

doi: 10.3788/gzxb20124109.1098

# 二项式光场与级联三能级原子在非旋波近似下相互作用的量子特性

丛红璐<sup>1</sup>, 唐多昌<sup>1</sup>, 刘雪华<sup>1</sup>, 成爽<sup>1</sup>, 任学藻<sup>2</sup>

(1 北京交通大学 海滨学院, 河北 黄骅 061100)

(2 西南科技大学 理学院, 四川 绵阳 621010)

**摘 要:**利用全量子理论,在非旋波近似下,对与级联型三能级原子相互作用的二项式光场的光场压缩效应和原子布居几率进行了精确求解.讨论了二项式光场参量  $\eta$  对光场压缩效应的影响,同时也讨论了二项式光场的最大光子数  $M$  对原子布居几率的影响.数值计算结果表明:随着二项式光场参量  $\eta$  的增大,光场压缩效应的持续时间先增大后减小.在非旋波近似下,由于虚光子的影响,光场压缩效应的演化曲线出现了“小锯齿状”的振荡;随着二项式光场的最大光子数  $M$  的增大,原子布居几率回复塌缩周期逐渐增大,并且原子布居几率在塌缩区不能完全塌缩,而是出现了“小锯齿状”的振荡.另外文中也讨论了非旋波项对系统量子特性的影响.

**关键词:**非旋波近似;压缩效应;布居几率

**中图分类号:**O431.2 **文献标识码:**A

**文章编号:**1004-4213(2012)09-1098-6

## 0 引言

1985 年,Stoler 等人提出了介于相干态和数态之间的二项式光场的概念<sup>[1]</sup>.1987 年,Datton 等人发现在自由电子激光中可以产生二项式态光场<sup>[2]</sup>.近年来意大利的 Franco Rosario Lo 等人在实验中利用不同的方法制备了二项式态光场<sup>[3-4]</sup>.另外,人们也对二项式光场的许多量子效应进行了研究,例如:压缩效应<sup>[5]</sup>、反聚束效应<sup>[6]</sup>以及量子纠缠<sup>[7]</sup>等.

旋波近似的方法在量子光学中应用非常广泛,随着实验条件和实验方法的提高,腔场与原子相互作用的耦合强度得到了显著的提高<sup>[8-9]</sup>,在这种情况下非旋波项不能忽略<sup>[10-11]</sup>.本文主要是在非旋波近似下,利用相干态正交化展开方法<sup>[12-13]</sup>,对单模二项式光场与级联型三能级原子相互作用过程中光场压缩效应以及布居几率的演化进行了精确求解.

## 1 模型与求解

单模二项式态光场在数态中定义为<sup>[5]</sup>

$$|\eta M\rangle = \sum_{n=0}^M \beta_n^M |n\rangle,$$

其中

$$\beta_n^M = \left[ \frac{M!}{n! (M-n)!} \eta^n (1-\eta)^{M-n} \right]^{1/2},$$

$M$  为二项式光场的最大光子数( $0 < \eta < 1, M > 0$ ).二项式态之所以称为中间态是因为,当  $\eta$  分别为 0 和 1 时,  $|\eta M\rangle$  分别约化为真空态和 Fock 态,当  $\eta \rightarrow 0, M \rightarrow \infty$  时  $|\eta M\rangle$  约化为相干态,  $\eta M = \alpha^2 = \bar{n}, \bar{n}$  是平均光子数.

级联型三能级原子如图 1 所示,原子的三个能级分别用为  $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$  表示,其中能级  $|1\rangle$  与  $|3\rangle$  之间的跃迁是禁戒的.描述光场与原子相互作用的哈密顿量在非旋波近似下可表示为<sup>[14-15]</sup> ( $\hbar = 1$ )

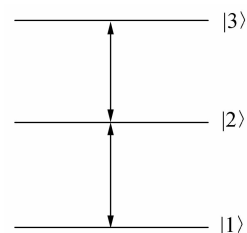


图 1 三能级级联型系统  
Fig. 1 Cascade three-level atom

$$H' = H_f + H_a + H_I \quad (1)$$

$$H_f = \omega_0 a^+ a \quad (2)$$

$$H_a = \omega_1 |1\rangle\langle 1| + \omega_2 |2\rangle\langle 2| + \omega_3 |3\rangle\langle 3| \quad (3)$$

$$H_I = v(a^+ + a)(|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|) + u(a^+ + a)(|2\rangle\langle 3| + |3\rangle\langle 2|) \quad (4)$$

