

doi: 10.3788/gzxb20124108.0991

# 有分压电阻和 e 偏振非相干背景光辐照的光折变晶体中非相干耦合空间孤子对

吉选芒<sup>1</sup>, 姜其畅<sup>1</sup>, 刘劲松<sup>2</sup>

(1 山西运城学院 物理与电子工程系, 山西 运城 044000)

(2 华中科技大学 光电子科学与工程学院, 武汉 430074)

**摘 要:** 为了得到光折变晶体中非相干耦合空间孤子对统一理论的结果, 基于单光子光折变空间光孤子的基本理论模型, 建立了稳态条件下有分压电阻和 e 偏振非相干均匀背景光辐照的单光子光伏光折变晶体中非相干耦合空间孤子对理论. 研究表明: 这种孤子对是由两束偏振方向和波长都相同的互不相干光束耦合形成的, 孤子对两光束都能在晶体中稳定传播; 当分压电阻、e 偏振背景光、外加电场和光伏场取不同值时, 可获得 14 种光折变非相干耦合空间孤子对. 本文的结果对完善和充实光折变空间孤子理论体系有重要意义.

**关键词:** 非线性光学; 光折变效应; 空间孤子对; 分压电阻; e 偏振背景光

**中图分类号:** O437 **文献标识码:** A

**文章编号:** 1004-4213(2012)08-0991-8

## 0 引言

光折变空间光孤子在光开关、光波导等领域有着广阔的应用前景, 因此近年来一直是非线性光学领域中的研究热点. Segev 等 1992 年提出了准稳态孤子<sup>[1-2]</sup>, 随后 Valley 等提出了无外加背景光的光伏孤子理论<sup>[3]</sup>, 1995 年, Taya 等人在 LiNbO<sub>3</sub> 晶体中观察到这种光伏孤子<sup>[4]</sup>. 同时人们还提出了外加背景光的光伏孤子和非相干耦合孤子对理论<sup>[5-7]</sup>. 1995 年, Christodoulides 等给出了无分压电阻和 e 偏振背景光屏蔽孤子理论<sup>[8]</sup>, 1996 年 Shih 等人实验证明了这种孤子的存在<sup>[9]</sup>. Christodoulides 等给出了相应的非相干耦合屏蔽孤子对的理论<sup>[10]</sup>. 随后 Liu 和 Hou 等证明了无分压电阻和 e 偏振背景光屏蔽光伏空间亮、暗和灰孤子的存在<sup>[11-13]</sup>. 2001 年, Liu 证明了有分压电阻, 但无 e 偏振背景光的屏蔽光伏亮和暗孤子的存在<sup>[14]</sup>. 2010 年, Ji 等证明了相应的屏蔽光伏空间灰孤子的存在<sup>[15]</sup>. 侯春风还给出了无分压电阻和 e 偏振背景光非相干耦合屏蔽光伏空间孤子对和孤子族的理论<sup>[16-19]</sup>. 2002 年, Wang 等证明了有分压电阻和 o 偏振背景光辐照的光伏空间孤子的存在<sup>[20]</sup>, 与本文 e 光辐照下的空间孤子相比较, 主要表现在两种辐照光的光电离截面和

Galss 系数存在差别.

本文提出有分压电阻和 e 偏振非相干均匀背景光辐照下的单光子光伏光折变晶体中非相干耦合空间孤子对存在性. 当分压电阻、e 偏振背景光、晶体外加电场和晶体的光伏场取不同数值时, 可得到 14 种不同种类的非相干耦合空间孤子对. 研究结果对完善和充实光折变空间孤子理论体系有十分重要的意义.

## 1 基本理论

如图 1 所示, 用导线将光伏光折变晶体、分压电阻 R 和电压源 V<sub>a</sub> 构成闭合回路, I<sub>b</sub> 是与孤子对光

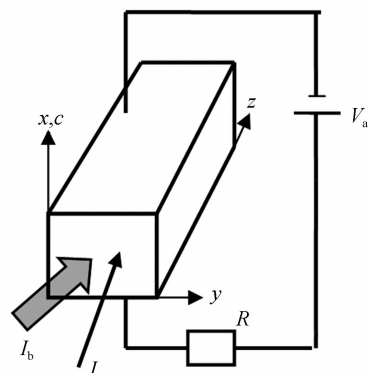


图 1 光路示意图  
Fig. 1 Optical set-up

基金项目: 山西省自然科学基金(No. 2011011003-2)资助

第一作者: 吉选芒(1965-), 男, 教授, 硕士, 主要研究方向为光折变非线性光学. Email: jixuanmang@126.com

收稿日期: 2012-01-31; 修回日期: 2012-04-17

束  $I$  不相干的均匀  $e$  偏振背景光, 晶体光轴  $c$  沿  $x$  方向. 如果光波的空间展宽远小于晶体宽度  $W$ , 有近似表达式  $E_0 = V_0/W$ ,  $E_0$  和  $V_0$  分别代表晶体电极间的电场强度和电压.  $V_R = JSR$ ,  $V_R$  是电阻上的电压,  $S$  是晶体的横截面积,  $J$  是电流密度, 由  $V_a = V_0 + V_R$ , 可有

$$E_0 = \frac{1}{W}(V_a - JSR) \quad (1)$$

设两束仅沿  $x$  方向衍射且偏振态和波长都相同的共线传播的互不相干光束沿  $z$  轴射入晶体材料中, 两光束偏振方向也沿  $x$  轴. 将两孤子光场用慢变振幅  $\varphi$  和  $\psi$  表述为:  $E_1 = \hat{x}\varphi(x, z) \exp(ikz)$ ,  $E_2 = \hat{x}\psi(x, z) \exp(ikz)$ , 其中  $k = k_0 n_e = (2\pi/\lambda_0) n_e$ ,  $\lambda_0$  为自由空间波长,  $n_e$  为晶体对非常光折射率. 在上述光束配置下情况下, 两光束耦合方程为<sup>[16-17]</sup>.

$$i \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{1}{2k} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{k_0 n_e^3 r_{33} E_{sc}}{2} \varphi = 0 \quad (2a)$$

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{1}{2k} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{k_0 n_e^3 r_{33} E_{sc}}{2} \psi = 0 \quad (2b)$$

