

doi: 10.3788/gzxb20124108.0999

# 高阶非线性薛定谔方程的分步小波方法

钟鸣宇<sup>1</sup>, 刘东风<sup>2</sup>, 胡长俊<sup>1</sup>

(1 安徽理工大学 电气与信息工程学院 通信系, 安徽 淮南 232001)

(2 南京信息职业技术学院, 南京 210046)

**摘 要:**用小波变换代替傅里叶变换解高阶非线性薛定谔方程, 为高阶薛定谔方程的数值解提供了一种工具, 提高了运算速度. 本文分析了高阶非线性薛定谔方程分步解法的一般形式, 选用 Db10 小波, 得到了小波微分算子和色散算子对应的矩阵, 得出了分步小波方法的算法公式. 推导了色散算子和时域信号在小波域相乘的近似运算公式, 说明了分步傅里叶方法比分步小波方法的复数乘法次数更多, 同时说明了提高运算速度必须舍弃一定的运算准确度. 最后以分步傅里叶方法为准, 分析了分步小波方法的误差, 结果表明: 对于一阶孤子, 分步小波方法与分步傅里叶方法间的相对误差在 1.2% 左右波动.

**关键词:**非线性光学; 分步小波方法; 数值计算; Daubechies 小波; 微分算子

**中图分类号:** TN929

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1004-4213(2012)08-0999-5

## 0 引言

利用数值方法求解非线性薛定谔方程是研究非线性光纤光学的一种重要方法. 非线性薛定谔方程具有不同的解法, 其中最常用的是分步傅里叶方法<sup>[1-2]</sup>. 近年来, 国内外学者对信号在小波域的微分开展了大量研究, 特别是利用 Daubechies 小波对信号进行微分<sup>[3-6]</sup>. 利用二维小波分解, 可以降低矩阵与向量相乘的运算复杂度<sup>[7]</sup>, 为小波变换用于解非线性薛定谔方程奠定了基础, 因而分步小波方法随之出现<sup>[8-10]</sup>. 然而前人的研究工作都没有涉及高阶效应, 限制了该方法的应用范围.

本文分析了高阶非线性薛定谔方程分步解法的一般形式, 选取 Db10 小波, 得到了小波微分算子和色散算子对应的矩阵, 得出了分步小波方法的算法公式. 推导了色散算子和时域信号在小波域相乘的近似运算公式, 说明了分布傅里叶方法比分步小波方法的复数乘法次数更多, 也就意味着必须舍弃一定的运算准确度才能提高运算速度. 最后, 以分步傅里叶方法为准, 分析了分步小波方法的误差, 结果表明: 对于一阶孤子, 分步小波方法与分步傅里叶方法间的相对误差在 1.2% 左右波动.

## 1 非线性薛定谔方程及分步解法

假定光纤损耗得到周期放大器提供的增益补

偿, 光脉冲传输可由归一化非线性薛定谔方程描述

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = i \delta_3 \frac{\partial^3 u}{\partial \tau^3} \dots \dots - i s \frac{\partial}{\partial \tau} (|u|^2 u) + \tau_R u \frac{\partial |u|^2}{\partial \tau} \quad (1)$$

式中  $u$ 、 $\xi$ 、 $\tau$  分别为归一化脉冲包络复振幅、归一化距离和归一化时间, 可分别表示为

$$u = \left[ \frac{\gamma T_0^2}{|\beta_2|} \right]^{1/2} A = \frac{A}{\sqrt{P_0}}, \xi = \frac{|\beta_2| z}{T_0^2}, \tau = \frac{t - z/v_g}{T_0}$$

式中,  $A$  为脉冲的实际振幅,  $z$  为传输距离,  $t$  为时间,  $v_g$  为脉冲群速度,  $P_0$  为输入脉冲峰值功率, 对双曲正割脉冲,  $T_0 = T_{FWHM}/1.76$  为脉冲初始半宽度,  $\gamma$  为光纤的非线性系数,  $\delta_3 = \beta_3/6 |\beta_2| T_0$ ,  $s = 1/\omega_0 T_0$ ,  $\tau_R = T_R/T_0$  分别为归一化的三阶色散参量、自陡峭参量和喇曼自频移参量. 分步小波方法与分步傅里叶方法在处理自陡效应和喇曼效应的方法相同, 为了突出其不同点, 忽略了方程中的喇曼效应和自陡效应, 方程变为

