

doi: 10.3788/gzxb20124108.0986

# 半无限周期光子晶体全反射隧穿效应的共振机理

刘启能

(重庆工商大学 计算机科学与信息工程学院, 重庆 400067)

**摘 要:**建立了一维半无限周期光子晶体的谐振腔模型. 利用谐振腔的共振条件推导出全反射隧穿导带波长满足的解析公式, 从理论上解释了一维半无限周期光子晶体的全反射隧穿效应产生的物理机理. 利用波长的解析公式对全反射隧穿导带的波长随导带级数、腔光学厚度以及入射角的变化规律进行了研究, 解释了一维半无限周期光子晶体的全反射隧穿效应的变化规律. 将共振理论的结果与色散法的结果进行比较, 其结果吻合.

**关键词:**光子晶体; 全反射; 隧穿效应; 共振

**中图分类号:** O436 **文献标识码:** A

**文章编号:** 1004-4213(2012)08-0986-5

## 0 引言

光子晶体的概念是由 S. John 和 E. Yablonovitch 在 1987 年分别提出来的. 所谓光子晶体就是其折射率呈周期性变化的人造带隙材料. 光在光子晶体中传播时会与光子晶体的周期结构发生相互作用, 从而产生带隙. 利用光子晶体的带隙可以方便地控制光波的传播, 因此光子晶体在现代科学技术上有着广泛的应用前景. 这使得对光子晶体的研究成为目前光学的前沿领域内一个活跃的问题<sup>[1-6]</sup>.

目前对一维光子晶体的研究中, 在研究方法、带隙特性、缺陷模特性以及滤波理论等方面都取得了丰富成果<sup>[7-13]</sup>. 文献[14]利用传输矩阵法研究了光以大于全反射角入射一维光子晶体时出现的全反射隧穿现象, 得出了一维光子晶体的全反射隧穿现象随入射角和结构参数的变化特征. 文献[15]利用传输矩阵法进一步研究了一维光子晶体的全反射隧穿效应的滤波特性, 发现一维光子晶体的全反射隧穿效应比一维掺杂光子晶体具有更好的梳状滤波特性. 但是, 在文献[14-15]中有两个重要问题没有得到解决: 1) 对光子晶体全反射隧穿效应的产生原因没有给出定量的物理解释; 2) 没有得出光子晶体的全反射隧穿效应中各参量满足的解析表达式, 从而不能对全反射隧穿效应中各参量间的内在联系进行定量分析. 因此, 使得对光子晶体的全反射隧穿效应这一新现象产生的物理机理以及变化规律的认识和

理解不够深刻, 有待进一步的研究. 本文根据一维半无限周期光子晶体的结构特征建立其谐振腔模型, 利用光在势阱中的共振隧穿理论解释全反射隧穿效应产生的物理机理, 推导出了一维半无限周期光子晶体全反射隧穿导带的波长满足的解析公式, 分析全反射隧穿导带的波长与光子晶体结构参量之间的依赖关系, 并将共振理论的结果与色散法的结果进行比较研究.

## 1 模型与现象

一维半无限周期光子晶体是由氟化镁(折射率为  $n_1 = 1.38$ 、厚度为  $d_1$ )和碲化铅(折射率为  $n_2 = 4.1$ 、厚度为  $d_2$ )两种介质周期性地交替构成, 其周期为无限多个, 如图 1. 设入射空间的介质也为碲化铅, 即  $n_2 = n_0$ . 因  $n_0 > n_1$ , 所以当光大于全反射角入射该一维半无限周期光子晶体时应该产生全反射现象, 其全反射角  $\theta_m = \arcsin(n_1/n_0) = 0.34 \text{ rad}$ . 计算中取中心波长  $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ , 设归一化波长  $\Lambda = \lambda/\lambda_0$ ,  $\lambda$  为入射光在真空中的波长.

