10.3788/gzxb20124109.1130

# 基于图切割的相位展开

王晋疆, 吴明云, 刘阳, 常天宇, 陈阳

(天津大学 精密仪器与光电子工程学院 光电信息技术教育部重点实验室, 天津 300072)

**摘 要:**剪切散斑干涉术中, 普遍采取相移法提取相位, 只可得到被包裹的相位信息, 进一步量化计算之前, 必须展开相位, 但是大量的散斑噪音使相位展开变得非常困难. 本文提出基于图切割理论的相位展开算法, 将相位展开等价于整数的最优估计问题, 通过最小化能量函数展开相位, 无需对散斑包裹相位图进行滤波, 就可以从包含大量散斑噪音的包裹相位图中准确地提取出真实相位, 最大程度地保留了相位包裹图中的细节信息. 对于同一幅模拟的散斑包裹相位图, 传统的质量导向枝切法和最小二乘法的均方根误差分别为 11.707 6 和 4.977 5, 新算法的均方根误差则为 0.945 9, 数值模拟与实验结果均验证了新算法优良的抗噪性能.

**关键词:**图像处理; 剪切散斑干涉术; 相位展开; 图切割

中图分类号: O439

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2012)09-1130-5

## 0 引言

电子剪切散斑干涉技术是 20 世纪 80 年代发展起来的一种高准确度的光学无损检测技术<sup>[1]</sup>, 为了从散斑条纹中提取相位, 如今普遍采取四步相移法<sup>[2]</sup>, 真实相位被包裹在  $(-\pi, \pi]$  之间, 需要将相位展开得到真实相位. 展开包裹的散斑相位图, 考虑其大量的乘性噪音, 现如今普遍采取先滤波后展开相位的流程<sup>[3]</sup>, 但是针对不同噪音含量的散斑条纹图, 滤波策略也得做出相应的改变, 这无疑增加了相位展开算法整体的复杂度, 故在剪切散斑干涉术中, 设计高抗噪性能的相位展开算法十分有意义.

为了在相位展开的过程中减少噪音的影响, 国内外不同领域的学者提出了众多算法<sup>[4]</sup>. 枝切法, 识别残差点后设置枝切, 限制相位展开路径, 避开噪音区; 质量导向枝切法 (Mask-Cut), 引入质量图来指导枝切法的展开路径, 质量图和枝切线对相位展开的准确度影响很大; 最小二乘法 (Least-Square), 是与路径无关的全局算法, 虽然可以得到平滑解, 但是局部的相位展开误差会在全局内传递, 得不到精确解. 在散斑包裹相位图的展开中, 大量随机的散斑噪音, 使得残差点过于密集, 很难得到有效的枝切线和质量图, 以上算法均得不到相对理想的结果. 基于图切割 (Graph-Cuts) 的相位展开算法<sup>[5]</sup>, 无需识别残差点, 不引入质量图, 即可准确提取出真实相位, 其

中图切割理论在计算机视觉领域已经得到了广泛的应用<sup>[6]</sup>, 本文将图切割引入到散斑包裹相位图的展开中, 提高了相位展开算法的抗噪性, 可以从含有大量噪音的散斑包裹相位图中准确提取出真实相位, 数值模拟和实验均验证了新算法的有效性.

## 1 相位展开中的能量最小化问题

相位展开就是将截断的相位恢复成为真实连续的相位, 即为

$$\Phi = \Psi + 2\pi K \quad (1)$$

式中,  $\Phi$  是真实相位图,  $\Psi$  是包裹相位图,  $K$  为整数矩阵. 相位展开其实就是估计出最优的整数矩阵  $\hat{K}$ , 使相位图  $\Phi$  尽可能连续. 故可建立反映全局相位不连续程度的能量函数, 最小化能量函数得到最优的整数估计  $\hat{K}$ , 连续性可由相位图中相邻点水平和垂直方向的差值  $\Delta\varphi_{ij}^h$  和  $\Delta\varphi_{ij}^v$  来表示, 能量函数可表达为<sup>[5]</sup>

$$E(K) = \sum (|\Delta\varphi_{ij}^h| + |\Delta\varphi_{ij}^v|) \quad (2)$$

为了简化能量最小化问题,  $K$  中元素  $k_{ij}$  的变化量  $\delta_{ij}$  限定为 0 和 1,  $\delta_{ij} \in \{0, 1\}$ , 结合式 (1), 第  $t+1$  次迭代时的能量函数可表示为

$$E(k' + \delta) = \sum [ |2\pi(\delta_{i-1} - \delta_{ij}) + a^h| + |2\pi(\delta_{i-1j} - \delta_{ij}) + a^v| ] \quad (3)$$