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = i \delta_3 \frac{\partial^3 u}{\partial \tau^3} \quad (2)$$

根据分步方法的基本原理, 式(1)改写为

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = (\hat{D} + \hat{N}) u \quad (3)$$

式中,  $\hat{D}$  表示线性介质的色散;  $\hat{N}$  表示非线性算符.

$$\hat{D} = \frac{i}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \delta_3 \frac{\partial^3}{\partial \tau^3}, \hat{N} = i |u|^2 \quad (4)$$

第一作者: 钟鸣宇(1982-), 男, 讲师, 硕士研究生, 主要研究方向为高速光通信系统. Email: ap0005238.c.b@163.com  
收稿日期: 2011-11-02; 修回日期: 2012-04-09

分步方法假定在传输过程中,光场每通过一小段距离,色散和非线性效应可分别作用,得到近似结果. 第一步,仅有非线性作用;第二步,仅有色散作用,其数学表达式为

$$u(\xi+h, \tau) = \exp[h(\hat{D} + \hat{N})]u(\xi, \tau) \quad (5)$$

为了提高准确度,本文采用对称形式

$$u(\xi+h, \tau) \approx \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\exp\left[\int_{\xi}^{\xi+h} \hat{N}(\xi')d\xi'\right] \cdot \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)u(\xi, \tau) \quad (6)$$

只要步长  $h$  和  $\tau$  足够小,准确度可以得到保证. 由于采用分步小波算法,  $\tau$  的选择必须满足  $2^{-j}$  ( $j \in \mathbb{Z}$ ).

## 2 多尺度小波分解

离散傅里叶分析把能量有限信号分解为一系列的正弦波和余弦波. 也就是说,将原始信号映射到正弦波和余弦波构成的  $L^2(\mathbb{R})$  空间上. 与此类似,小波变换是把信号映射由到一系列“小波”构成的子空间上.

$V_j$  称为近似空间. 根据近似空间的不同,  $\varphi$  有多种选择,从而对应不同的多分辨率分析. 其中  $V_0$  称为零度空间,在此空间上,信号可分解为

$$P_0 f(x) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k^0 \varphi(x-k) \quad (7)$$

式中,  $s_k^0 = \langle f(x), \varphi(x-k) \rangle$ . 由于空间  $V_1$  包含  $V_0$ , 也就是说,信号可以在空间  $V_1$  上分解,并且比在  $V_0$  上分解更加接近  $f(x)$  (显然,在  $V_1$  上分解时点数更多),以此类推,信号可在  $V_n$  上分解为

$$P_n f(x) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k^n \varphi(2^n x - k) \quad (8)$$

$V_n$  与  $V_0$  关系为:  $\varphi_n^k = 2^{n/2} \varphi(2^n x - k)$

## 3 小波微分算子及算子矩阵

### 3.1 微分算子矩阵

信号在空间  $V_j$  上的投影可表示为

$$P_j f(x) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k^j \varphi(2^j x - k) \quad (9)$$

$P$  表示映射运算. 则其对  $x$  求导为

$$\frac{d}{dx} P_j f(x) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k^j \frac{d}{dx} \varphi(2^j x - k) \quad (10)$$

此时  $\frac{d}{dx} f(x)$  并没有映射在  $\varphi(x)$  空间上,  $\frac{d}{dx} \varphi(x)$  不 正交. 为使其正交,将  $\frac{d}{dx} \varphi(x)$  映射在  $\varphi(x)$  空间上<sup>[5]</sup>

$$P_j \frac{d}{dx} P_j f(x) = \sum_{l=0}^{N-1} \langle \frac{d}{dx} P_j f(x), \varphi(2^j x - l) \rangle \cdot$$

$$\varphi(2^j x - l) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} s_k^j 2^j \langle \frac{d}{dx} \varphi(2^j x - k),$$

$$\varphi(2^j x - l) \rangle \varphi(2^j x - l)$$

即

$$\frac{d}{dx} f(x) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k^j \cdot \mathbf{R}_1^H \varphi(2^j x - k) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k^j \varphi(2^j x - k) \quad (11)$$

