

doi: 10.3788/gzxb20124109.1104

双光子过程耦合腔系统中光场的量子特性

吴道永

(武夷学院 实验室管理中心, 福建 武夷山, 354300)

摘 要: 本文研究了双光子过程原子与耦合腔相互作用系统中腔场的压缩效应和反聚束效应. 考虑系统总激发数等于 2 的情况, 利用数值计算方法讨论了腔场间的耦合强度变化和原子与腔场间耦合强度变化对反聚束效应的影响. 研究表明: 腔场不呈现出压缩效应; 腔场的反聚束效应与原子与腔场的耦合系数之间, 以及与腔场间的耦合系数之间都存在着非线性关系.

关键词: 量子光学; 双光子过程; 耦合腔; 量子特性

中图分类号: O431.2

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2012)09-1104-4

0 引言

原子与光场相互作用系统中的量子特性研究一直是量子光学研究的重要课题. 光场的压缩效应和反聚束效应不仅在揭示光场的量子本质和对理解光场的非经典性质方面具有重要意义, 而且在超标准量子极限的高准确度光学测量、超低噪音通信、微弱信号检测及量子通信等领域有着广泛的应用前景. 因此对光场与原子相互作用系统中量子特性的研究一直受到人们的普遍关注.

描述原子与光场相互作用的模型有 Jaynes-Cummings 和 Tavis-Cummings 模型. 至今, 人们已利用这两种模型对原子与光场相互作用系统中的量子特性进行了大量的研究. 例如, 方家元等人研究了 Kerr 介质中双光子 T-C 模型光场的量子特性^[1]; 王晓光等人研究了依赖于时间的 Jaynes-Cummings 模型中的反聚束效应^[2]; 文献[3]报到了双模光场与运动三能级原子作用系统的反聚束效应. 近十多年来, 由于耦合腔系统在量子信息技术中具有潜在的应用价值, 并且有望成为量子信息处理的有效手段之一, 因此耦合腔系统已成为量子信息处理的物理实现的热门研究之一. 例如, Serafini 等人提出了利用通过光纤耦合的两个腔系统实现量子门的方案^[4]; Li 等人提出利用原子与耦合腔相互作用系统产生 W_n 态的方案^[5]; Zhang 等人建议了利用耦合腔阵列实现纠缠的转换^[6]; Yang 等人提出利用原子与耦合腔相互作用系统实现量子相位门的方案^[7]. 另一方面, 由于双光子微波激光器的成功运转和双

光子过程中原子具有周期性量子力学通道的特性, 使双光子 Jaynes-Cummings 模型成为量子光学的重要模型和量子通信中正确传递量子信息的重要工具. 因此, 双光子过程成为人们深入研究的热点^[8-9]. 在以往对耦合腔系统的研究中主要集中在研究原子通过单光子跃迁与腔场相互作用的情况. 文献[10]提出了利用双光子过程耦合腔系统实现双光子转换的方案, 但至今对双光子过程耦合腔系统的研究少见报道.

本文研究了两个二能级原子分别囚禁在耦合腔中, 并且原子通过双光子跃迁与腔场共振相互作用的情况, 采用数值计算的方法研究了系统中腔场的压缩效应和反聚束效应等量子特性.

1 系统态矢的演化

本文研究的系统如图 1 所示, 在耦合腔 A 和 B 中分别囚禁一个二能级原子, 考虑原子通过双光子跃迁与腔场发生共振相互作用的情况. 在旋波近似

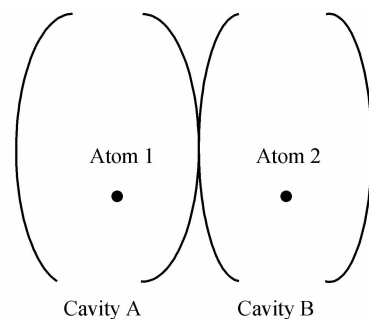


图 1 系统的框图

Fig. 1 Sketch of the set-up

基金项目: 福建省自然科学基金(No. 2011J01018)资助

第一作者: 吴道永(1966—), 男, 硕士, 讲师, 主要研究方向量子光学. Email: npwj@qq.com

收稿日期: 2012-01-09; 修回日期: 2012-05-02

下,在相互作用绘景中系统的哈密顿为^[11]

$$H_I = f_1(a_A^{\dagger} s_1^+ + a_A^+ s_1^-) + f_2(a_B^{\dagger} s_2^+ + a_B^+ s_2^-) + J(a_A a_B^{\dagger} + a_A^{\dagger} a_B) \quad (1)$$