式中:  $a^h = 2\pi(k'_{i-1} - k'_{ij}) + \Delta\varphi_{ij}^h$ ,  $a^v = 2\pi(k'_{i-1j} - k'_{ij}) + \Delta\varphi_{ij}^v$ . 兼顾式 (2) 中的水平和垂直方向, 可以简化为

第一作者: 王晋疆 (1974-), 男, 副教授, 主要研究方向为光电检测技术, 光电成像技术. Email: wjj@tju.edu.cn

收稿日期: 2012-04-20; 修回日期: 2012-06-08

$$E(k' + \delta) = \sum E^{ij}(\delta_i, \delta_j) \quad (4)$$

式中,  $\delta_i, \delta_j \in \{0, 1\}$ ,  $i, j$  表示图像中水平或竖直相邻的两个像素点. 令  $\bar{\delta} = 1 - \delta$ , 式(4)中的每一项可表示为

$$E^{ij}(\delta_i, \delta_j) = E^{ij}(0, 0)(\bar{\delta}_i)(\bar{\delta}_j) + E^{ij}(0, 1)(\bar{\delta}_i) \cdot (\delta_j) + E^{ij}(1, 0)(\delta_i)(\bar{\delta}_j) + E^{ij}(1, 1)(\delta_i)(\delta_j) \quad (5)$$

能量函数的最小化, 简化为对 0-1 矩阵  $\delta$  的迭代过程.

## 2 基于图切割的相位展开算法

图  $G=(V, E)$ , 由顶点集  $V$  和边集  $E$  组成, 顶点之间由边连接, 边被赋予非负的权值. 在有两个终点(源点  $s$  和汇点  $t$ ) 的图中, 把终点外的顶点分成两个不相连的子集  $S$  和  $T$  的过程就是图切割  $C = S/T$ , 其中源点  $s$  在  $S$  集里, 汇点  $t$  在  $T$  集里. 图切割的割容量为从集合  $S$  到集合  $T$  边的权值  $c(u, v)$  的和

$$c(S, T) = \sum_{u \in S, v \in T, (u, v) \in E} c(u, v) \quad (6)$$

最小割问题就是找到包含最小割容量的切割  $C$ .

构造特定的图, 使得图中的顶点表示能量函数中的变量, 边的权值表示变量的系数, 图切割的割容量表示能量函数, 确定了最小图切割就可以最小化能量函数. 根据 Ford-Fulkerson 定理, 确定最小割等同于计算从源点到汇点的最大流<sup>[7]</sup>, 本文采用文献[6]中的 max-flow/min-cut 算法确定最小割.

令  $E^{ij}(0, 0) = A, E^{ij}(0, 1) = B, E^{ij}(1, 0) = C, E^{ij}(1, 1) = D$ , 式(5)可以表示为

$$E^{ij}(\delta_i, \delta_j) = A + (C - A)\delta_i + (D - C)\delta_j + (B + C - A - D)(\bar{\delta}_i)(\delta_j) \quad (7)$$

由式(3)可知:  $E^{ij}(0, 0) = |a|, E^{ij}(1, 1) = |a|, E^{ij}(1, 0) = |2\pi + a|$ , 这样保证了  $(\bar{\delta}_i)(\delta_j)$  的系数  $B + C - A - D$  大于 0, 下面为  $C - A > 0, D - C < 0$  时的  $E^{ij}(\delta_i, \delta_j)$  构造相应的图.

为了保证  $E^{ij}(\delta_i, \delta_j)$  表达式中变量的系数为非负, 式(7)变为(常量项不影响最终的最小割, 舍掉)

$$E^{ij}(\delta_i, \delta_j) = (C - A)\delta_i + (C - D)\bar{\delta}_j + (B + C - A - D)(\bar{\delta}_i)(\delta_j) \quad (8)$$

式中  $E^{ij}(\delta_i, \delta_j)$  的构造图以及四种图切割如图 1.

图 1 中, 图  $G(s, t, v_1, v_2)$  的边有非负的权值, 割  $C$  将图分为两个不相连的部分 ( $S$  和  $T$ ), 有向边  $(v_1, v_2)$  的权值为  $B + C - A - D$ , 表示  $(B + C - A - D)(\bar{\delta}_i)(\delta_j)$ ;  $C - A > 0$ , 则添加边  $(s, v_1)$ , 其权值为

$C - A$ , 表示  $(C - A)\delta_i$ ;  $D - C < 0$ , 则添加边  $(v_2, t)$ , 其权值为  $C - D$ , 表示  $(C - D)\bar{\delta}_j$ . 至于对应其他情况的图的构造, 完全与上述类似.