$\mathbf{R}_1$  中的元素为  $r_{k,l}^j = 2^j \langle \frac{d}{dx} \varphi(x-k), \varphi(x-l) \rangle$ , 其维数为  $N \times N$ ,  $\mathbf{R}_1^H$  表示  $\mathbf{R}_1$  的转置矩阵. 类似的,对  $x$  二阶求导

$$\frac{d^2}{dx^2} f(x) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k^j \cdot \mathbf{R}_2^H \varphi(2^j x - k) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k^j \varphi(2^j x - k)$$

即

$$s_k^j = s_k^j \cdot \mathbf{R}_2^H \quad (12)$$

$\mathbf{R}_2$  中的元素为

$$r_{k,l}^j = 2^{2j} \langle \frac{d^2}{dx^2} \varphi(2^j x - k), \varphi(2^j x - l) \rangle, \mathbf{R}_2 \text{ 的维}$$

数为  $N \times N$ . 同理可得对  $x$  三阶求导的情况.

### 3.2 消失矩的选择及微分算子的值

对  $\frac{d^n}{dx^n} f(x) = f(x) \cdot \mathbf{R}_n^H$ ,  $\mathbf{R}_n$  中每一个元素的值由式(13)计算

$$r_{k,l}^j = 2^{2j} \langle \frac{d^n}{dx^n} \varphi(2^j x - k), \varphi(2^j x - l) \rangle \quad (13)$$

即计算  $r_\lambda = \langle \frac{d^n}{dx^n} \varphi(x), \varphi(x-\lambda) \rangle$ , 其中  $\lambda = l - k$ .

由式(13)可知,选择不同的消失矩,矩阵  $\mathbf{R}_n$  也不同. 矩阵中非零元素的个数与小波基的支撑长度密切相关. 消失矩越大,支撑长度越长,矩阵中的非零元素个数越多. 消失矩为  $M=10$  的小波基;其支撑长度为  $L=2M-1=19$ . 消失矩不是越小越好;消失矩越大,小波基越光滑,可微次数越多,本文中需要处理三阶色散,小波基至少能三次可微. 根据经验公式,对 Daubechies 小波,三次可导需要消失矩  $M \geq 9$ <sup>[6]</sup>. 选择  $M=10$ , Daubechies 尺度函数简称为  $D_{20}$  尺度函数,其波形没有解析表达式,只能通过迭代取得.

所有的  $r_\lambda$  系数均满足<sup>[3]</sup>

$$r_\lambda = 2^n \left[ r_{2\lambda} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M c_{2k-1} (r_{2\lambda-2k+1} + r_{2\lambda+2k-1}) \right],$$

$\sum_{\lambda} \lambda^n r_\lambda = (-1)^n n!$ .  $n$  表示微分的阶数,当  $n$  为偶数时  $r_\lambda = r_{-\lambda}$ , 当  $n$  为奇数时  $r_\lambda = -r_{-\lambda}$ ; 其中  $c_m = \sum_{i=0}^{2M-1-m} p_i p_{i+m}$  ( $m=1, \dots, 2M-1$ ) 是尺度函数系数  $p_i$  的自相关. 实际求取  $c_m$  时,不必知道  $p_i$  的值,计算公式为<sup>[3]</sup>

$$A_M = \left[ \frac{(2M-1)!}{(M-1)! 4^{M-1}} \right]^2,$$

$$c_{2m-1} = \frac{(-1)^{m-1} A_m}{(M-m)! (M+m-1)! (2m-1)},$$

$$(m=1, \dots, M)$$

#### 4 分步小波方法及快速算法

由式(6)可以发现,对非线性的处理,分步傅里叶方法和分步小波方法是相同的;不同之处在于如何处理色散项中对时间求导.分步小波算法的色散段可写为

$$u(\xi + \frac{h}{2}, \tau) = u(\xi, \tau) \exp \left[ \frac{h}{2} \hat{D} \right] \dots =$$

$$u(\xi, \tau) \exp \left[ \frac{h}{2} \left[ \frac{i}{2} \mathbf{R}_2^H + \delta_3 \mathbf{R}_3^H \right] \right] \quad (14)$$