式中  $a^+$  ( $a$ ) 为光场的产生算符(湮没)算符,  $\omega_1, \omega_2$

基金项目:国家自然科学基金委员会-中国工程物理研究院联合基金(No. 10976025/A06)资助

第一作者:丛红璐(1984-),男,硕士研究生,主要研究方向为量子光学. Email: conghonglu@yahoo.com.cn

导师:任学藻(1963-),男,教授,主要研究方向为量子光学. Email: rxz63@sohu.com

收稿日期:2012-02-27;修回日期:2012-04-27

和  $\omega_3$  为原子各个能级的本征频率,  $\omega_0$  为光子的频率,  $u = g \sin \theta$  和  $v = g \cos \theta$  (文中取  $\theta = 45^\circ$ ) 为光场与原子的耦合强度. 文中所讨论模型光场与原子之间无失谐存在, 即  $\omega_2 - \omega_1 = \omega_3 - \omega_2 = \omega_0$ . 为了使系统的哈密顿量对角化, 做  $SO(3)$  旋转变换, 引入么正矩阵  $U$ .

$$U = \begin{bmatrix} \sqrt{2} \sin \theta / 2 & -\sqrt{2} / 2 & \sqrt{2} \cos \theta / 2 \\ \sqrt{2} \sin \theta / 2 & \sqrt{2} / 2 & \sqrt{2} \cos \theta / 2 \\ -\cos \theta & 0 & \sin \theta \end{bmatrix} \quad (5)$$

由么正变换  $H = UH'U^{-1}$ , 可以得到

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} + \omega_0 a^+ a - & & \\ g(a + a^+) & h_{12} & h_{13} \\ & h_{21} & h_{22} + \omega_0 a^+ a + \\ & & g(a + a^+) & h_{23} \\ h_{31} & & h_{32} & h_{33} + \\ & & & \omega_0 a^+ a \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中  $h_{11} = h_{22} = (\omega_3 \sin^2 \theta + \omega_2 + \omega_1 \cos^2 \theta) / 2$ ,  $h_{33} = \omega_3 \cos^2 \theta + \omega_1 \sin^2 \theta$ ,  $h_{12} = h_{21} = (\omega_3 \sin^2 \theta - \omega_2 + \omega_1 \cos^2 \theta) / 2$ ,  $h_{13} = h_{23} = h_{31} = h_{32} = -\sqrt{2} \cos \theta \sin \theta \cdot (\omega_3 - \omega_1) / 2$ .

令系统的波函数为

$$|\Psi\rangle = \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^N c_n |n\rangle_A \\ \sum_{n=0}^N d_n |n\rangle_B \\ \sum_{n=0}^N f_n |n\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^N \frac{c_n}{\sqrt{n!}} (a^+ - \frac{g}{\omega_0})^n e^{\frac{ga}{\omega_0} + \frac{g^2}{2\omega_0^2}} |0\rangle \\ \sum_{n=0}^N \frac{d_n}{\sqrt{n!}} (a^+ + \frac{g}{\omega_0})^n e^{-\frac{ga}{\omega_0} + \frac{g^2}{2\omega_0^2}} |0\rangle \\ \sum_{n=0}^N \frac{f_n}{\sqrt{n!}} (a^+)^n |0\rangle \end{bmatrix} \quad (7)$$

文中利用了两个平移变换  $A = a - g/\omega_0$  和  $B = a + g/\omega_0$  [16-18], 系统的波函数展开成一组完备基  $|n\rangle_A$ ,  $|n\rangle_B$  和  $|n\rangle$ , 这里  $|n\rangle_A$  和  $|n\rangle_B$  是新玻色算符  $A(A^+)$  和  $B(B^+)$  的 Fock 态,  $|n\rangle$  是 Fock 态. 将式(6)和(7)代入薛定谔方程并且分别左乘  $\langle m|_A, \langle m|_B, \langle m|$  得

$$(h_{11} + \omega_0 m - \frac{g^2}{\omega_0}) c_m + h_{12} \sum_{n=0}^N d_n \langle m|n\rangle_B + h_{13} \sum_{n=0}^N f_n \langle m|n\rangle = E c_m \quad (8)$$

$$h_{21} \sum_{n=0}^N c_n \langle m|n\rangle_A + (h_{22} + \omega_0 m - \frac{g^2}{\omega_0}) d_m + h_{23} \sum_{n=0}^N f_n \langle m|n\rangle = E d_m \quad (9)$$

$$h_{31} \sum_{n=0}^N c_n \langle m|n\rangle_A + h_{32} \sum_{n=0}^N d_n \langle m|n\rangle_B + (h_{33} + \omega_0 m) f_m = E f_m \quad (10)$$