这里  $r_{33}$  是晶体的电光系数,  $E_{sc}$  为空间电荷场, 在有  $e$  偏振背景光的稳态情况下, 可由光伏光折变晶体满足的速率方程、连续性方程、Poisson 方程和 Gauss 定理推出<sup>[21]</sup>. 一维情况下, 这些方程为

$$(s_i I + s_i I_b + \beta_i)(N_D - N_D^+) - \gamma n N_D^+ = 0 \quad (3)$$

$$J = e\mu n E_{sc} + \mu k_B T \frac{\partial n}{\partial x} + \kappa s_i (N_D - N_D^+)(I + I_b) \quad (4)$$

$$\frac{\partial J}{\partial x} = 0, J = \text{const} \quad (5)$$

$$\epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial E_{sc}}{\partial x} = e(N_D^+ - N_A - n) \quad (6)$$

式中:  $N_D$  是施主密度,  $N_D^+$  是电离的施主密度,  $N_A$  受主(或陷阱)密度,  $n$  是导带上的电子密度,  $s_i$  是光电离截面,  $\beta_i$  是热激发速率;  $\gamma$  是载流子的复合率;  $\kappa$  是光伏常量,  $\mu$  和  $e$  分别是电子的迁移率和基本电荷.  $k_B$  是玻尔兹曼常量,  $T$  是绝对温度,  $J$  是电流密度. 根据 Poynting 定律, 两光束总强度可以表示为  $I = (n_e/2\eta_0)(\varphi^2 + \psi^2)$ ,  $\eta_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$ ,  $\epsilon_0$  和  $\epsilon_r$  分别是真空和相对介电常量,  $\mu_0$  为真空的磁导率.

采用文献[8, 11]类似的方法, 对于典型的光折变材料和慢变化的光波包络, 近似条件  $N_D^+ \gg n$ ,  $N_A \gg n$ ,  $N_D \gg n$  和  $(\epsilon_0 \epsilon_r / e N_A)(\partial E_{sc} / \partial x) \ll 1$  能得到很好的满足. 注意式(5)表明在晶体内部电流密度处为常量, 忽略扩散效应, 可推出空间电荷场  $E_{sc}$  简化表达式

$$E_{sc} = gE_a \frac{(I_\infty + I_b + I_d)}{(I + I_b + I_d)} +$$

$$E_p \frac{[gI_\infty - I + (g-1)I_b]}{(I + I_b + I_d)} \quad (7)$$

式中:  $I_\infty = I(\infty, z)$ ,  $I_d = \beta_i/s_i$  是暗辐射强度,  $E_p = \kappa\gamma N_A/e\mu$  为光伏场,  $g = 1/[1 + pSR(I_\infty + I_d)]$  是分压系数,  $p = e\mu s_i(N_D - N_A)/W\gamma N_A$ . 分压电阻数值变化时, 可改变分压系数, 分压电阻对孤子的影响可通过分压系数来体现. 一般情况下  $0 < g < 1$ , 表示在晶体上只施加了部分外电场  $gE_a$ . 电压源形成的外电场  $E_a = V_a/W$ , 当  $R = 0$ ,  $g = 1$  为短路情况, 表示  $E_a$  全部作用于晶体上; 当  $R \rightarrow \infty$ ,  $g = 0$ , 为开路情况, 表示晶体上无外电场的作用. 当  $I_b \neq 0$ , 表示有外加背景光辐照到晶体上, 当  $I_b = 0$  表示无背景光辐照.

将式(7)代入方程组(2), 采用无量纲变量  $\xi = z/(kx_0^2)$ ,  $s = x/x_0$ ,  $U = [2\eta_0(I_b + I_d)/n_e]^{-1/2} \varphi$  和  $V = [2\eta_0(I_b + I_d)/n_e]^{-1/2} \psi$ , 其中  $x_0$  为一个任意空间宽度, 可得无量纲化光波振幅  $U$  和  $V$  满足方程

$$i \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial s^2} - g\beta(1+\rho) \frac{U}{1+|U|^2+|V|^2} - \alpha \frac{[g\rho - |U|^2 - |V|^2 + (g-1)\delta]}{1+|U|^2+|V|^2} U = 0 \quad (8a)$$

$$i \frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial s^2} - g\beta(1+\rho) \frac{V}{1+|U|^2+|V|^2} - \alpha \frac{[g\rho - |U|^2 - |V|^2 + (g-1)\delta]}{1+|U|^2+|V|^2} V = 0 \quad (8b)$$

式中:  $\alpha = (k_0 x_0)^2 (n_e^4 r_{33} / 2) E_p$ ,  $\beta = (k_0 x_0)^2 (n_e^4 r_{33} / 2) E_a$ ,  $\rho = I_\infty / (I_b + I_d) = \rho_0 / (1 + \delta')$ ,  $\rho_0 = I_\infty / I_d$ ,  $\delta' = I_b / I_d$ ,  $\delta = I_b / (I_b + I_d) = \delta' / (1 + \delta')$  代表背景光与背景光和暗辐射强度之和的比值. 参量  $\delta'$  的数值随背景光的改变而变化, 改变背景光进而对孤子的空间形态会产生影响.

## 2 暗-暗空间孤子对

为了得到方程组(8)的暗-暗孤子对解, 把孤子对两个分量无量纲化振幅表示为

$$U = \rho^{1/2} c_1 y(s) \exp(i\nu\xi), V = \rho^{1/2} c_2 y(s) \cdot \exp(i\nu\xi)$$

其中  $c_1^2$  和  $c_2^2$  表示孤子对的两分量的强度与孤子对总强度的比值, 满足  $c_1^2 + c_2^2 = 1$ .  $y(s)$  是归一化实函数, 满足边界条件  $y(0) = 0$ ,  $y(s \rightarrow \pm\infty) = \pm 1$  和  $y'(s \rightarrow \pm\infty) = 0$ ,  $y''(s \rightarrow \pm\infty) = 0$ . 将  $U$  和  $V$  表达式代入式(8)可得

$$\frac{d^2 y}{ds^2} - 2\nu y - 2g\beta(\rho+1) \frac{y}{1+\rho y^2} - 2\alpha \frac{g\rho - \rho y^2 + (g-1)\delta}{1+\rho y^2} y = 0 \quad (9)$$

利用边界条件, 可有

$$\nu = -g\beta - \alpha \frac{(g-1)(\rho+\delta)}{1+\rho} \quad (10)$$

将式(10)代入式(9)积分可得出暗孤子归一化包络

$$s = \pm \int_y^0 \left\{ -2 \frac{g\beta(1+\rho) + \alpha[(1+g\rho) + (g-1)\delta]}{1+\rho} \left[ (\hat{y}^2 - 1) - \frac{1+\rho}{\rho} \ln \left( \frac{1+\rho \hat{y}^2}{1+\rho} \right) \right] \right\}^{-1/2} d\hat{y} \quad (11)$$

由式(11)可知, 只要  $g\beta(1+\rho) + \alpha[(1+g\rho) + (g-1)\delta] < 0$ , 光折变晶体中就能形成暗空间孤子. 利用式(11), 通过数值积分可得到  $y(s)$ , 再由  $U$  和  $V$  的表达式可得出光折变晶体中暗-暗孤子对无量纲化光场包络.