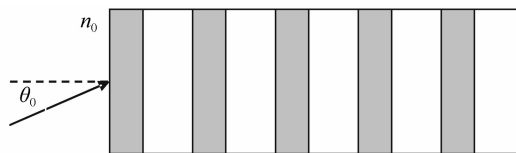


图 1 一维半无限周期光子晶体

Fig. 1 1D half infinite period photonic crystal

研究中采用色散方法, 光子晶体的一个周期的传输矩阵  $\mathbf{M}$  为

基金项目: 重庆市教委科技项目基金(No. KJ100717)资助

第一作者: 刘启能(1957-), 男, 教授, 主要研究方向为光学与声学. Email: liuqineng@yahoo.com.cn

收稿日期: 2012-01-04; 修回日期: 2012-04-01

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = m_{21} m_1 m_{12} m_2 \quad (1)$$

其中

$$m_1 = \begin{bmatrix} e^{-ik_1 d_1 \cos \theta_1} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 d_1 \cos \theta_1} \end{bmatrix}$$

$$m_2 = \begin{bmatrix} e^{-ik_2 d_2 \cos \theta_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_2 d_2 \cos \theta_2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

对横电波(TE 波)有

$$m_{ij} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{n_j \cos \theta_j}{n_i \cos \theta_i} & 1 - \frac{n_j \cos \theta_j}{n_i \cos \theta_i} \\ 1 - \frac{n_j \cos \theta_j}{n_i \cos \theta_i} & 1 + \frac{n_j \cos \theta_j}{n_i \cos \theta_i} \end{bmatrix} \quad (3)$$

该一维半无限周期光子晶体的色散关系为

$$\cos(Kd) = (M_{11} + M_{22})/2 \quad (4)$$

当式(4)的绝对值  $|\cos(Kd)| \leq 1$  时,  $K$  为实数, 布洛赫波为非衰减波, 对应光的导带. 当  $|\cos(Kd)| > 1$  时,  $K$  为复数, 布洛赫波为衰减波, 对应光的禁带. 为了便于绘出导带的图像, 引入色散函数  $F$

$$F = 1 - |\cos(Kd)| = 1 - |(M_{11} + M_{22})/2| \quad (5)$$

利用式(5)绘出色散函数  $F$  的图像, 在  $F$  的图像中  $F \geq 0$  对应光的导带,  $F < 0$  对应光的禁带, 这种方法称色散法. 利用式(1)~(5)可以研究光在大于全反射角入射一维半无限周期光子晶体时出现的全反射隧穿效应.

取  $n_1 d_1 = n_2 d_2 = \lambda_0/4$ , 计算出 TE 波以入射角  $\theta_0 = 0.35$  rad 入射该光子晶体其色散函数  $F$  随归一化波长  $\Lambda$  响应曲线, 如图 2. 由图 2 可知, 当 TE 波大于全反射角入射一维半无限周期光子晶体时会出现全反射隧穿现象, 即全反射隧穿效应. 其全反射隧穿效应具有以下特征: 全反射隧穿效应是由多级导带组成, 波长最大的隧穿导带称为一级隧穿导带, 随着波长的减小分别称为二级隧穿导带、……. 图 2 中归一化波长  $\Lambda$  在 0.45 附近的是一级全反射隧穿导

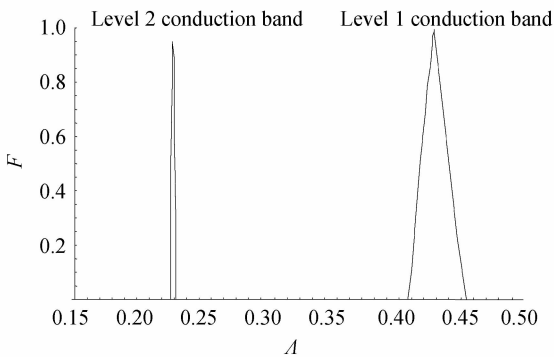


图 2 色散函数随归一化波长响应曲线 ( $\theta_0 = 0.35$  rad)  
Fig. 2 Response curves of dispersion function versus wavelength

带, 归一化波长  $\Lambda$  在 0.22 附近的是二级全反射隧穿导带, ….