完整的分步小波方法可写为

$$u(\xi + h, \tau) = u(\xi, \tau) \exp \left[ \frac{h}{2} \left[ \frac{i}{2} \mathbf{R}_2^H + \delta_3 \mathbf{R}_3^H \right] \right] \dots$$

$$\exp \left[ \int_{\xi}^{\xi+h} \hat{N}(\xi') d\xi' \right] \exp \left[ \frac{h}{2} \left[ \frac{i}{2} \mathbf{R}_2^H + \delta_3 \mathbf{R}_3^H \right] \right] \quad (15)$$

分步小波方法不但为解非线性薛定谔方程提供了一种工具,并且其运算复杂度与分步傅里叶相比,应该有进一步的下降.设数值计算设取样点数为  $N$ ,在每次运算式(14)时,  $u(\xi, \tau)$  离散化的结果是  $\mathbf{U}(\xi, N)$ , 该向量的尺寸为  $1 \times N$ . 并且令

$$\mathbf{M} = \exp \left( \frac{h}{2} \left( \frac{i}{2} \mathbf{R}_2^H + \delta_3 \mathbf{R}_3^H \right) \right) \quad (16)$$

矩阵  $\mathbf{M}$  的尺寸为  $N \times N$ , 设该矩阵是  $\mathbf{J}(x, y)$  离散化的结果, 简记为  $\mathbf{J}$ . 运算每一步色散的过程中

$$\mathbf{U}(\xi + \frac{h}{2}, N) = \mathbf{U}(\xi, N) \times \mathbf{J} \quad (17)$$

简便起见, 令  $\mathbf{U} = \mathbf{U}(\xi, N)$ ,  $T(\mathbf{U}) = \mathbf{U}(\xi + \frac{h}{2},$

$N)$ . 有  $T(\mathbf{U}) = \mathbf{U} \times \mathbf{J}$ , 将方程两边同时转置可得:  $T(\mathbf{U})^H = \mathbf{J}^H \times \mathbf{U}^H$

设  $\mathbf{J}^H = \mathbf{K}$ ,  $\mathbf{U}^H = \mathbf{V}$ . 则方程可写为

$$T(\mathbf{V}) = \mathbf{K} \times \mathbf{V} \quad (18)$$

其运算复杂度为  $O(N^2)$ , 超过了使用快速傅里叶变换的分步傅里叶方法. 提高运算速度的主要问题归结为如何提高矩阵与向量相乘的运算速度.

如设式(18)是以下算子离散化的结果

$$T(\mathbf{V})(x) = \iint \mathbf{K}(x, y) \mathbf{V}(y) dy \quad (19)$$

$$\mathbf{K}(x, y) = \sum_{l,r} D_{l,r} \psi_l(x) \psi_r(y) + \sum_{l,r} H_{l,r} \psi_l(x) \cdot$$

$$\varphi_r(y) + \sum_{l,r} V_{l,r} \varphi_l(x) \psi_r(y) + \sum_{l,r} A_{l,r} \varphi_l(x) \cdot$$

$$\varphi_r(y) \quad (20)$$

式中

$$D_{l,r} = \iint \mathbf{K}(x, y) \psi_l(x) \psi_r(y) dx dy \quad (21)$$

$$H_{l,r} = \iint \mathbf{K}(x, y) \psi_l(x) \varphi_r(y) dx dy \quad (22)$$

$$V_{l,r} = \iint \mathbf{K}(x, y) \varphi_l(x) \psi_r(y) dx dy \quad (23)$$

$$A_{l,r} = \iint \mathbf{K}(x, y) \varphi_l(x) \varphi_r(y) dx dy \quad (24)$$

$$V(y) = \sum_l s_l \varphi(y) + \sum_l d_l \psi(y) \quad (25)$$

式中

$$s_l = \int V(y) \varphi(y) dy$$

$$d_l = \int V(y) \psi(y) dy \quad (26)$$

将式(20)代入式(19), 并结合式(25)和(26)可得

$$T(V)(x) = \sum_l \psi(x) \sum_r D_{l,r} d_r + \sum_l \psi(x) \cdot$$

$$\sum_r H_{l,r} s_r + \sum_l \varphi(x) \sum_r V_{l,r} d_r + \sum_l \varphi(x) \cdot$$