取 LiNbO<sub>3</sub> 晶体作为研究对象<sup>[11]</sup>, 晶体参量为:  $n_e = 2.2$ ,  $r_{33} = 30 \times 10^{-12} \text{ mV}^{-1}$ ,  $E_p = -4 \times 10^6 \text{ Vm}^{-1}$ ,  $E_a = 2 \times 10^6 \text{ V/m}$ , 其它参量为  $\lambda_0 = 0.5 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $x_0 = 40 \text{ }\mu\text{m}$ . 由以上参量, 计算出  $\alpha = -355$ ,  $\beta = 178$ , 选取  $g = 0.5$ ,  $\rho = 1.429$  ( $\rho_0 = 10$ ),  $\delta = 0.857$  ( $\delta' = 6$ ). 图 2 给出了暗-暗孤子对两孤子分量 ( $c_1^2 = 0.7$ ,  $c_2^2 = 0.3$ ) 光强空间分布. 图 3 给出了非相干耦合暗-暗孤子对两分量孤子在光折变晶体中传播过程.

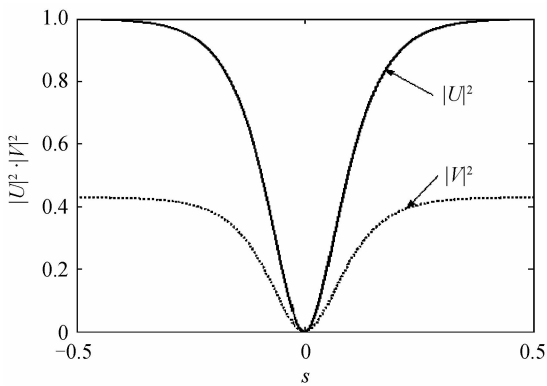


图 2 非相干耦合暗-暗孤子对强度包络  
Fig. 2 Intensity profiles of incoherently coupled dark-dark pairs

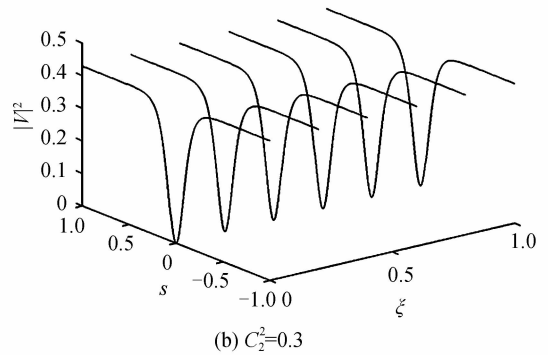
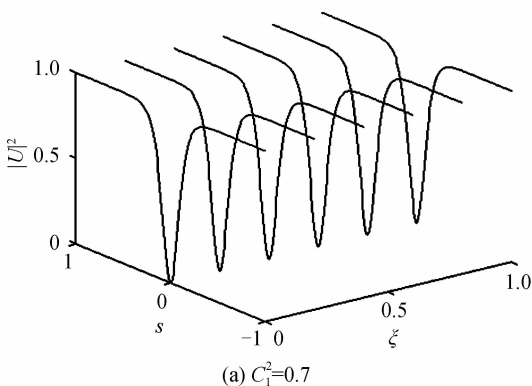


图 3 非相干耦合暗-暗孤子对的稳定传播  
Fig. 3 Stable propagation of the incoherently coupled dark-dark soliton pairs

图 4 给出的是  $\alpha = -355$ ,  $\beta = 178$ ,  $\rho = 1.429$ ,  $\delta' = 6$ ,  $g = 0.1, 0.5$  和  $0.9$  时有分压电阻和 e 偏振背景光的光折变屏蔽光伏空间暗-暗孤子对分量  $U$  ( $c_1^2 = 0.7$ ) 光强空间分布. 由图可知, 孤子分量的宽度随分压系数的增加而减小, 这是由于晶体的外加电场随分压系数增大而变大.

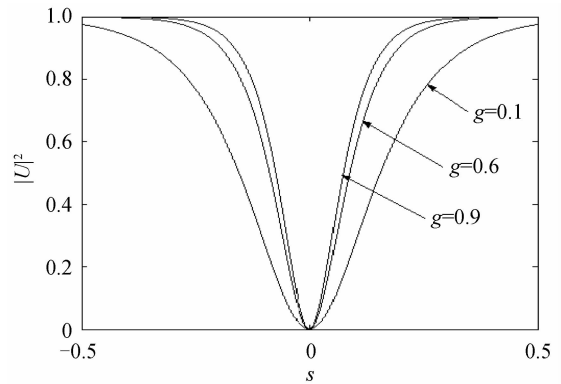


图 4 不同 g 下暗-暗孤子对分量 U 的强度包络  
Fig. 4 Soliton profiles for dark-dark soliton pairs U components under different g

图 5 给出的是  $\alpha = -355$ ,  $\beta = 178$ ,  $g = 0.5$ ,  $\delta' =$

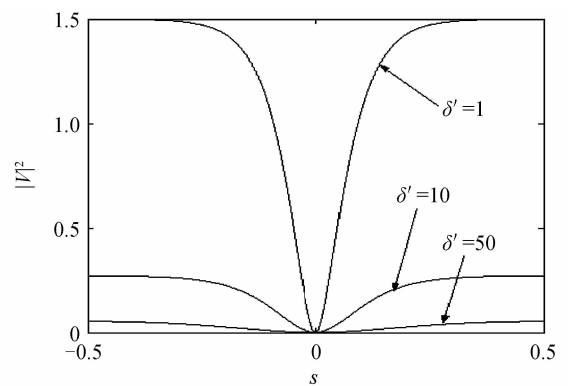


图 5 不同  $\delta'$  下非相干耦合暗-暗孤子对 V 分量包络  
Fig. 5 Soliton profiles for incoherently coupled dark-dark soliton pairs V components under different  $\delta'$

1, 10 和 50 时有分压电阻和 e 偏振背景光的光折变屏蔽光伏空间暗-暗孤子对分量  $V(c_2^2=0.3)$  光强空间分布. 由图可知, 孤子宽度随背景光的增加而增大, 孤子分量的峰值强度随背景光的增加而减小. 背景光的增加相当于增大了暗辐射强度, 对孤子形成不利. 分压系数和背景光对亮-亮孤子对, 灰-灰孤子对和亮-暗混合孤子对的影响与暗-暗孤子对是一致的, 后述不再进行分析讨论.