式中

$$\begin{aligned} {}_A \langle m|n\rangle &= \langle m|n\rangle_B = (-1)^m D_{mm}(g/\omega_0), \\ {}_A \langle m|n\rangle_B &= (-1)^m D_{nm}(2g/\omega_0), {}_B \langle m|n\rangle_A = \\ &(-1)^{n-m} {}_A \langle m|n\rangle_B, {}_B \langle m|n\rangle = (-1)^{n-m} \langle m|n\rangle_B, \\ \langle m|n\rangle_A &= (-1)^{n-m} \langle m|n\rangle_B, D_{mm}(x) = e^{-x^2/2} \cdot \\ &\sum_{r=0}^{\min(m,n)} \frac{(-1)^r \sqrt{m!n!} x^{m+n-2r}}{r!(m-r)!(n-r)!}, \end{aligned}$$

$x = g/\omega_0$ . 利用数值计算的方法通过求解式(8)~(10)可以精确地求解出系统的能谱  $\{E^{(i)}\}$  和波函数展开的系数  $\{c_n^{(i)}\}, \{d_n^{(i)}\}, \{f_n^{(i)}\} (i=1, \dots, 3N+3)$ .

假设初始时刻光场处于二项式态, 原子处于激发态, 则初始时刻系统波函数可以写为

$$|\psi(0)\rangle = \sum_{n=0}^M \beta_n^M |n\rangle |3\rangle = \sum_{n=0}^M \beta_n^M |n\rangle (U_{11} |3'\rangle + U_{21} |2'\rangle + U_{31} |1'\rangle) = \sum_{i=0}^{3N} k_i [\sum_{n=0}^N (c_n^{(i)} |n\rangle_A |3'\rangle + d_n^{(i)} |n\rangle_B |2'\rangle) + f_n^{(i)} |n\rangle |1'\rangle] \quad (11)$$

式中  $|3'\rangle, |2'\rangle$  和  $|1'\rangle$  是通过  $SO(3)$  旋转变换后的原子能级. 分别左乘  $\langle m|_A, \langle m|_B$  和  $\langle m|$  得

$$\sum_{i=0}^{3N} k_i c_m^{(i)} = U_{11} \sum_{n=0}^M \beta_n^M \langle m|n\rangle \quad (12)$$

$$\sum_{i=0}^{3N} k_i d_m^{(i)} = U_{21} \sum_{n=0}^M \beta_n^M \langle m|n\rangle \quad (13)$$

$$\sum_{i=0}^{3N} k_i f_m^{(i)} = U_{31} \beta_m^M \quad (14)$$

通过求解式(12)~(14)组成的非齐次线性方程组, 便可以得到  $\{k_i\}$ , 任意时刻的波函数为

$$|t\rangle = \sum_{i=0}^{3N} k_i e^{-iE_i t} [\sum_{n=0}^N (c_n^{(i)} |n\rangle_A |3'\rangle + d_n^{(i)} |n\rangle_B |2'\rangle) + f_n^{(i)} |n\rangle |1'\rangle] \quad (15)$$

## 2 光场的压缩性质

单模光场的两个缓变正交厄密算符定义为 [19-20]

$$u_1 = \frac{1}{2} (ae^{i\omega t} + a^+ e^{-i\omega t}) \quad (16)$$

$$u_2 = \frac{1}{2i} (ae^{i\omega t} - a^+ e^{-i\omega t}) \quad (17)$$

有  $[u_1, u_2] = i/2, \langle (\Delta_{u_1})^2 \rangle \langle (\Delta_{u_2})^2 \rangle \geq 1/16$ , 式中  $\langle (\Delta_{u_i})^2 \rangle = \langle u_i^2 \rangle - \langle u_i \rangle^2 (i=1, 2)$ , 定义

$$F_i = 4 \langle (\Delta_{u_i})^2 \rangle - 1 = 4 (\langle u_i^2 \rangle - \langle u_i \rangle^2) - 1 \quad (18)$$