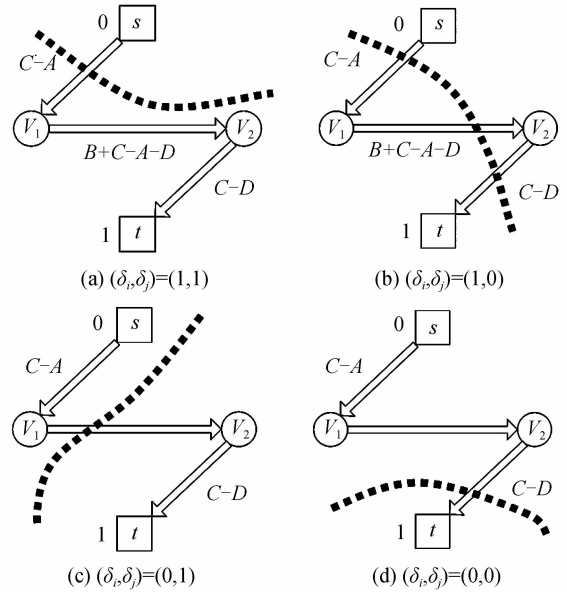


图 1 图的构造

Fig. 1 Graph construction

根据以上的方法, 为其他项  $E^{ij}(\delta_i, \delta_j)$  构造相应的子图, 然后根据文献[8]中的图切割可加性定理, 将所有的源和汇整合成为单一的源和汇, 顶点直接拼接为整体相位的图, 这样就构造出了表示整体能量函数的图. 利用最大流算法, 确定图的最小割, 最小化总能量函数, 以下是算法的具体流程:

1) 初始化: 整数  $K = 0$ , 根据式(3)计算包裹相位图的能量, 得到初始能量;

2) 在点  $(i, j)$  处算出  $E^{ij}(0, 0), E^{ij}(0, 1), E^{ij}(1, 0), E^{ij}(1, 1)$ , 并构造相应的子图;

3) 子图相加, 得到整幅相位的图表示, 利用 max-flow/min-cut 算法, 确定图的最小割, 得到最佳的  $\delta$  场;

4)  $K + \delta$  更新整数  $K$  后, 计算新相位图的能量, 并与先前能量进行比较;

5) 重复步骤 2), 直到新相位图的能量不再减少.

## 3 数值模拟与实验验证

错位散斑无损检测技术中, 分别记录变形前后的散斑图  $I_1$  和  $I_2$ , 采用减模式得到包含物体形变信息的散斑干涉条纹图  $I_{\text{sub}}$ <sup>[9]</sup>.

$$I_{\text{sub}} = |I_2 - I_1| = 4 \sqrt{I_0 I_r} \left| \sin \left( \varphi_r - \varphi_0 + \frac{\varphi}{2} \right) \right| \cdot \left| \sin \left( \frac{\varphi}{2} \right) \right| \quad (9)$$

式中,  $I_o$  和  $I_r$  是物光和参考光的光强,  $\varphi_o$  和  $\varphi_r$  是物光和参考光的相位,  $\varphi$  是物面变形引入的相位差. 数值模拟中, 图像的大小均为  $256 \times 256$  像素,  $I_o$ 、 $I_r$  和  $\varphi_r - \varphi_o$  分别取为区间  $[0, 200]$ 、 $[0, 100]$  和  $[-\pi, \pi]$  内均匀分布的随机数, 真实的相位差  $\varphi$  表示为

$$\varphi(x, y) = 50 \times \left( e^{-\frac{(x+100)^2 + y^2}{12000}} - e^{-\frac{(x-100)^2 + y^2}{12000}} \right) \quad (10)$$

式中的变量  $x$  和  $y$  均为在区间  $(-128, 128)$  内取值的整数, 真实相位  $\varphi$  的立体图如图 2(a) 所示, 采用四步相移法<sup>[10]</sup>, 在  $\varphi$  上相继加入  $\pi/2$  的  $N$  倍的相位量,  $N$  的取值为 0、1、2、3.

$$I_N = 4 \sqrt{I_o I_r} \left| \sin \left( \varphi_r - \varphi_o + \frac{\varphi + N \cdot \pi/2}{2} \right) \right| \cdot \left| \sin \left( \frac{\varphi + N \cdot \pi/2}{2} \right) \right| \quad (11)$$

由式(11)得到四幅条纹图,  $I_0$ 、 $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$ .

$$\psi = \arctan \frac{I_1 - I_3}{I_2 - I_0} \quad (12)$$

通过式(12)计算得到包裹相位图  $\psi$ , 如图 2(b) 所示.