### 3 亮-亮空间孤子对

对于亮-亮孤子对,  $\rho = I_\infty / (I_b + I_d) = 0$ , 令  $U = r^{1/2} c_1 y(s) \exp(iu\xi)$ ,  $V = r^{1/2} c_2 y(s) \exp(iu\xi)$ . 其中,  $r = I(0) / (I_d + I_b) = r_0 / (1 + \delta')$ ,  $r_0 = I(0) / I$ ,  $u$  是传播量的非线性位移,  $c_1^2$  和  $c_2^2$  表示孤子对分量的强度与孤子对总强度的比值, 满足  $c_1^2 + c_2^2 = 1$ .  $y(s)$  是归一化的实函数, 边界条件为  $y(0) = 1, y'(0) = 0; y(s \rightarrow \pm\infty) = 0$ . 将  $U$  和  $V$  的表达式和  $\rho = 0$  代入方程组(8)可得

$$\frac{d^2 y}{ds^2} - 2uy - 2g\beta \frac{y}{1+ry^2} + 2\alpha \frac{[ry^2 - (g-1)\delta]}{1+ry^2} y = 0 \quad (12)$$

积分式(12)并用相关边界条件可得到

$$\left(\frac{dy}{ds}\right)^2 = \frac{2g\beta + 2\alpha[1+(g-1)\delta]}{r} [\ln(1+ry^2) - y^2 \ln(1+r)] \quad (13)$$

$$u = -\frac{g\beta + \alpha[1+(g-1)\delta]}{r} \ln(1+r) + \alpha \quad (14)$$

对式(13)再次积分, 得到亮孤子归一化包络

$$s = \pm \int_y^1 \left\{ \frac{2g\beta + 2\alpha[1+(g-1)\delta]}{r} [\ln(1+ry^2) - y^2 \ln(1+r)] \right\}^{-1/2} dy \quad (15)$$

可以看出, 只有当  $g\beta + \alpha[1+(g-1)\delta] > 0$  时, 光伏光折变晶体中才能形成亮孤子. 用式(15)通过数值积分可得到  $y(s)$ , 再由  $U$  和  $V$  的表达式可以得出亮亮孤子对无量纲化的光场包络.

以 LiNbO<sub>3</sub> 晶体<sup>[11]</sup> 为研究对象, 取  $E_p = 4 \times 10^6 \text{ Vm}^{-1}$ , 其它参量与暗孤子一样, 结合以上参量, 计算出  $\alpha = 355, \beta = 178$ , 选取  $g = 0.5, r = 1.429 (r_0 = 10), \delta = 0.857 (\delta' = 6)$ . 图 6 是有分压电阻和 e 偏振背景光的光折变屏蔽光伏空间亮-亮孤子对两个孤子分量 ( $c_1^2 = 0.6, c_2^2 = 0.4$ ) 光强空间分布. 这一非相干耦合亮-亮孤子对两分量可以在光折变晶体中稳定传播, 如图 7.

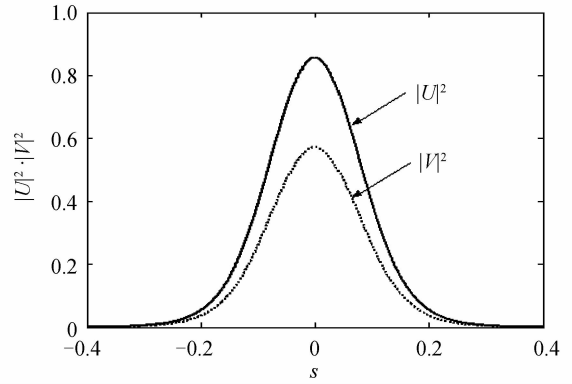


图 6 非相干耦合亮-亮孤子对强度包络  
Fig. 6 Intensity profiles of incoherently coupled bright-bright pairs

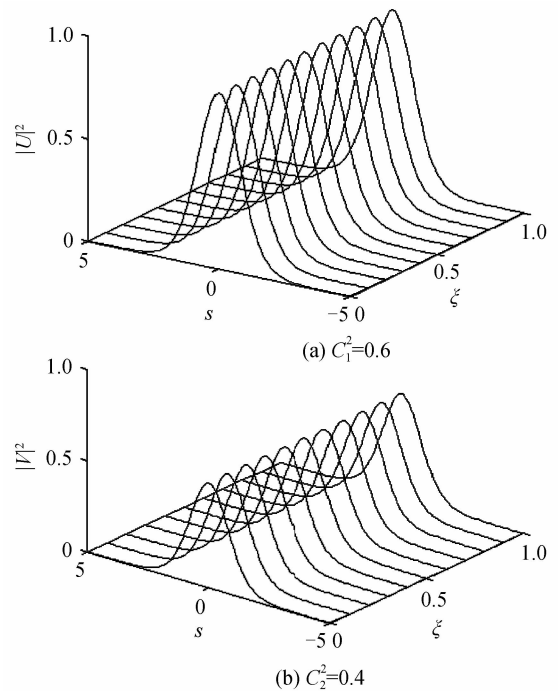


图 7 非相干耦合亮-亮孤子对的稳定传播  
Fig. 7 Stable propagation of the incoherently coupled bright-bright soliton pairs

### 4 灰-灰空间孤子对

对于灰-灰孤子对, 可将孤子分量  $U$  和  $V$  表述为

$$U(s, \xi) = \rho^{1/2} c_1 y(s) \exp \left[ i(\omega\xi + \int \frac{Qds}{y^2(s)}) \right] \quad (16)$$

$$V(s, \xi) = \rho^{1/2} c_2 y(s) \exp \left[ i(\omega\xi + \int \frac{Qds}{y^2(s)}) \right] \quad (17)$$