式中 a_A^+ 、 a_A (a_B^+ 、 a_B) 分别为腔场的产生和湮没算符, s_i^+ 和 s_i^- ($i=1,2$) 为第 i 个原子的赝自旋算符. f_1 、 f_2 分别表示两个腔中原子与腔场的耦合系数, J 为两个腔之间的耦合系数. 定义系统的总激发数算符 $\hat{N} = |e\rangle_{11}\langle e| - |g\rangle_{11}\langle g| + |e\rangle_{22}\langle e| - |g\rangle_{22}\langle g| + a_A^{\dagger} a_A + a_B^{\dagger} a_B$, 因 $[\hat{N}, H_I] = 0$, 所以在系统演化过程中总激发数守恒. $|e\rangle_i$ 和 $|g\rangle_i$ ($i=1,2$) 分别表示原子的激发态和基态.

当系统总激发数等于 2 时, 在演化过程中, 系统将保留在以 $|\varphi_1\rangle = |g\rangle_1 |g\rangle_2 |2\rangle_A |0\rangle_B$, $|\varphi_2\rangle = |g\rangle_1 |g\rangle_2 |0\rangle_A |2\rangle_B$, $|\varphi_3\rangle = |e\rangle_1 |g\rangle_2 |0\rangle_A |0\rangle_B$, $|\varphi_4\rangle = |g\rangle_1 |e\rangle_2 |0\rangle_A |0\rangle_B$ 和 $|\varphi_5\rangle = |g\rangle_1 |g\rangle_2 |1\rangle_A |1\rangle_B$ 为基矢构成的子空间中. $|m\rangle_A |n\rangle_B$ 表示腔 A 处于 m 光子态, 腔 B 处于 n 光子态. 在这子空间中, 系统的哈密顿的矩阵表示为

$$H_I = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sqrt{2}f_1 & 0 & \sqrt{2}J \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2}f_2 & \sqrt{2}J \\ \sqrt{2}f_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}f_2 & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2}J & \sqrt{2}J & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

在相互作用绘景中, 系统的态矢演化满足薛定谔方程为

$$i\hbar \frac{\partial |\varphi(t)\rangle}{\partial t} = H_I |\varphi(t)\rangle \quad (3)$$

式(3)取 $\hbar=1$. 为简单起见, 设 $f_1 = f_2 = f$. 假设系统初始时刻处于 $|\varphi_3\rangle = |e\rangle_1 |g\rangle_2 |0\rangle_A |0\rangle_B$ 表示的状态. 那么, 任意时刻 t 系统的态矢为

$$|\varphi(t)\rangle = A|\varphi_1\rangle + B|\varphi_2\rangle + C|\varphi_3\rangle + D|\varphi_4\rangle + E|\varphi_5\rangle \quad (4)$$

利用初始条件: $C=1$, $A=B=D=E=0$. 解薛定谔方程得出

$$\begin{cases} A = i\left(-\frac{f}{\sqrt{2}\alpha} \sin \alpha t + \frac{1}{2} \sin \beta t\right) \\ B = i\left(-\frac{f}{\sqrt{2}\alpha} \sin \alpha t - \frac{1}{2} \sin \beta t\right) \\ C = \frac{2J^2}{\alpha^2} + \frac{f^2}{\alpha^2} \cos \alpha t + \frac{\cos \beta t}{2} \\ D = \frac{2J^2}{\alpha^2} + \frac{f^2}{\alpha^2} \cos \alpha t - \frac{\cos \beta t}{2} \\ E = \frac{2fJ}{\alpha^2} (\cos \alpha t - 1) \end{cases} \quad (5)$$

式中 $\alpha = (2f^2 + 4J^2)^{1/2}$, $\beta = (2f^2)^{1/2}$.