## 2 共振理论

本文从一维半无限周期光子晶体的结构特征和光的全反射特征入手进行分析: 当光以大于全反射角入射该光子晶体时, 由于  $n_0 > n_1$ , 光会在从  $n_0$  入射到  $n_1$  的界面上发生全反射, 但光并不是完全不能进入  $n_1$  中, 光能够以倏逝波的形式进入  $n_1$  约一个波长的深度<sup>[17]</sup>. 而该光子晶体中  $n_1$  的厚度  $d_1$  约为 0.25 个波长, 因此光能够穿过  $n_1$  进入  $n_2$  中. 当光进入  $n_2$  层后, 会在  $n_2$  层的前后两个平行界面间往复地全反射, 这时  $n_2$  层就成为一个势垒很高的势阱, 也就形成一个谐振腔, 如图 3. 该一维半无限周期光

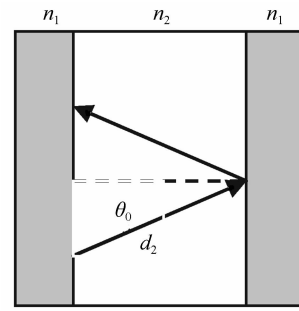


图 3 谐振腔模型  
Fig. 3 Resonant cavity model

子晶体就由无限多个这样的谐振腔连续排列组成. 由谐振腔的理论可知, 满足驻波条件的光才能在  $n_2$  层发生共振而存在.

$$2n_2 d_2 \cos \theta_0 = j\lambda \quad (j = 1, 2, 3 \dots) \quad (6)$$

由量子力学的隧穿理论可知, 满足式(6)波长的光会在  $n_2$  层中由于共振而积蓄足够的能量, 并且满足式(6)的光在谐振腔内相邻两次往复反射所产生的透射波会发生相长干涉. 因此, 这些波长的光就能够穿过高势垒产生一维半无限周期光子晶体的全反射隧穿效应. 这就是一维半无限周期光子晶体的全反射隧穿效应产生的物理机理. 由于波的共振理论是波在空间受限区域内传播的重要理论, 它不仅能够从本质上解释波在空间受限区域内产生的一系列现象, 如共振现象、隧穿现象、模式现象等, 而且能够得出共振波长与各参量间的解析关系. 因此, 共振理论对于研究光子晶体和声子晶体这类空间受限系统是一种十分重要的理论方法, 特别是在研究光子晶体和声子晶体中一些现象的形成机理方面共振理论能够给出清晰的物理图像, 这是其他数值计算方法所不及的.

为了与色散法的计算结果进行比较, 由式(6)可得全反射隧穿导带的归一化波长满足的解析式为

$$\Lambda_j = 2n_2d_2 \cos \theta_0 / j\lambda_0 \quad (j=1,2,3\cdots) \quad (7)$$

由式(7)可以看出隧穿导带的归一化波长  $\Lambda_j$  与自然数变量  $j$  有关,这个  $j$  正是用来确定全反射隧穿导带的级数的, $j=1$  对应一级隧穿导带, $j=2$  对应二级隧穿导带,……,因此称它为隧穿导带级数.由式(7)看出,归一化波长  $\Lambda_j$  随着级数  $j$  成反比变化.这正好对图 2 由色散法得出的全反射隧穿效应特征作出了圆满解释.固定  $n_2d_2 = \lambda_0/4$ 、 $\theta_0 = 0.35$  rad,由式(7)计算出一级和二级隧穿导带的归一化波长分别为  $\Lambda_1=0.46$  和  $\Lambda_2=0.22$ ,这个结果与图 2 中的数值完全吻合.

由式(7)可看出全反射隧穿导带的归一化波长由  $j$ 、 $n_2d_2$ 、 $\theta_0$  三个参量决定.其中  $j$  对全反射隧穿导带结构特征的影响已经作了讨论.下面进一步对  $n_2d_2$ 、 $\theta_0$  两个参量对全反射隧穿导带归一化波长的影响进行研究.由于一级和二级隧穿导带比较明显,本文主要针对一级和二级隧穿导带的特征进行分析,并将结果与色散法的计算结果进行比较.