式中:  $Q$  是待定的实常量;  $y(s)$  是归一化振幅函数, 满足  $|y(s)| \leq 1$ ; 边界条件为  $y(s \rightarrow \pm\infty) = 1, y^2(0) = m (0 < m < 1)$ ,  $m$  是灰度参量,  $y'(0) = 0, y^{(n)}(\infty) = 0 (n \geq 1)$ ;  $\omega$  为光波传播常量非线性位移;  $c_1^2$  和  $c_2^2$  表示两个孤子分量的强度与孤子总强度比值,  $c_1^2 +$

$c_2^2=1$ . 将式(16)和式(17)代入式(8)可得到

$$\frac{d^2 y}{ds^2} - 2\omega y - \frac{Q^2}{y^3} - 2\beta g(1+\rho) \frac{y}{1+\rho y^2} - 2\alpha \frac{g\rho - \rho y^2 + (g-1)\delta}{1+\rho y^2} y = 0 \quad (18)$$

将  $s \rightarrow \pm\infty$  的边界条件代入式(18)可得

$$Q^2 = -2\omega - 2g\beta - 2\alpha \frac{(g-1)(\rho+\delta)}{1+\rho} \quad (19)$$

将式(19)代入式(18)积分一次可得到

$$\begin{aligned} \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 &= 2(\omega - \alpha)(y^2 - 1) + 2\omega \left[\frac{1}{y^2} - 1\right] + \\ &2\left\{g\beta + \frac{\alpha[(g-1)\rho + (g-1)\delta]}{1+\rho}\right\} \left[\frac{1}{y^2} - 1\right] + \\ &\frac{2g\beta(1+\rho)}{\rho} \ln\left[\frac{1+\rho y^2}{1+\rho}\right] + \frac{2\alpha[g\rho + 1 + (g-1)\delta]}{\rho} \cdot \\ &\ln\left[\frac{1+\rho y^2}{1+\rho}\right] \end{aligned} \quad (20)$$

再利用灰孤子的边界条件  $y'(0) = 0, y^2(0) = m$ , 可以得出

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{1}{(m-1)^2} \left\{ (m-1)(\alpha m + g\beta) + [\alpha(m-1) \cdot \right. \\ &(g-1)(\rho+\delta)] / (1+\rho) - \left. \{m[g\beta(1+\rho) + \right. \\ &\alpha(1+g\rho) + \alpha(g-1)\delta] / \rho \} \ln\left[\frac{1+\rho m}{1+\rho}\right] \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

将式(21)代入式(20), 积分可得灰孤子的包络数值积分

$$\begin{aligned} s &= \pm \frac{(1-m)}{\sqrt{2}} \int_{\sqrt{m}}^y \left\{ \omega_1 (\hat{y}^2 - 1) + m\omega_1 \left(\frac{1}{\hat{y}^2} - 1\right) - \right. \\ &m\omega_2 \ln\left(\frac{1+\rho m}{1+\rho}\right) (\hat{y}^2 + \frac{1}{\hat{y}^2} - 2) + (m-1)^2 \omega_2 \cdot \\ &\left. \ln\left(\frac{1+\rho \hat{y}^2}{1+\rho}\right) \right\}^{-1/2} d\hat{y} \end{aligned} \quad (22)$$

式中:  $\omega_1 = (m-1)[\alpha + g\beta + \alpha(g-1)(\rho+\delta)/(1+\rho)]$ ,  $\omega_2 = [g\beta(1+\rho) + \alpha(g\rho+1) + \alpha(g-1)\delta]/\rho$ . 只要  $\alpha, \beta, g, \delta$  取合适的数值和符号保证式(22)右边大括号里结果大于零, 可以求出灰孤子解, 再由式(16)和(17)可得出灰-灰孤子对无量纲化光场包络.

仍选  $\text{LiNbO}_3$  晶体<sup>[13,15]</sup> 作为研究对象. 图 8 给

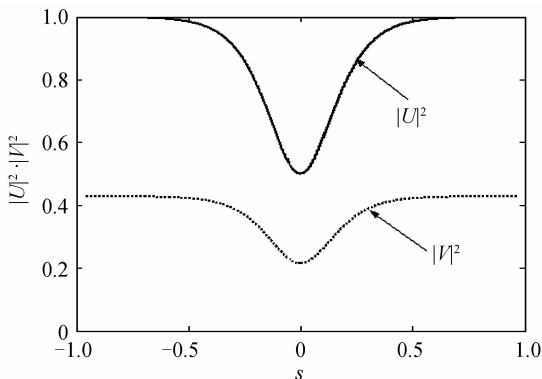


图 8 光折变介质中空间灰-灰孤子对强度包络  
Fig. 8 Intensity profiles of incoherently coupled gray-gray pairs

出了  $\alpha = -355, \beta = 178, g = 0.5, \rho = 1.429$  (对应  $\rho_0 = 10$ ),  $\delta = 0.857$  ( $\delta' = 6$ ),  $m = 0.5$  时灰-灰孤子对两分量无量纲化的强度包络, 其中参量为  $c_1^2 = 0.7, c_2^2 = 0.3$ .

图 9 给出的是相应参量下空间灰-灰孤子对在晶体中的动态演化特性. 由图可知, 孤子对两分量都可在晶体中稳定传播.

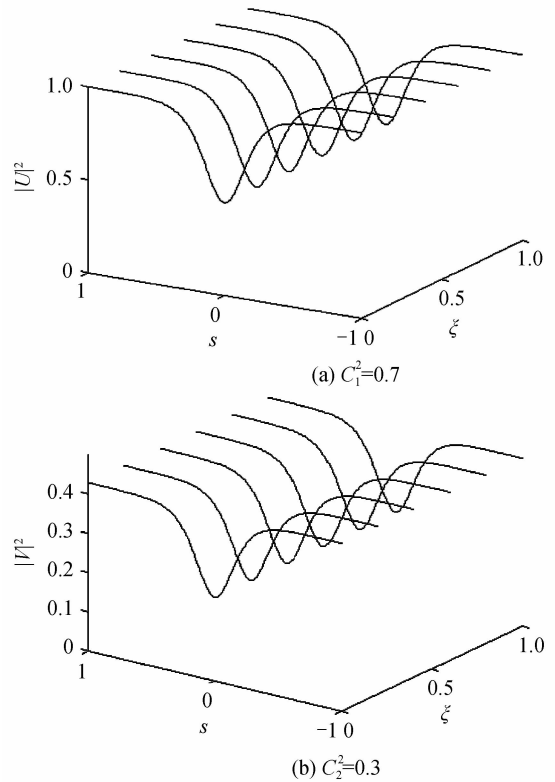


图 9 非相干耦合灰-灰孤子对的稳定传播  
Fig. 9 Stable propagation of the incoherently coupled gray-gray soliton pairs