2 光场的压缩效应

为了研究光场的压缩效应, 定义光场的两个正交分量为

$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{2}(a + a^{\dagger}) \\ U_2 = \frac{1}{2i}(a - a^{\dagger}) \end{cases} \quad (6)$$

它们满足对易关系和测不准关系

$$\begin{cases} [U_1, U_2] = \frac{i}{2} \\ \langle (\Delta U_1)^2 (\Delta U_2)^2 \rangle \geq \frac{1}{16} \end{cases} \quad (7)$$

对于给定的状态, 若光场的 U_j ($j=1,2$) 分量的涨落满足

$$(\Delta U_j)^2 = \langle U_j^2 \rangle - \langle U_j \rangle^2 < \frac{1}{4} \quad (8)$$

则称光场的 U_j ($j=1,2$) 分量被压缩. 定义压缩参量为

$$Q_j = (\Delta U_j)^2 - \frac{1}{4}, (j=1,2) \quad (9)$$

则光场的压缩条件为 $Q_j < 0$. 利用式(4)不难得出

$$\begin{cases} \langle a \rangle = \langle a^{\dagger} \rangle = 0 \\ \langle a^2 \rangle = \langle a^{\dagger 2} \rangle = 0 \\ \langle a^{\dagger} a \rangle = 2|A|^2 + |E|^2 \\ Q_1 = Q_2 = \frac{1}{2}(2|A|^2 + |E|^2) \geq 0 \end{cases} \quad (10)$$

所以光场不压缩.

3 腔场的反聚束效应

在量子理论中, 描述单模光场的二阶关联函数定义为

$$g^2(t) = \frac{\langle a^{\dagger 2} a^2 \rangle}{\langle a^{\dagger} a \rangle^2} \quad (11)$$

定义 $G(t) = g^2(t) - 1$, 若 $G(t) < 0$, 则称光场呈现出反聚束效应. 利用式(4)可得出

$$\begin{cases} \langle a_A^{\dagger 2} a_A^2 \rangle = 2|A|^2 \\ G(t) = \frac{2|A|^2}{(2|A|^2 + |E|^2)^2} - 1 \end{cases} \quad (12)$$

为了研究原子与腔场间的耦合系数变化, 以及腔场间耦合系数变化对腔场的反聚束效应的影响, 利用式(12), 通过数值计算, 腔场间耦合系数 J 分别取 $0.2f$ 、 $0.5f$ 、 $2f$ 和 $5f$ 时, $G(t)$ 随规范时间 ft 的演化如图 2. 从图 2 中可见: 随腔场间耦合系数 J 的增大, 腔场 A 的反聚束效应最大深度不变, 但呈现反聚束效应的时间区域经历先增大后减小的过程. 这表明腔场 A 的反聚束效应与耦合系数 J 之间存在非线性关系. 另一方面, 随 J 的增大, $G(t)$ 随时间演化的振荡频率增大. 从式(12)可知 $G(t)$ 的振荡