$$\sum_r A_{l,r} s_r \quad (27)$$

如果

$$T(V)(x) = \sum_l \hat{s}_l \varphi(x) + \sum_l \hat{d}_l \psi(x) \quad (28)$$

可得

$$\hat{s}_l = \sum_r V_{l,r} d_r + \sum_r A_{l,r} s_r, \hat{d}_l = \sum_r D_{l,r} d_r +$$

$$\sum_r H_{l,r} s_r \quad (29)$$

对式(28)中的  $\hat{s}_l$  和  $\hat{d}_l$  作小波逆变换, 并将运算结果转置, 即可得到其时域函数.

如果直接使用式(17),  $\mathbf{J}$  所对应的矩阵  $\mathbf{M}$  的元素是复数, 并且在偏离对角线之后元素的模迅速衰减. 如果设定一个阈值, 将低于该阈值的所有元素值设为零, 则只有在以对角线为中心, 很窄的带内存在非零元素, 将该带宽度  $B$  表示. 例如: 设取样点数为 1024 点, 阈值为  $10e-10$ , 则带宽大约为  $B=30$ , 因此并不需要将  $\mathbf{M}$  中所有的元素用来进行复数乘法, 利用该规律, 可以极大降低运算次数.

但是, 即使利用了  $\mathbf{M}$  是稀疏矩阵的特性, 也不能满足我们对分步小波方法速度的要求. 直接利用式(27)进行运算, 其运算量与直接使用式(17)相同. 如果选用消失矩较大的 Daubechies 小波基,  $D_{l,r}$ ,  $H_{l,r}$ ,  $V_{l,r}$  中元素的绝对值迅速衰减到零<sup>[10]</sup>, 且式(26)中的全部  $d_l$  近似为零, 因此式(29)可使用式(30)进行近似运算

$$\hat{s}_l = \sum_r A_{l,r} s_r, \hat{d}_l = 0 \quad (30)$$

在式(30)中, 矩阵  $A_{l,r}$  中的元素在偏离对角线之后, 其值也会迅速衰减, 情况类似于矩阵  $\mathbf{M}$ . 利用该性质, 运算量可以进一步减小. 如果需要进一步提高运算速度, 可以考虑利用式(21)~(24)将矩阵  $A_{l,r}$  作进一步的二维小波分解, 并利用(30)进行近似运算. 由于具体计算机运行环境及编程语言的不同, 从理论上比较运算复杂度, 比程序运行时间更加合适. 影响运算速度的主要是进行复数乘法的次数, 下面主要比较两种方法的复数乘法次数.

设取样点数为  $N$ , 在分步傅里叶方法中, 色散在频域进行运算, 信号由时域转换到频域使用快速

傅里叶变换,所需要的复数乘法次数为  $N\log_2 N$ ,在计算色散的过程中,需要的复数运算次数为  $2 \times N$ ,运算完成后,将信号由频域转换回时域,进行快速反傅里叶变换,其运算次数为  $N\log_2 N$ .因此使用分步傅里叶方法,每一步色散的复数乘法次数为  $2 \times N\log_2 N + 2 \times N$ 次.在分步小波方法中,如果是进行一级小波分解,即将信号分解在空间  $V_j = W_{j-1} \oplus V_{j-1}$ 上,快速小波变换的运算次数为  $N$ ,如果进一步进行二级小波分解,将信号分解在空间  $V_j = W_{j-1} \oplus W_{j-2} \oplus V_{j-2}$ 上,其复数乘法共  $N + N/2$ 次.进行重构的运算次数同为  $N + N/2$ .使用式(30)在小波域中计算色散,在二级小波分解时,式(30)中的  $A_{l,r}$ 尺寸变为式(16)中矩阵  $M$ 的约  $1/4$ ,因此其运算次数大约为  $(N/4) \times B$ .