### 5 亮-暗混合空间孤子对

为了得到方程组(8)的亮-暗混合孤子对解, 把无量纲化振幅  $U$  和  $V$  表示为  $U = r^{1/2} f(s) \exp(i\mu\xi)$  和  $V = \rho^{1/2} q(s) \exp(i\omega\xi)$ . 其中:  $f(s)$  代表亮孤子归一化振幅;  $r$  代表亮孤子中心光强与背景光强和暗辐射强度之和的比值, 即  $r = I_A(0)/(I_d + I_b) = r_0/(1+\delta')$ ,  $r_0 = I_A(0)/I$ ;  $q(s)$  代表暗孤子光束的归一化振幅;  $\rho$  代表暗孤子的最大光强与背景光强和暗辐射强度之和的比值, 即  $\rho = I_{B\infty}/(I_b + I_d) = \rho_0/(1+\delta')$ ,  $\rho_0 = I_{B\infty}/I$ ; 归一化实函数  $f(s)$  和  $q(s)$  满足的边界条件为  $f(0) = 1, f'(0) = 0, f(s \rightarrow \pm\infty) = 0, q(0) = 0, q(s \rightarrow \pm\infty) = \pm 1$ , 以及当  $s \rightarrow \pm\infty$  时  $f(s)$  和  $q(s)$  的各阶导数为零. 将  $U$  和  $V$  表达式代入方程组(8)并简化可得

$$\frac{d^2 f}{ds^2} = 2 \left[ \mu - \alpha + \frac{\beta g(1+\rho) + \alpha(g\rho+1) + \alpha(g-1)\delta}{1+\rho q^2 + r f^2} \right] f \quad (23a)$$

$$\frac{d^2q}{ds^2} = 2 \left[ \omega - \alpha + \frac{\beta g(1+\rho) + \alpha(g\rho+1) + \alpha(g-1)\delta}{1+\rho q^2 + r f^2} \right] q \quad (23b)$$

方程组(23)满足  $f^2 + q^2 = 1$  的情况下,可变为

$$\frac{d^2f}{ds^2} = 2 \left\{ \mu - \alpha + \frac{\beta g + \alpha[g\rho + 1 + (g-1)\delta]/(1+\rho)}{1+\theta f^2} \right\} f \quad (24a)$$

$$\frac{d^2q}{ds^2} = 2 \left\{ \omega - \alpha + \frac{\beta g(1+\rho) + \alpha[g\rho + 1 + (g-1)\delta]}{(1+r) - (r-\rho)q^2} \right\} q \quad (24b)$$

式中  $\theta = (r-\rho)/(1+\rho)$ , 将式(24a)乘以  $df/ds$  并在区间  $[0, s]$  内对  $s$  积分可得

$$\left( \frac{df}{ds} \right)^2 = 2(\mu - \alpha)(f^2 - 1) + 2 \frac{\beta g(1+\rho) + \alpha(g\rho+1) + \alpha(g-1)\delta}{(1+\rho)\theta} \cdot \ln\left(\frac{1+\theta f^2}{1+\theta}\right) \quad (25)$$

再利用  $f(s)$  在  $s \rightarrow 0$  处的边界条件,可以求

$$\mu = \alpha - \frac{\beta g(1+\rho) + \alpha(g\rho+1) + \alpha(g-1)\delta}{(1+\rho)} \cdot \ln(1+\theta) \quad (26)$$

对式(24b)用  $q(s)$  在  $s \rightarrow \infty$  的边界条件有

$$\omega = \alpha - \beta g - \alpha[g\rho + 1 + (g-1)\delta]/(1+\rho) \quad (27)$$

将式(27)代入式(24b)可得

$$\frac{d^2q}{ds^2} = -2 \frac{\beta g(1+\rho) + \alpha(g\rho+1) + \alpha(g-1)\delta}{(1+\rho)} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{(1+r) - (r-\rho)q^2} \right] q \quad (28)$$

积分式(25)可以求出

$$s = \pm \int_1^f \left\{ \left[ 2 \frac{\beta g(1+\rho) + \alpha(1+g\rho) + \alpha(g-1)\delta}{\theta(1+\rho)} \right] \cdot [\ln(1+\theta \tilde{f}^2) - \tilde{f}^2 \ln(1+\theta)] \right\}^{-1/2} d\tilde{f} \quad (29)$$

要产生亮-暗孤子对,必须满足条件  $\{\beta g + \alpha[1 + g\rho + (g-1)\delta]/(1+\rho)\}/\theta > 0$ . 由于  $\delta \leq 1$ , 可以看出,当外加电场和光伏场的方向均与晶体光轴方向相同,即  $\alpha > 0, \beta > 0$ , 可得到  $\theta > 0$ , 晶体中支持亮孤子峰值光强大于暗孤子峰值光强的亮-暗孤子对. 当外加电场和光伏场的方向均与晶体光轴方向相反,即  $\alpha < 0, \beta < 0$ , 可得到  $\theta < 0$ , 晶体中支持亮孤子峰值光强小于暗孤子峰值光强的亮-暗孤子对. 当  $\alpha, \beta$  取值符号不一致时,这时只能由  $\{\beta g + \alpha[1 + g\rho + (g-1)\delta]/(1+\rho)\}$  计算结果确定  $\theta$  当的正负,然后在确定亮-暗孤子对的类型. 数值求解式(29)可得出  $f(s)$ , 再由  $f^2 + q^2 = 1$  的求出  $q(s)$ , 代入  $U$  和  $V$  表达式可得到亮-暗孤子对无量纲化的光场包络.

选取  $\text{LiNbO}_3$  晶体<sup>[15]</sup>作为研究对象,晶体的相关参量为:  $\beta = -178, \alpha = 355, g = 0.5, r = 1.429$

( $r_0 = 10$ ),  $\rho = 1.421$  ( $\rho_0 = 9.95$ ),  $\delta = 0.857$  ( $\delta' = 6$ ), 计算出  $\theta = 0.0029$ , 表明晶体中支持亮孤子光强峰值稍大于暗孤子最大光强亮-暗混合孤子对. 图 10 给出在上述参量下非相干耦合亮-暗孤子对光强的空间分布. 孤子对亮和暗分量一起在光折变晶体中传播时,由于它们共同引起折射率发生改变,能稳定地沿  $z$  轴传播,如图 11.