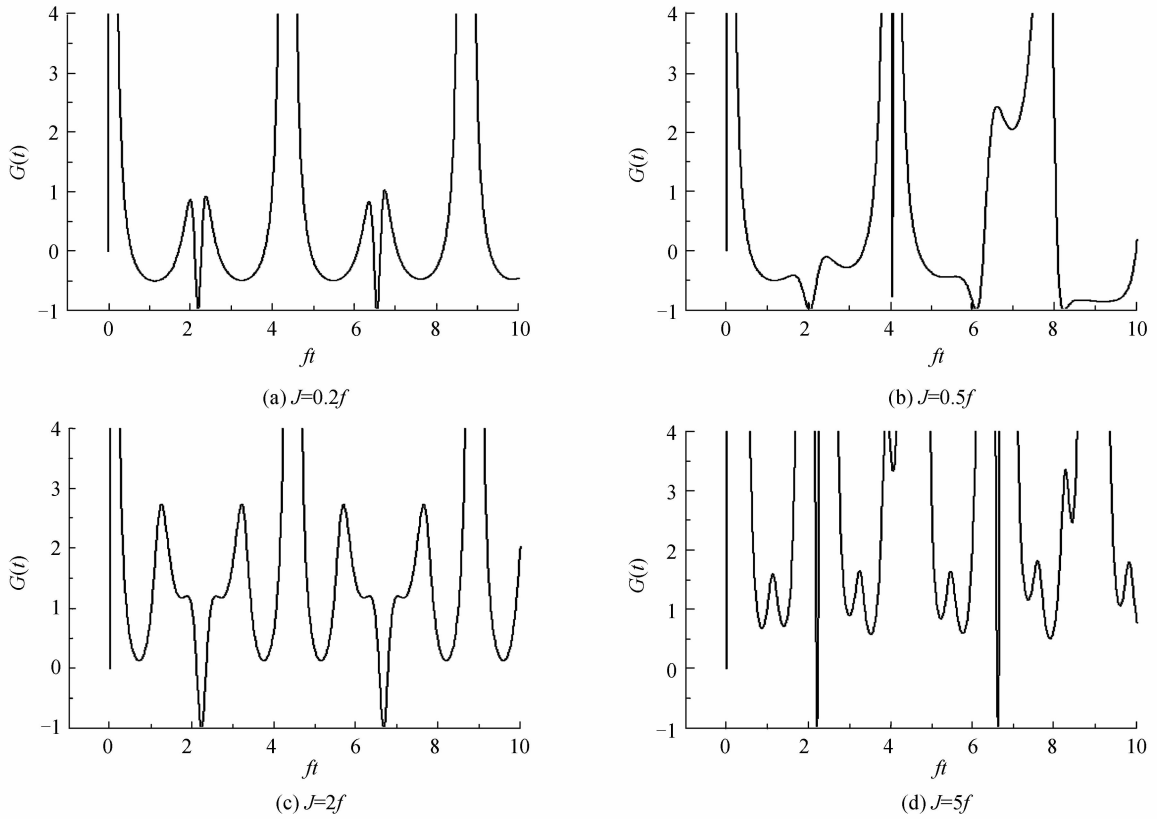


图 2 腔场的二阶关联函数 $G(t)$ 随规范时间 ft 的演化

Fig. 2 The evolution of $G(t)$ with scale time ft

频率随 α 和 β 的增大而增大. 因为随 J 的增大 α 增大, 所以随耦合系数 J 的增大 $G(t)$ 随时间的演化振荡频率增大.

另一方面, 原子与腔场间耦合系数 f 分别取 $0.2J$ 、 $0.5J$ 、 $2J$ 和 $5J$ 时, $G(t)$ 随规范时间 Jt 的演化如图 3. 从图 3 可见: 随原子与腔场间耦合系数 f 的