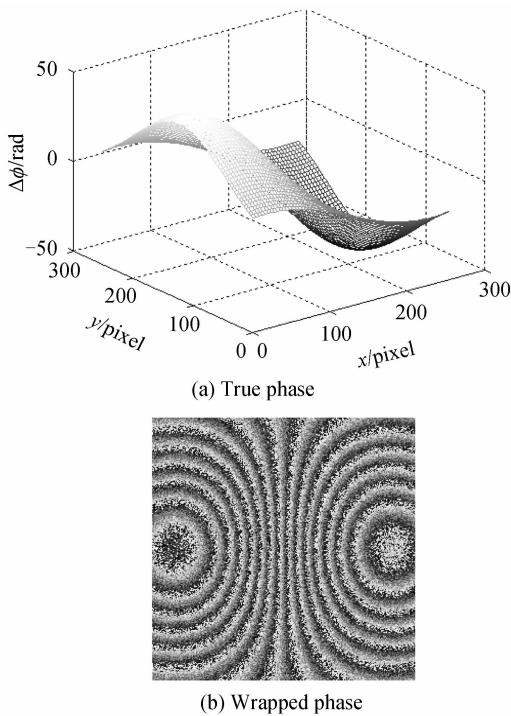


图 2 数值模拟  
Fig. 2 Numerical simulation

利用质量导向枝切法(采用相位导数偏差质量图)、最小二乘法、图切割法, 三种算法展开如图 2(b) 所示的包裹相位图, 结果分别为图 3(a)~(c). 质量导向枝切法的展开相位图中, 明显有很多孤立区域相位没有展开, 与真实相位出现较大差异; 最小二乘法和图切割法的相位展开结果, 单从图像效果上很接近, 但是将两种算法的展开相位的再包裹图, 分别如图 3(d) 和 (e) 所示, 与原始的包裹相位比较后就会发现: 最小二乘法的再包裹相位与原始的包

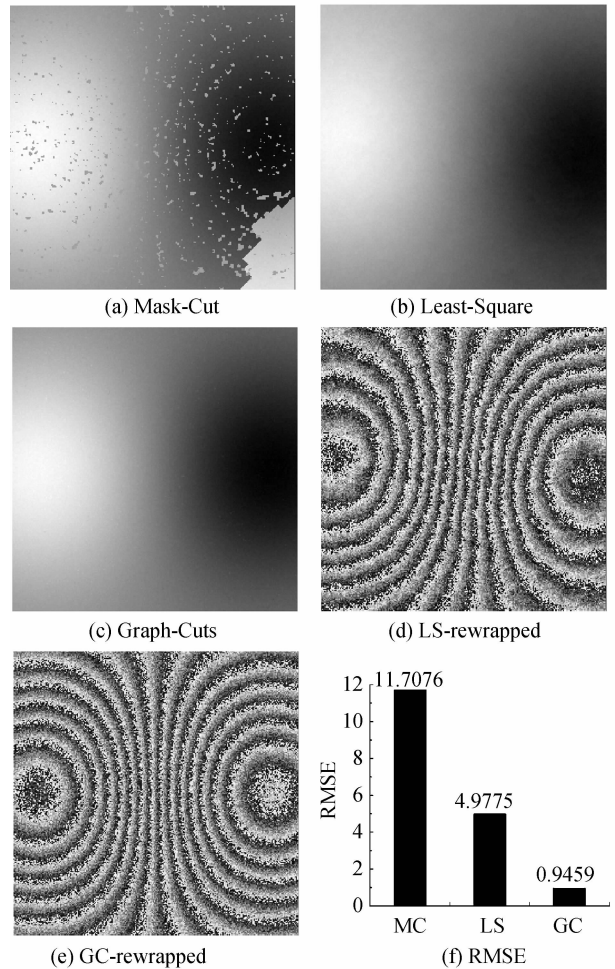


图 3 模拟相位图的展开结果

Fig. 3 Unwrapping results of the simulation phase

裹相位差异较大, 扭曲了原始的相位数据, 而图切割法得到的再包裹相位图, 与原始的包裹相位吻合.