由于  $\langle a \rangle \langle a^2 \rangle$  是实数, 所以有

$$F_1 = [\langle a^+ a \rangle + \langle a^2 \rangle + 2 \langle a \rangle^2] / 2 \quad (19)$$

$$F_2 = [\langle a^+ a \rangle - \langle a^2 \rangle] / 2 \quad (20)$$

若  $F_i < 0$ , 则称光场的  $u_i (i=1, 2)$  分量被压缩, 其中

$$\langle t | a^2 | t \rangle = \sum_{i,j=0}^{3N} k_j k_i e^{i(E_j - E_i)t} \left[ \sum_{m=0}^N (\sqrt{(m+2)(m+1)} c_m^{(j)*} c_{m+2}^{(i)} + \frac{2g}{\omega_0} \sqrt{m+1} c_m^{(j)*} c_{m+1}^{(i)} + \frac{g^2}{\omega_0^2} c_m^{(j)*} c_m^{(i)}) + \sum_{m=0}^N (\sqrt{(m+2)(m+1)} d_m^{(j)*} d_{m+2}^{(i)} - \frac{2g}{\omega_0} \sqrt{m+1} d_m^{(j)*} d_{m+1}^{(i)} + \frac{g^2}{\omega_0^2} d_m^{(j)*} d_m^{(i)}) + \sum_{m=0}^N \sqrt{(m+2)(m+1)} f_m^{(j)*} f_m^{(i)} \right] \quad (21)$$

$$\langle t | a^+ a | t \rangle = \sum_{i,j=0}^{3N} k_j k_i e^{i(E_j - E_i)t} \left[ \sum_{m=0}^N (c_m^{(j)*} c_m^{(i)} m + c_m^{(j)*} c_{m-1}^{(i)} \frac{g}{\omega_0} \sqrt{m} + c_m^{(j)*} c_{m+1}^{(i)} \frac{g}{\omega_0} \sqrt{m+1} + c_m^{(j)*} c_m^{(i)} \frac{g^2}{\omega_0^2}) + \sum_{m=0}^N (d_m^{(j)*} d_m^{(i)} m - d_m^{(j)*} d_{m-1}^{(i)} \frac{g}{\omega_0} \sqrt{m} - d_m^{(j)*} d_{m+1}^{(i)} \frac{g}{\omega_0} \sqrt{m+1} + d_m^{(j)*} d_m^{(i)} \frac{g^2}{\omega_0^2}) + \sum_{m=0}^N f_m^{(j)*} f_m^{(i)} m \right] \quad (22)$$

$$\langle t | a | t \rangle = \sum_{i,j=0}^{3N} k_j k_i e^{i(E_j - E_i)t} \left[ \sum_{m=0}^N (\sqrt{(m+1)} c_m^{(j)*} c_{m+1}^{(i)} + \frac{g}{\omega_0} c_m^{(j)*} c_m^{(i)}) + \sum_{m=0}^N (\sqrt{m+1} d_m^{(j)*} d_{m+1}^{(i)} - \frac{g}{\omega_0} d_m^{(j)*} d_m^{(i)}) + \sum_{m=0}^N \sqrt{m+1} f_m^{(j)*} f_{m+1}^{(i)} \right] \quad (23)$$

图 2 为初始时刻原子处于激发态, 光场处于二项式态,  $\omega_0 = 100 g$ ,  $M = 100$ ,  $\eta$  取不同值时  $F_1$  分量随时间变化的曲线. 图 2(a) 中  $\eta = 0.04$ , 光场处于相干态, 光场  $F_1$  分量存在较短时间的压缩效应. 随着  $\eta$  的增大, 光场过度到中间态, 如图 2(b) 和 2(c) 所

示,  $F_1$  分量的压缩程度加深, 压缩效应持续时间明显增加. 当  $\eta = 0.9$  时, 光场处于 Fock 态, 光场  $F_1$  分量压缩效应的持续时间明显减小. 这与文献[5]得到的结论是一样的.