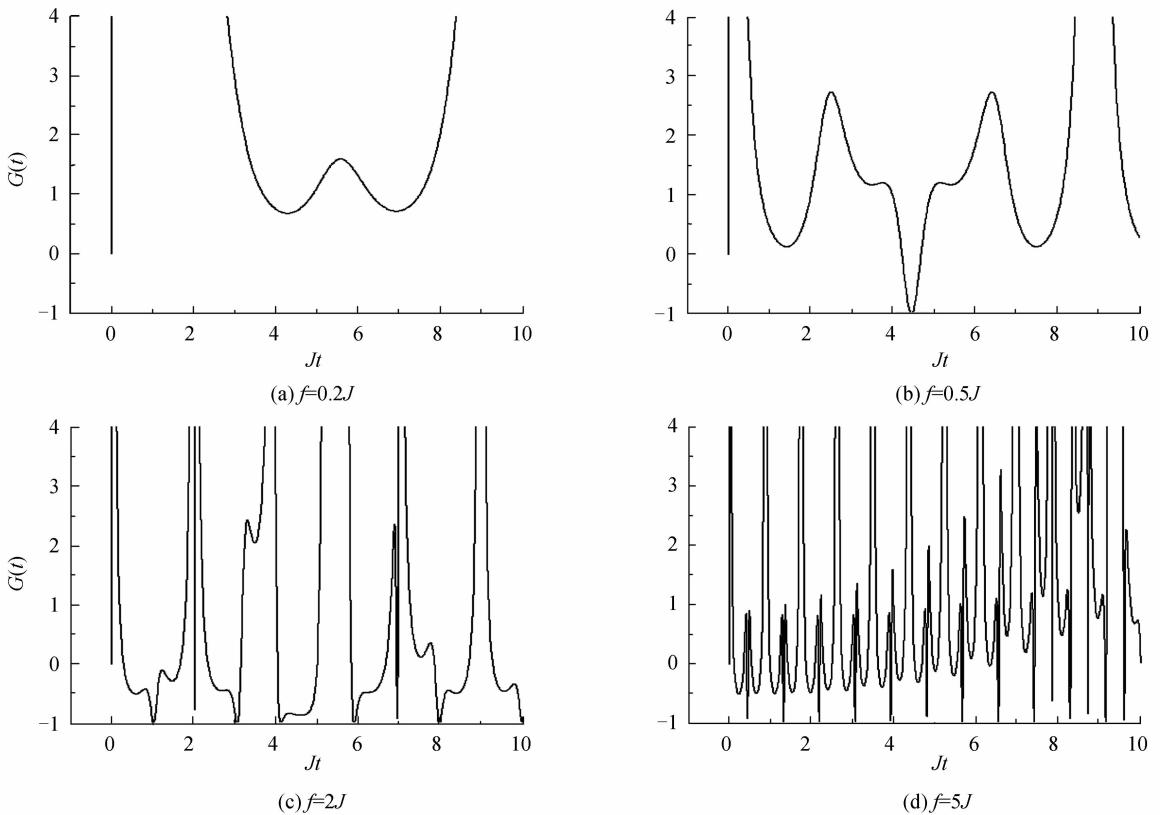


图 3 腔场的二阶关联函数 $G(t)$ 随规范时间 Jt 的演化

Fig. 3 The evolution of $G(t)$ with scale time Jt

增大, $G(t)$ 随时间的演化振荡频率增大. 从式(12)可知 $G(t)$ 的振荡频率随 α 和 β 的增大而增大, 而 α 和 β 随 f 的增大而增大, 所以随耦合系数 f 的增大, $G(t)$ 演化的振荡频率增大. f 较小时, 如图 3(a) 所示, 曲线大于零, 腔场不呈现反聚束效应, 当 f 大于一定值后, 如图 3(b)~(d) 所示, 腔场呈现反聚束效应, 并且随 f 的增大腔场呈现反聚束效应的的时间区域经历先增大后减小的过程. 这表明腔场的反聚束效应与原子与腔场的耦合系数之间也存在着非线性关系. 进一步研究表明, 腔场 B 的二阶关联函数 $G(t)$ 随时间的演化与腔场 A 的演化一致.

4 结论

本文考虑在耦合腔中分别囚禁一个二能级原子, 并且原子通过双光子跃迁与腔场发生共振相互作用的情况. 采用数值计算方法研究了系统总激发数等于 2 时腔场的压缩效应和反聚束效应. 采用数值计算方法讨论了耦合腔的耦合强度变化, 以及原子与腔场间耦合强度变化对反聚束效应的影响. 研究表明: 腔场不呈现出压缩效应, 但会呈现出反聚束效应; 另一方面, 当原子与腔场间耦合强度 f 较小时腔场不呈现反聚束效应, 当 f 大于一定值后腔场呈现反聚束效应, 并且随 f 的增大腔场呈现反聚束效应的的时间区域经历先增大后减小的过程. 同样, 随耦合腔的耦合系数 J 增大, 腔场的反聚束效应最大深度不变, 但其呈现反聚束效应的的时间区域也经历先增大后减小的过程. 这表明腔场的反聚束效应与原子与腔场的耦合系数间, 以及与腔场间耦合系数之间都存在着非线性关系.