为了更加准确地衡量相位展开算法的性能, 引入均方根误差(Root Mean Squared Error, RMSE) 量化展开相位与真实相位之间的误差.

$$\text{RMSE} = \text{std}(\hat{\varphi} - \varphi) \quad (13)$$

RMSE 值为误差的标准差, 其值越小, 表明相位展开结果与真实相位越接近, 相位展开的准确度也就越高. 三种算法, 质量导向枝切法(MC)、最小二乘法(LS)和图切割法(GC)的 RMSE 值分别为: 11.707 6、4.977 5 和 0.945 9. 比较结果如图 3(f) 所示; 图切割法的准确度最高, 可以从包含大量噪声的包裹相位图中准确提取相位.

为进一步验证新算法的有效性, 对剪切散斑干涉系统中的包裹相位图进行相位展开, 图像大小均为  $512 \times 512$  像素. 待测试样为轮胎内胶层, 对试样中心进行热加载时引起热变形, 利用四步相移算法获得散斑干涉条纹图中的包裹相位信息, 如图 4(a) 所示. 质量导向枝切法、最小二乘法、图切割法的相位展开结果分别为图 4(b)~(d). 如图 4(b) 所示, 质

量导向枝切法的结果,在大量的散斑噪音影响下,出现了大片孤立区域,相位展开失败。

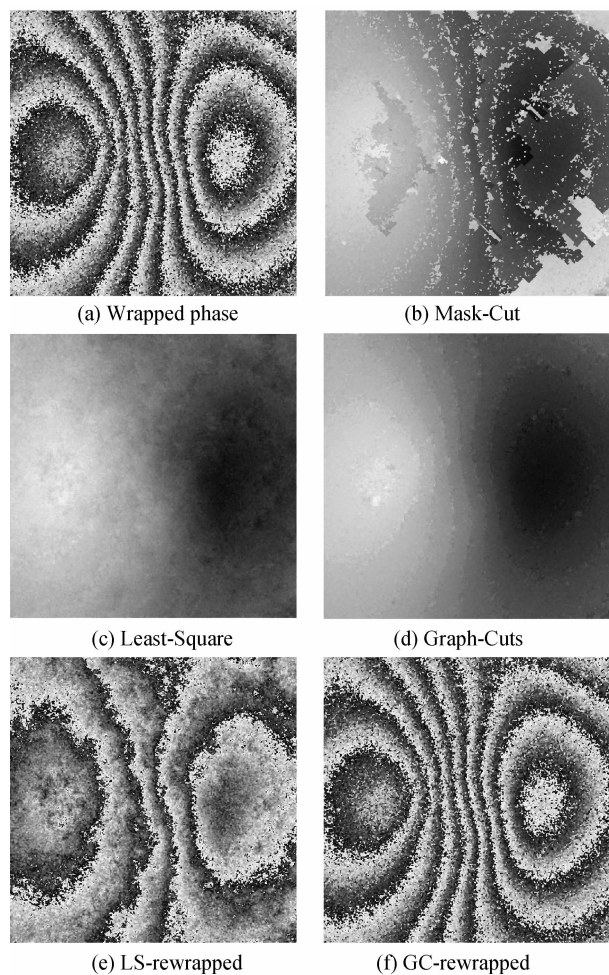


图4 散斑包裹相位图的相位展开结果

Fig. 4 Unwrapping results of the experimental phase

最小二乘法的再包裹相位,如图4(e)所示,条纹数和原始包裹相位图相比明显减少;而图切割法的再包裹相位,如图4(f)所示,与原始包裹相位吻合,条纹数没有减少,图切割法可准确提取相位,不会改变相位的动态范围.算法运行的硬件环境为Intel E7300 2.66 GHz,质量图导向枝切法的运行平台为VC 6.0,利用C语言实现,运行时间为6 s;最小二乘法基于Matlab R2009b,运行时间1 s;图切割算法基于Matlab R2009b,其中调用了C++实现的max-flow/min-cut算法,运行时间为18s.最小二乘法的时间效率最高,但得不到精确解,图切割法耗时最长,若要进行实时的解包裹处理,还要将其转化为C/C++的编译性语言实现,而不是Matlab的解释性语言来实现.

最小二乘法,是全局最优化方法,可以保证展开相位在全局连续,但是展开相位与包裹相位之间没有相差 $2\pi$ 整数倍的限制,噪音越多,扭曲原始相位程度越大;质量导向枝切法,是路径跟踪算法,虽然可以保证展开相位与包裹相位之间相差 $2\pi$ 的整数

倍,但是在大量噪音的影响下,却很容易形成相位无法展开的孤立区域,无法保证展开相位在全局内连续;图切割法,综合了以上两种算法的优势,全局连续和相位一致性,故可以避开噪音的影响,得到理想的结果.