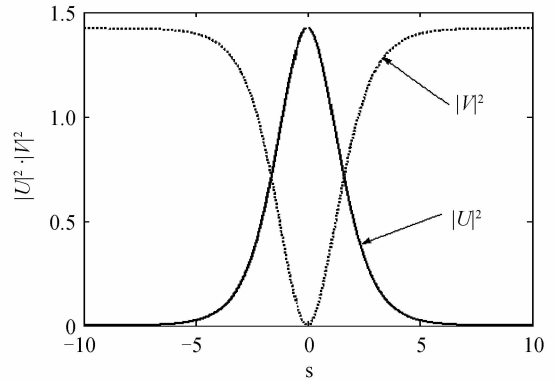
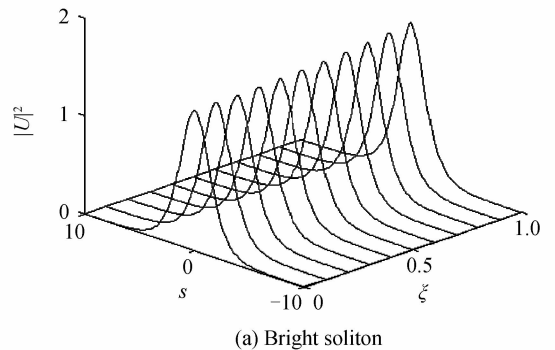
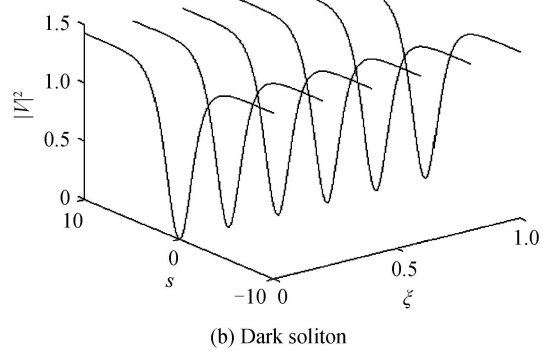


图 10 非相干耦合亮-暗混合孤子对强度包络  
Fig. 10 Intensity profiles of incoherently coupled bright-dark hybrid soliton pairs



(a) Bright soliton



(b) Dark soliton

图 11 非相干耦合亮-暗混合孤子对的稳定播传  
Fig. 11 Stable propagation of the incoherently coupled bright-dark hybrid soliton pairs

## 6 讨论

当分压电阻、外加电场、光伏场和  $e$  偏振背景光取不同值时,可得到 14 种非相干耦合空间孤子对. 这些孤子对是:

1)  $0 < g < 1, \alpha \neq 0, \beta \neq 0$  和  $\delta \neq 0$  时,得到有分压

电阻和 e 偏振背景光的非相干耦合屏蔽光伏空间孤子对,也就是本文提出的非相干耦合空间孤子对的统一理论;

2)  $g=1, \alpha \neq 0, \beta \neq 0$  和  $\delta \neq 0$  时,得到无分压电阻,有 e 偏振背景光的屏蔽光伏空间孤子对;

3)  $g=1, \alpha=0, \beta \neq 0$  和  $\delta \neq 0$ ,得到的结果是无分压电阻,有 e 偏振背景光的屏蔽空间孤子对;

4)  $g=1, \alpha \neq 0, \beta=0$  和  $\delta \neq 0$ ,得到的结果为闭路有 e 偏振背景光光伏空间孤子对;

5)  $g=0, \alpha \neq 0, \beta=0$  和  $\delta \neq 0$ ,得到结果是文献[7]给出的开路有 e 偏振背景光的光伏空间孤子对;

6) 在  $0 < g < 1, \alpha=0, \beta \neq 0$  和  $\delta \neq 0$  的时,得到的是有分压电阻和 e 偏振背景光的屏蔽空间孤子对;

7)  $0 < g < 1, \alpha \neq 0, \beta=0$  和  $\delta \neq 0$  的时,得到有分压电阻和 e 偏振背景光的光伏空间孤子对;

8)  $0 < g < 1, \alpha \neq 0, \beta \neq 0$  和  $\delta=0$  的时,得到含分压电阻,无 e 偏振背景光的屏蔽光伏空间孤子对;

9)  $g=1, \alpha \neq 0, \beta \neq 0$  和  $\delta=0$ ,得到的结果为文献[16-18]给出无分压电阻和 e 偏振背景光的屏蔽光伏空间孤子对;

10)  $g=1, \alpha=0, \beta \neq 0$  和  $\delta=0$ ,得到的结果为文献[10]给出的无分压电阻和 e 偏振背景光的屏蔽空间孤子对;

11)  $g=1, \alpha \neq 0, \beta=0$  和  $\delta=0$ ,得到的结果为闭路无 e 偏振背景光光伏空间孤子对;

12)  $g=0, \alpha \neq 0, \beta=0$  和  $\delta=0$ ,得到的结果是开路无 e 偏振背景光的光伏空间孤子对;

13)  $0 < g < 1, \alpha=0, \beta \neq 0$  和  $\delta=0$  的时,得出有分压电阻,无 e 偏振背景光的屏蔽空间孤子对;

14)  $0 < g < 1, \alpha \neq 0, \beta=0$  和  $\delta=0$  的时,得到有分压电阻,无 e 偏振背景光的光伏空间孤子对。

## 7 结论

本文在单光子光折变空间光孤子基本理论模型的基础上,证明了有分压电阻和 e 偏振背景光辐照的光伏光折变晶体中存在非相干耦合屏蔽光伏空间孤子对。有暗-暗、亮-亮、灰-灰和亮-暗混合四种孤子对类型。在外加电阻、外电场、光伏场和背景光取不同数值情况下,能得到上述不同类型的非相干耦合空间孤子对。本文的理论可以看成是非相干耦合空间孤子对的统一理论。在不同的条件下,先前报道的非相干耦合空间孤子对都可以从本文理论中得到。

### 参考文献

- [1] SEGEV M, CROSIGNANI B, YARIV A, *et al.* Spatial solitons in photorefractive media[J]. *Physical Review Letters*, 1992, **68**(7): 923-926.
- [2] DUREE G C, SHULTZ J L, SALAMO G J, *et al.*

Observation of self-trapping of an optical beam due to the photorefractive effect[J]. *Physical Review Letters*, 1993, **71**(4): 533-536.