参考文献

- [1] FANG Jia-yuan, YAN Xiao-hong, ZHOU Ming, *et al.* Quantum properties of light in the two-photon T-C model in Kerr medium[J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(7): 2133-

2138.
方家元, 颜晓红, 周明, 等. Kerr 介质中双光子 T-C 模型光场的量子特性[J]. *物理学报*, 2004, **53**(7): 2133-2138.
- [2] WANG Xiao-guang, YU Rong-jin, YU Hua. Antibunching effect in the time-dependent Jaynes-Cummings model [J]. *Acta Photonica Sinica*, 1998, **27**(4): 304-308.
王晓光, 于荣金, 于桦. 依赖于时间的 Jaynes-Cummings 模型中的反聚束效应[J]. *光子学报*, 1998, **27**(4): 304-308.
- [3] WANG Xian-cai, CAO Zhuo-liang. Photon antibunching effect in the system of two-mode entangled coherent states interacting with a moving V-type three-level atom[J]. *Journal of Atomic and Molecular Physics*, 2007, **24**(4): 785-788.
汪贤才, 曹卓良. 双模光场与运动三能级原子作用系统的反聚束效应[J]. *原子与分子物理学报*, 2007, **24**(4): 785-788.
- [4] SERAFINI A, MANCINI S, BOSE S. Distributed quantum computation via optical fibers[J]. *Physical Review Letters*, 2006, **96**(1): 010503.
- [5] LI Yan-ling, FANG Mao-fa. Generation of W_n state with three atoms trapped in two remote cavities coupled by an optical fibre[J]. *Chinese Physics B*, 2011, **20**(5): 050314.
- [6] ZHANG Ye-qi, HU Zheng-da, XU Jing-bo. Entanglement transfer through arrays of cavities coupled by optical fibers[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2011, **50**(8): 2438-2445.
- [7] YAMG Z B, XIA Y, ZHENG S B. Resonant scheme for realizing quantum phase gates for two separate atoms via coupled cavities[J]. *Optics Communications*, 2010, **283**(15): 3052-3057.
- [8] LIU Xiao-jian, ZHOU Bing-ju, FANG Mao-fa, *et al.* Information entropy squeezing of the atom of an arbitrary initial state via the two-photon process [J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(2): 704-711.
刘小娟, 周并举, 方卯发, 等. 双光子过程中任意初态原子的信息熵压缩[J]. *物理学报*, 2006, **55**(2): 704-711.
- [9] XU Jing-ping, YANG Ya-ping. The time-dependent atom-field coupling J-C model with an initial squeezing state: two-photon process[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(2): 251-255.
许静平, 羊亚平. 压缩态光场变耦合系数双光子 J-C 模型性质[J]. *光学学报*, 2005, **25**(2): 251-255.
- [10] ALEXANIAN M. Two-Photon exchange between two three-level atoms in separate cavities [J]. *Physical Review A*, 2011, **83**(2): 023814.

Quantum Properties of the Field in the System of Atoms Interacting with Coupled Cavities Via a Two-photon Hopping Interaction

WU Dao-yong

(Department of Electronic Engineering, Wuyi University, Wuyishan, Fujian 354300, China)

Abstract: Two coupled cavities each containing one two-level atom are considered, which interacts with cavity via a two-photon hopping. The evolution of the state vector of the system is given when the total excitation number equals two. The squeezing of field is investigated. By means of the numerical calculations, the influences of cavity-cavity coupling constant and atom-cavity coupling constant on the antibunching effect of field are discussed. The obtained results show that the field does not display squeezing, and the antibunching effect of field has a nonlinear relation with cavity-cavity coupling constant or atom-cavity coupling constant.

Key words: Quantum optics; Two-photon process; Coupling cavities; Quantum properties