## 4 结论

相位展开是相移法提取相位中的关键一步,在剪切散斑干涉系统中,展开相位的质量决定了所测轮胎离面位移的准确度.本文将图切割理论引入到散斑包裹图的相位展开中,建立反映相位全局连续程度的能量函数,为该能量函数构建相应的图,通过一系列0-1优化来最小化能量函数,得到最优的整数估计展开相位.新算法从最优估计的角度解决相位展开问题,综合了全局算法和路径跟踪算法的优势,获得全局连续相位的同时,可以保证展开相位与原始相位之间很好的一致性.数值模拟和实验均表明:新算法抗噪性能优良,稳定,可以从散斑包裹相位图中准确提取出真实相位.本文主要是针对高噪音含量的条纹较稀疏的包裹相位图,在剪切散斑干涉系统中通常是适当提高剪切量,来避免过密的干涉条纹,方便后期的处理.针对密条纹的相位提取,是下一步的研究方向.

## 参考文献

- [1] HUNG Y Y, HO H P. Shearography: an optical measurement technique and applications[J]. *Materials Science and Engineering: R: Reports*, 2005, **49**(3): 61-87.
- [2] CREATH K. Phase-shifting speckle interferometry [J]. *Applied Optics*, 1985, **24**(18): 3053-3058.
- [3] ZHANG Fang, LIU Wen-yao, WANG Jin-jiang, et al. Anisotropic partial differential equation noise-reduction algorithm based on fringe feature for ESPI [J]. *Optics Communications*, 2009, **282**(12): 2318-2326.
- [4] GHIGLIA D C, PRITT M D. Two-dimensional phase unwrapping: theory, algorithms, and software [M]. New York: Wiley & Sons, 1998.
- [5] BIOUCAS-DIAS J M, VALADAO G. Phase unwrapping via graph cuts [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, **16**(3): 698-709.
- [6] BOYKOV Y, KOLMOGOROV V. An experimental comparison of min-cut/max-flow algorithms for energy minimization in vision [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, **26**(9): 1124-1137.
- [7] CORMEN T H. Introduction to algorithms [M]. Cambridge: The MIT Press, 2001.
- [8] KOLMOGOROV V, ZABIN R. What energy functions can be minimized via graph cuts? [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, **26**(2): 147-159.
- [9] ZHANG Fang. Speckle interferometry information extraction technology and application [D]. Tianjin: Tianjin University, 2009.
- [10] 张芳. 散斑干涉信息提取技术及其应用研究 [D]. 天津: 天津大学, 2009.
- [10] ZHAO Rui-dong, SUN Ping. Shape measurement based on

phase-shifting electronic speckle pattern interferometry[J].  
*Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(11): 2045-2048.

赵瑞冬, 孙平. 利用电子散斑相移技术测量物体三维面形的方法[J]. 光子学报, 2010, **39**(11): 2045-2048.

## Phase Unwrapping Algorithm Based on Graph Cuts

WANG Jin-jiang, WU Ming-yun, LIU Yang, CHANG Tian-yu, CHEN Yang

(*Key laboratory of Opto-Electronics Information Science and Technology(Ministry of Education)*,  
*School of Precision Instrument and Opto-Electronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China*)

**Abstract:** In electronic speckle pattern interferometry (ESPI), the true phase is generally extracted by the phase-stepping method, which can only get the wrapped phase. Before the phase can be used to provide quantitative information, the wrapped phase must be unwrapped. But ESPI fringe patterns are contaminated with high levels of speckle noise, the task of phase unwrapping remains a challenge. In this article, a novel phase unwrapping algorithm based on graph-cuts is proposed, which treats the phase unwrapping problem as integer optimizations. By the method of energy minimization, the novel algorithm can accurately extract the phase from wrapped phase images containing large amount of noise without pre-filtering. For the same simulated wrapped speckle phase map, the RMSE (root mean squared error) of the traditional Mask-Cuts and Least-Square are respectively 11.707 6 and 4.977 5, while the new algorithm's RMSE is 0.9459. Numerical simulation and experimental results both verify the excellent anti-noise performance of the new algorithm.

**Key words:** Image processing; Electronic speckle pattern interferometry; Phase unwrapping; Graph cuts