- [3] VALLEY G C, SEGEV M, CROSIGNANI B, *et al.* Dark and bright photovoltaic spatial solitons [J] *Physics Review A*, 1994, **50**(6): R4457-R4460.
- [4] TAYA M, BASHAW M, FEJER M M, *et al.* Observation of dark photovoltaic spatial solitons [J]. *Physics Review A*, 1995, **52**(4): 3095-3100.
- [5] SHE W L, LEE K K, LEE W K. Observation of two-dimensional bright photovoltaic spatial solitons [J] *Physical Review Letters*, 1999, **83**(16): 3182-3185.
- [6] HOU C F, JIANG Y Y, TANG R M, *et al.* Bright spatial solitons in photovoltaic-photorefractive crystal illuminated by e-polarized incoherent uniform back-ground irradiation under open-circuit conditions [J]. *Journal of Optoelectronics*, 2001, **12**(4): 410-413.
- [7] HOU C F, PEI Y B, ZHOU Z X, *et al.* Bright - dark incoherently coupled photovoltaic soliton pair [J]. *Chinese Physics*, 2005, **14**(2): 349-352.
- [8] CHRISTODOULIDES D N, CARVALHO M I. Bright, dark and gray spatial soliton states in photorefractive media [J]. *JOSA B*, 1995, **12**(9): 1628-1633.
- [9] SHIH M F, SEGEV M, VALLEY G C, *et al.* Observation of two-dimensional steady-state photorefractive screening solitons [J]. *Electronics Letters*, 1995, **31**(10): 826-827.
- [10] CHRISTODOULIDES D N, SINGH S R, CARVALHO M I, *et al.* Incoherently coupled soliton pairs in biased photorefractive crystals [J]. *Applied Physics Letters*, 1996, **68**(9): 1763-1765.
- [11] LIU Jin-song, LU Ke-qing. Spatial solitaire wave in biased photovoltaic-photorefractive crystals [J]. *Acta Physica Sinica*, 1998, **47**(9): 1509-1515.  
刘劲松, 卢克清. 加外电场的光伏光折变晶体中的空间孤子波 [J]. *物理学报*, 1998, **47**(9): 1509-1514.
- [12] LIU J S, LU K Q. Screening-photorefractive spatial solitons in biased photovoltaic-photorefractive crystals and their self-deflection [J]. *JOSA B*, 1999, **16**(4): 550-555.
- [13] HOU C F, LI Y, ZHANG X F, *et al.* Grey screening-photovoltaic spatial soliton in biased photovoltaic photorefractive crystals [J]. *Optics Communications*, 2000, **181**(1): 141-144.
- [14] LIU J S. Universal theory of steady-state one-dimensional photorefractive solitons [J]. *Chinese Physics*, 2001, **10**(11): 1037-1042.
- [15] JI X M, JIANG Q C, WANG J L, *et al.* Grey screening photovoltaic spatial solitons in photorefractive crystal with a divider resistance in the external circuit [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(9): 1867-1870.
- [16] HOU Chun-feng, YUAN Bao-hong, SUN Xiao-dong. Incoherently coupled screening-photovoltaic soliton pairs [J]. *Acta Physica Sinica*, 2000, **49**(10): 1969-1971.  
侯春风, 袁保红, 孙晓冬. 非相干耦合屏蔽光伏孤子对 [J]. *物理学报*, 2000, **49**(10): 1969-1971.
- [17] HOU Chun-feng, LI Shi-qun, LI Bin, *et al.* Incoherently coupled bright-dark screening-photovoltaic soliton pairs in biased photovoltaic photorefractive crystals [J]. *Acta Physica Sinica*, 2001, **50**(9): 1709-1712.  
侯春风, 李师群, 李斌, 等. 有外加电场的光伏光折变晶体中的非相干耦合亮-暗屏蔽光伏孤子对 [J]. *物理学报*, 2001, **50**(9): 1709-1712.
- [18] HOU C F, ZHOU Z X, SUN X D. Incoherently coupled grey-grey screening-photovoltaic soliton pairs in biased

- photovoltaic-photorefractive crystals[J]. *Optik*, 2001, **112** (1): 17-20.
- [19] HOU C F, ZHOU Z X, SUN X D. Incoherently coupled bright-dark hybrid soliton families in biased photovoltaic-photorefractive crystals[J]. *Applied Physics B*, 2001, **72** (2): 191-194.
- [20] WANG X S, SHE W L. Photovoltaic spatial solitons affected by a resistor in the external circuit [ J ]. *Optics Communications*, 2002, **210**(1-2): 101-105.
- [21] KUKHTAREV N V, MARKOV V B, ODULOV S G, *et al.* Holographic storage in electrooptic crystals [ J ]. *Ferroelectrics*, 1979, **22**(1): 949-960.

## Incoherently Coupled Spatial Soliton Pairs in Photorefractive Crystals Illuminated by E-polarized Incoherent Uniform Back-ground Irradiation with a Divider Resistance

JI Xuan-mang<sup>1</sup>, JIANG Qi-chang<sup>1</sup>, LIU Jin-song<sup>2</sup>

(1 *Department of Physics and Electronic Engineering, Yuncheng University, Yuncheng, Shanxi 044000, China*)

(2 *College of Optoelectronic Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China*)

**Abstract:** In order to study the universal theory of incoherently coupled spatial solitons pairs in photorefractive crystals, the theory of incoherently coupled soliton pairs based on the one-photon photorefractive effect is established in one-photon photovoltaic photorefractive crystals illuminated by e-polarized incoherent uniform back-ground irradiation with a divider resistance under steady-state conditions. The numerical results show that these soliton pairs can be established by two carrier beams which share the same polarization, wavelength and are mutually incoherent. When these incoherent coupled soliton pairs propagate together, two components can propagate stably in photorefractive crystal. The 14 kinds of incoherently coupled spatial soliton pairs can be obtained from this theory by adjusting the value of the divider resistance, e-polarized back-ground irradiation, the biased electric field and photovoltaic electric field. The proposed studies have great significance to the photorefractive spatial soliton theory system.

**Key words:** Nonlinear optics; Photorefractive effect; Spatial soliton pairs; Divider resistance; e-polarized back-ground irradiation