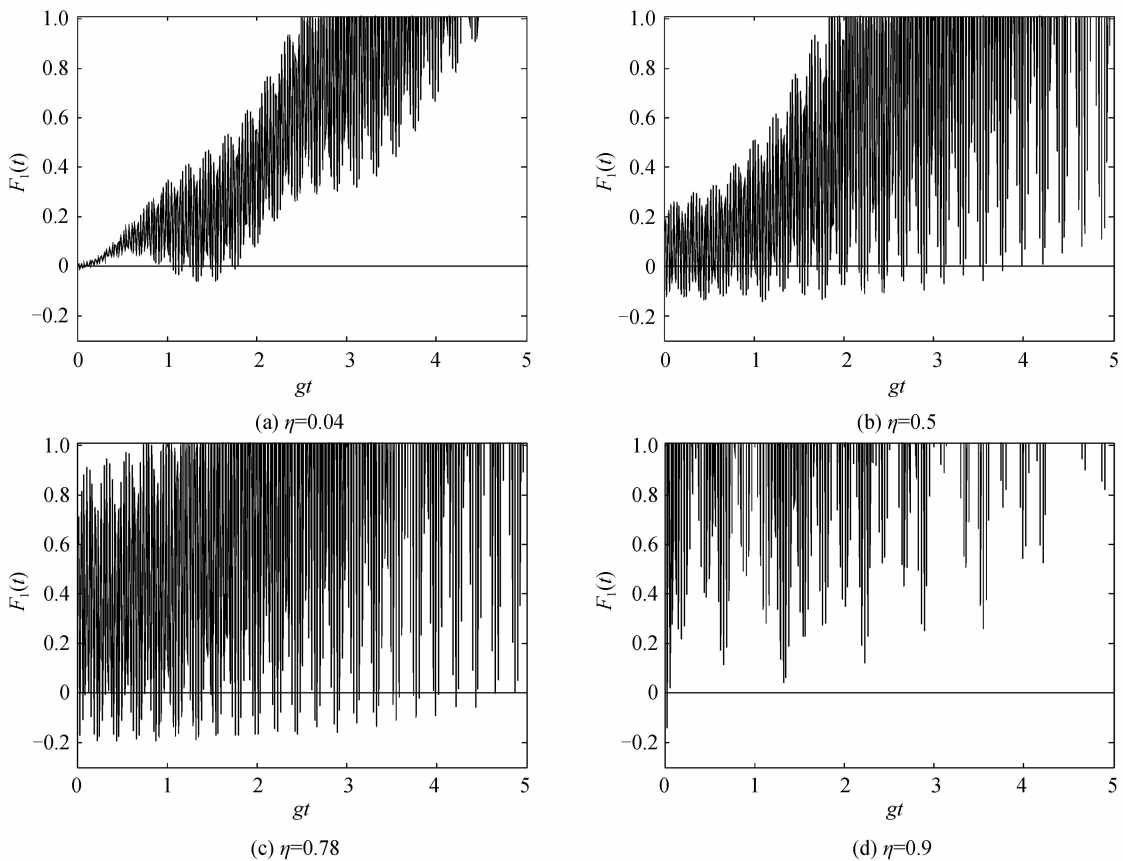


图 2  $\eta$  取不同值时  $F_1$  随时间的演化 ( $M=100$ )

Fig. 2 The evolution of  $F_1$  for different  $\eta$  when  $M=100$

通过与文献[5]对比可以发现, 在非旋波近似下得到的  $F_1$  演化曲线的包络线与旋波近似下  $F_1$  的演化曲线完全相同. 但是非旋波近似下  $F_1$  演化曲线会出现“小锯齿状”的振荡, 这主要是由于非旋波项跃迁所产生的光子的寿命很小, 称为虚光子, 根据海森堡能量-时间不确定关系, 非旋波项对应的跃迁

过程导致系统能量改变很大, 因此在光场与原子相互作用系统中, 虚光子对光场与原子相互作用系统具有很大的影响, 也就是图中所看到的“小锯齿状”的振荡, 即所谓的量子噪音<sup>[10,21-22]</sup>, 说明在平均光子数较大时非旋波项的贡献不可忽略.

### 3 布居几率

将任意时刻的波函数分别投影到  $|3\rangle$ 、 $|2\rangle$  和  $|1\rangle$ , 便可以求出各能级的布居几率.

$$P_\alpha = \sum_{i,j=0}^{3N} k_j k_i e^{-i(E_i - E_j)t} \left\{ \sum_{m=0}^N (U_{1l}^2 c_m^{(j)} c_m^{(i)} + U_{2l}^2 d_m^{(j)} d_m^{(i)} + U_{3l}^2 f_m^{(j)} f_m^{(i)}) + \sum_{n,m=0}^N [U_{1l} U_{2l} (c_m^{(j)} d_n^{(i)} \langle m|n\rangle_B + (-1)^{n-m} d_m^{(j)} c_n^{(i)} \langle m|n\rangle_B) + U_{1l} U_{3l} (c_m^{(j)} f_n^{(i)} \langle m|n\rangle_B + f_m^{(j)} c_n^{(i)} (-1)^{n-m} \langle m|n\rangle_B) + U_{2l} U_{3l} (d_m^{(j)} f_n^{(i)} (-1)^{n-m} \langle m|n\rangle_B + \right.$$

$$\left. f_m^{(j)} d_n^{(i)} \langle m|n\rangle_B \right\}$$

式中,  $\alpha=3\cdots 1$ ,  $l=1\cdots 3$ ,  $P_1$ ,  $P_2$  和  $P_3$  分别代表  $|1\rangle$ 、 $|2\rangle$  和  $|3\rangle$  能级的布居几率.