每一步色散运算需要的复数次数共为约  $2 \times (N + N/2) + (N/4) \times B$ .在表1中列出了不同取样点数下,分步傅里叶方法和分步小波方法每一步运算的大概运算次数比较.

表1 分步傅里叶方法和分步小波方法运算  
每一步色散的复数乘法次数

Table 1 Multiple times of complex number in every step calculation use slip-step Fourier method and slip-step wavelet method

Time-domain samples	512	1 024	2 048
Slip-step Fourier method	3 072	7 680	22 016
Slip-step Wavelet method	10 240	22 528	49 152

由于式(30)是近似运算,结果必然带来误差的提高,因此需要在运算速度与误差间取得平衡.值得注意的是,利用以上快速算法研究高阶孤子,其误差上升较快,为了将误差控制在能够忍受的范围内,只能减少分解次数,有时甚至只能直接使用式(17)进行运算.但对于一阶孤子,其误差上升较慢.

## 5 实验结果及分析

为了提高计算结果的通用性,使用如式(2)的归一化模型,设输入为

$$u(0, \tau) = \sec h(\tau + 3.5) + \sec h(\tau - 3.5) \quad (31)$$

三阶色散系数  $\delta_3 = -0.03$ .分步小波方法演化与分步傅里叶方法的结果对比如图1.

从图1中几乎观察不出任何差异.为了准确地比较两种算法间的相对误差,设使用分步傅里叶方法得到的运算结果用  $f(x, y)$ 表示,分步小波方法取得的运算结果用  $g(x, y)$ 表示,两条曲线间的相对误差定义为

$$d(y) = \sqrt{\left| \frac{f(x, y) - g(x, y)}{f(x, y)} \right|^2} \times 100\% \quad (32)$$

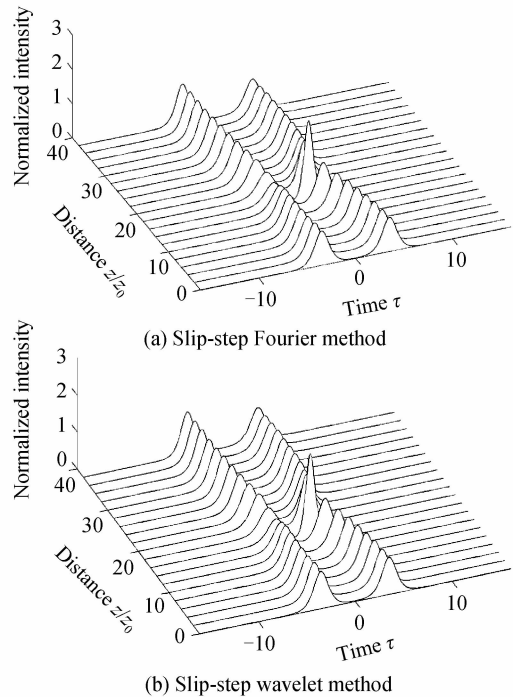


图1 两孤子在四十个孤子周期上传播

Fig. 1 Two soliton progaration in fourty soliton periods

所得到曲线如图2,可见相对误差一直在  $1.2\%$ 左右波动,如果用分步小波方法研究高阶孤子,相对误差在  $5\%$ 左右波动.

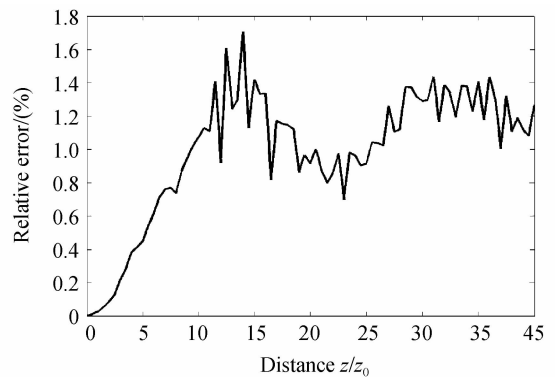


图2 两种方法计算结果的相对误差

Fig. 2 Relative error between the two methods

## 6 结论

本文研究了分步小波算法解归一化高阶非线性薛定谔方程,得出了非线性薛定谔方程分步解法的一般形式.分析了小波微分算子和色散算子对应的矩阵,并给出了本文所使用的快速算法.说明了分步小波方法的运算复杂度低于分步傅里叶方法.最后,给出了分步小波算法的例子,计算结果表明,分步傅里叶方法和分步小波方法间的运算标准差在  $1.2\%$ 左右波动,不影响观察计算结果.