图 3 为原子初始时刻处于激发态, 光场处于二项式态,  $\omega_0=100$  g,  $\eta=0.3$ ,  $M$  取不同值时原子布居几率的演化曲线. 从图中可以清楚地看到回复塌缩现象, 这主要是因为, 各种具有不同光子数的拉比振荡的相干叠加<sup>[10]</sup>. 随着  $M$  的增大, 平均光子数  $\bar{n}$  逐渐增大, 从图 3 中可以看到, 原子布居几率塌缩回复的周期也逐渐增大.

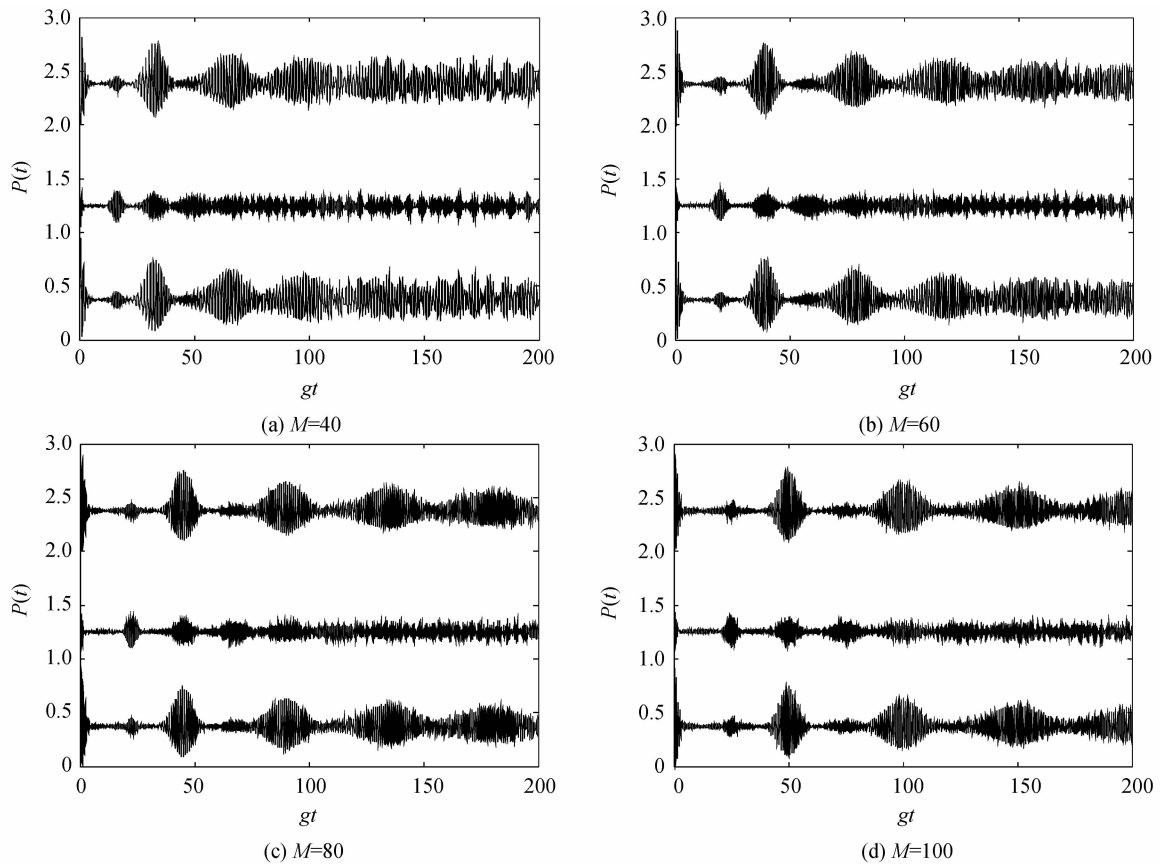


图 3  $M$  取不同值时原子布居几率随时间的演化 ( $\eta=0.3$ )

Fig. 3 The evolution of atomic population for different  $M$  when  $\eta=0.3$

另外, 当平均光子数较小时, 如图 3(a) 所示, 原子布居几率的塌缩区完全塌缩, 随着平均光子数的增大, 如图 3(d) 所示, 塌缩区出现了小锯齿状的振荡, 这在旋波近似下是不会发生的<sup>[22-23]</sup>, 说明了随着平均光子数  $\bar{n}$  的增加, 非旋波项的影响同样逐渐增强.

### 4 结论

本文利用相干态正交化展开方法, 在非旋波近似下对二项式光场与级联型三能级原子相互作用的光场压缩效应和布居几率进行了精确求解. 数值计算的结果表明了: 随着光场参量  $\eta$  的增大, 光场压缩效应的持续时间先增大后减小, 与旋波近似下结果

相比可知, 由于量子噪音的存在, 使得压缩效应曲线存在高频的“小锯齿状”的振荡; 随着  $M$  的增大, 原子布居几率回复塌缩的周期逐渐增大, 并且塌缩区不能够完全塌缩, 而是出现了“小锯齿状”的振荡, 由此表明随着平均光子数  $\bar{n}$  的增大, 非旋波项的贡献不可忽略.

#### 参考文献

- [1] STOLER D, SALEH B, TEICH M C. Binomial states of the quantized radiation field[J]. *Optica Acta*, 1985, **32**(3): 345-355.
- [2] DATTPLI G, GALLARDO J, TORRE A. Binomial states of the quantized radiation field: comment[J]. *JOSA B*, 1987, **4**(2): 185-191.
- [3] FRANCO R L, COMPAGNO G, MESSINA A, *et al.* Single-shot generation and detection of a two-photon generalized

- binomial state in a cavity[J]. *Physical Review A*, 2006, **74**(4): 5803-5806.
- [4] FRANCO R L, COMPAGNO G, MESSINA A, *et al.* Efficient generation of N-photon binomial states and their use in quantum gates in cavity QED[J]. *Physics Letters A*, 2010, **374**(22): 2235-2242.
- [5] HU Yao-hua, FANG Mao-fa, JIANG Chun-lei. Quantum properties of the binomial state field interacting with a cascade three-level atom [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2006, **23**(6): 843-847.  
胡要花, 方卯发, 姜春雷. 与级联三能级原子相互作用的二项式光场的量子特性[J]. 量子电子学报, 2006, **23**(6): 843-847.
- [6] VERNA A, SHARMA N K, PATHAK A. Higher order antibunching in intermediate states[J]. *Physics Letters A*, 2008, **372**(18): 5542-5551.
- [7] HU Yao-hua, FANG Mao-fa, LIAO Xiang-ping, *et al.* Quantum entanglement of the binomial field interacting with a cascade three-level atom[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(9): 4631-4637.  
胡要花, 方卯发, 廖湘萍, 等. 二项式光场与级联三能级原子的量子纠缠[J]. 物理学报, 2006, **55**(9): 4631-4637.
- [8] IRISH E K, GEA-BANACLOCHE J, MARTIN I, *et al.* Dynamics of a two-level system strongly coupled to a high-frequency quantum oscillator[J]. *Physical Review B*, 2006, **72**(19): 195410.
- [9] GUNTER G, ANAPPARA A A, HEES J, *et al.* Sub-cycle switch-on of ultrastrong light-matter interaction[J]. *Nature*, 2009, **458**(12): 178-181.
- [10] JIA Fei, XIE Shuang-yuan, YANG Ya-ping. Interaction of an atom with a field with varying frequency without rotating-wave approximation [J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(11): 5835-5841.  
贾飞, 谢双媛, 羊亚平. 非旋波近似下频率变化的场与原子的相互作用[J]. 物理学报, 2006, **55**(11): 5835-5841.
- [11] GAMBETTA J, BLAIS A, SCHUSTER D I, *et al.* Qubit-photon interactions in a cavity: Measurement-induced dephasing and number splitting [J]. *Physical Review A*, 2006, **74**(4): 042318.
- [12] REN Xue-zao, JIANG Dao-lai, CONG Hong-lu, *et al.* Exact calculations of the energy spectra and the dynamical properties of a two-level system[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(8): 5394-5399.  
任学藻, 姜道来, 丛红璐, 等. 精确计算非旋波近似下二能级系统的能谱和动力学性质[J]. 物理学报, 2009, **58**(8): 5394-5399.
- [13] REN Xue-zao, LIAO Xu, HUANG Shu-wen. Study of one-dimensional Holstein polaron in infinite lattice [J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(4): 2680-2683.  
任学藻, 廖旭, 黄书文. 有限格点一维 Holstein 极化子研究[J]. 物理学报, 2009, **58**(8): 5394-5399.
- [14] CONG Hong-lu, REN Xue-zao, JIANG Dao-lai, *et al.* An exact solution of evolution of the field entropy in a system of three-level cascade type atom interacting with single-mode coherent field[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(5): 3221-3226.  
丛红璐, 任学藻, 姜道来, 等. 精确求解级联型三能级原子与单模相干态光场熵的演化特性[J]. 物理学报, 2010, **59**(5): 3221-3226.
- [15] REN Xue-zao, CONG Hong-lu, WANG Xu-wen, *et al.* Quantum entanglement of the binomial field interacting with a cascade three-level atom beyond the rotating wave approximation[J]. *Science in China Series G*, 2011, **54**(9): 1625-1630.
- [16] CHEN Qing-hu, ZHANG Yu-yu, LIU Tao, *et al.* Numerically exact solution to the finite-size Dicke model[J]. *Physical Review A*, 2008, **78**(5): 051801.
- [17] LIU Tao, WANG Ke-lin, FENG Mang. Lower ground state due to counter-rotating wave interaction in a trapped ion system[J]. *Journal of Physics B*, 2007, **40**(11): 1967-1974.
- [18] LIU Tao, ZHANG Yu-yu, CHEN Qing-hu, *et al.* Large-N scaling behavior of the ground-state energy, fidelity, and the order parameter in the dicke model[J]. *Physical Review A*, 2009, **80**(2): 023801.
- [19] LU Dao-ming. Squeezing effects of field with a time-varying frequency in the multiphoton Jaynes-Cummings model [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(7): 1840-1845.  
卢道明. 多光子 J-C 模型中频率随时间变化场的压缩效应[J]. 光子学报, 2009, **38**(7): 1840-1845.
- [20] MENG Xiang-guo, WANG Ji-suo. New even and odd nonlinear coherent states and their non-classical properties [J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **56**(4): 2154-2159.  
孟祥国, 王继锁. 新的奇偶非线性相干态及其非经典性质[J]. 物理学报, 2006, **56**(4): 2154-2159.
- [21] ZHANG WAN-juan, WANG Zhi-guo, Xie Shuang-yuan, *et al.* Interaction of an atom with a squeezed field of time-varying frequency[J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(4): 2168-2174.  
张婉娟, 王治国, 谢双媛, 等. 频率变化的压缩态光场与原子的相互作用[J]. 物理学报, 2007, **56**(4): 2168-2174.
- [22] WAN Lin, LIU Su-mei, LIU San-qiu. Influences of the virtual photon process on the squeezing effects of a single-mode light field in the T-C model[J]. *Acta Physica Sinica*, 2002, **51**(1): 84-90.  
万琳, 刘素梅, 刘三秋. T-C 模型中虚光子过程对光场压缩效应的影响[J]. 物理学报, 2009, **51**(1): 84-90.
- [23] LIAO Xu, CONG Hong-lu, JIANG Dao-lai, *et al.* Influence of the field with varying frequency modulation on atomic population inversion in non-rotating-wave approximation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(8): 5508-5513.  
廖旭, 丛红璐, 姜道来, 等. 非旋波近似下频率变化的光场对原子布居反转的调控[J]. 物理学报, 2010, **59**(8): 5508-5513.