## 参考文献

- [1] AGRAWAL G P. Nonlinear fiber optics, third edition & application of nonlinear fiber optics[M]. JIA Dong-fang, YU Zhen-hong, transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2003; 34.  
阿格拉瓦 G P. 非线性光纤光学原理及应用(第三版)[M]. 贾东方,余震虹,译.北京:电子工业出版社,2003;34.
- [2] LI Jun, HUANG De-xiu, ZHANG Xin-liang. Numerical analysis of fiber propagation model [J]. *Optoelectronic Technology & Information*, 2003, **16**(2): 9-12.  
李均,黄德修,张新亮. 光纤传输模型的数值计算研究[J]. 光电技术与信息,2003,**16**(2):9-12.
- [3] BEYLKIN G. On the representation of operators in bases of compactly supported wavelet[J]. *SIAM Journal Numerical Analysis*, 1992, **6**(6): 1716-1740.
- [4] CHANG Sheng, LIANG Chang-hong. Computation of the moments of scaling function and the standard form of differential operator of the second order [J]. *Journal of Xidian University*, 1996, **23**(1): 1-7.  
常生,梁昌洪. 尺度函数各阶矩及二阶微分算子标准形式计算[J]. 西安电子科技大学学报,1996,**23**(1): 1-7.
- [5] ZHOU Tao. A numerical solution of differential equation based on wavelet[J]. *Mathematical Theory and Applications*, 2007, **27**(1): 62-64.  
周涛. 小波在微分方程数值解上的应用[J]. 数学理论与应用, 2007,**27**(1):62-64.
- [6] 刘明才. 小波分析及其应用[M]. 北京:清华大学出版社,2005: 54.
- [7] BEYLKIN G, COIFMAN R, ROKHLIN V. Fast wavelet transforms and numerical algorithms I[J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1991, **44**(2): 141-183.
- [8] PIERCE I, REES P, SHORE K A. Wavelet operators for nonlinear optical pulse propagation[J]. *JOSA A*, 2000, **17**(12): 2431-2438.
- [9] CHEN Hong-ping, WANG Jian, HE Guo-guang. Slip-step wavelet method for numerical simulation of optical pulse propagation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(6): 2779-2783.  
陈宏平,王箭,何国光. 光脉冲传输数值模拟的分步小波方法[J]. 物理学报,2005,**54**(6):2779-2783.
- [10] HORIHATA S, RYOYA S. Wavelet analysis of envelope soliton interaction[J]. *Transactions of the Japan Society for Industrial and Applied Mathematics*, 2004, **14**(4): 289-298.

## Numerical Analysis for High Order Nonlinear Optical Pulse Progration on Slip-step Wavelet Method

ZHONG Ming-yu<sup>1</sup>, LIU Dong-feng<sup>2</sup>, HU Chang-jun<sup>1</sup>

(1 *Anhui University of Science and Technology, Huainan, Anhui 232001, China*)

(2 *Nanjing College of Information Technology, Nanjing 210046, China*)

**Abstract:** Using wavelet transform to replace Fourier transform to solute higher-order nonlinear Schrodinger equation, provides it as another tool, it improves the operation speed. Analyzed the high-order nonlinear Schrodinger equation general solution form. By using Db10 wavelet, obtained the matrix corresponding to differential operator and dispersive operator, also obtained the split-step wavelet method algorithm formula. Derivate the dispersion operator and the signal in wavelet domain multiplied by the approximate calculating formula, the split-step Fourier method need more complex multiplication times than the split-step wavelet method, at the same time that increase the speed of operation cost the computation precision. Finally take the split-step Fourier method as standard, analyzed the split-step wavelet method error, the results show that, for the first order soliton, between the split-step wavelet method and split-step Fourier method relative error fluctuate around 1.2%.

**Key words:** Nonlinear optics; Slip-step wavelet method; Numerical analysis; Daubechies wavelet; Differential operator