## Quantum Properties of the Binomial Field Interacting with a Cascade Three-level Atom Beyond the Rotating Wave Approximation

CONG Hong-lu<sup>1</sup>, TANG Duo-chang<sup>1</sup>, LIU Xue-hua<sup>1</sup>, CHENG Shuang<sup>1</sup>, REN Xue-zao<sup>2</sup>

(1 *Haibin College, Beijing Jiaotong University, Huanghua, Hebei 061100, China*)

(2 *School of Science, Southwest University of Science and Technology, Mianyang, Sichuan 621010, China*)

**Abstract:** The squeezing effect and atomic population of the binomial field interacting with a cascade three level atom are calculated accurately without rotating-wave approximation (without RWA) by using the complete quantum theory. The influences of the binomial state field parameter  $\eta$  on the field squeezing effect and the maximum photon number  $M$  of the binomial state field on the atomic population are considered. The results obtained from using the numerical method show that with increase of the binomial state field parameter  $\eta$ , the duration of the squeezing effect increases at first and then decreases. The little indentation oscillation appears in the evolution curves of the field squeezing effect, which is caused by virtual photon without RWA. The period of the revival-collapse increases with the increase of the maximum photon number  $M$ , and the atomic population can not collapse completely in the collapse regime, but displays little indentation oscillation. In addition the influence of the without-RWA terms on the quantum properties of the system are discussed.

**Key words:** Without rotating-wave approximation; Squeezing effect; Population