### 2.1 波长随腔光学厚度变化

谐振腔的光学厚度就是式(7)中的  $n_2d_2$ ,为了研究方便令  $n_2d_2 = X\lambda_0$ ,  $X$  为无量纲的参变量,腔光学厚度的变化通过  $X$  的变化实现.则式(7)化为

$$\Lambda_j = 2X \cos \theta_0 / j \quad (j=1,2,3\cdots) \quad (8)$$

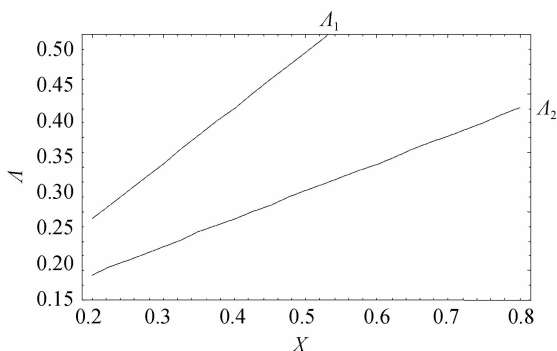
由式(8)计算出光以  $\theta_0 = 0.35$  rad 入射时其一级和二级隧穿导带的归一化波长为

$$\Lambda_1 = 2X \cos 0.35, \Lambda_2 = X \cos 0.35 \quad (9)$$

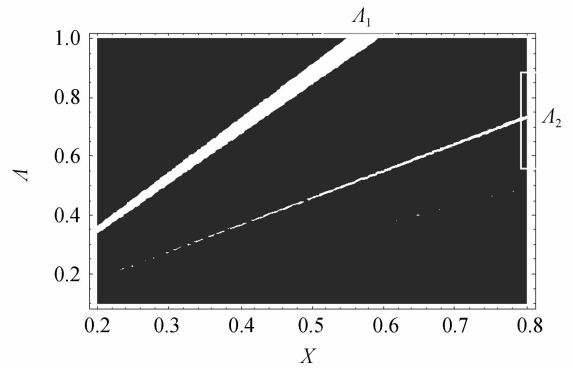
由式(9)绘出归一化波长随腔光学厚度的响应曲线,如图 4(a).由色散法计算出归一化波长随腔光学厚度的响应曲线,如图 4(b).图 4(b)中的白色带为一级和二级隧穿导带.由式(9)、图 4 可知:

1)一级、二级隧穿导带的归一化波长都随腔光学厚度成正比变化,这一个结论解析法与色散法完全吻合.

2)由式(9)得出一级、二级隧穿导带的归一化波长随腔光学厚度成正比变化的斜率分别为  $d\Lambda_1/dX =$



(a) Resonance theory



(b) Dispersion method

图 4 波长随腔光学厚度的响应曲线

Fig. 4 Response curves of wavelength versus optical thickness

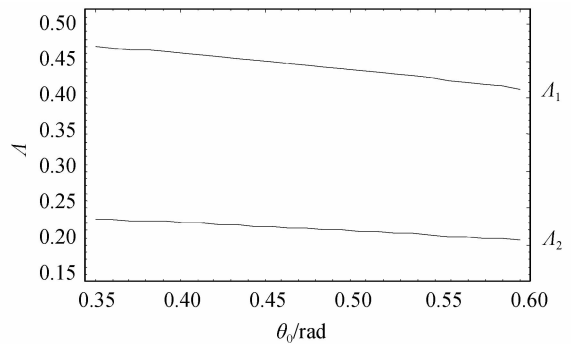
1.88 和  $d\Lambda_2/dX = 0.94$ ,由图 4(b)中的图像求出的斜率分别为  $d\Lambda_1/dX = 1.81$  和  $d\Lambda_2/dX = 0.95$ ,共振理论的结果与色散法的结果吻合得较好.

### 2.2 波长随入射角变化

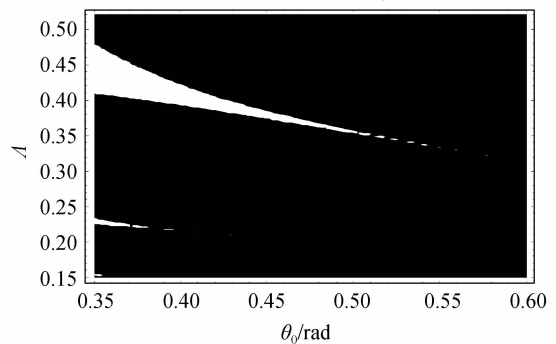
固定  $n_1d_1 = n_2d_2 = \lambda_0/4$ ,由式(7)得出一级、二级隧穿导带的归一化波长随入射角的变化关系为

$$\Lambda_1 = \cos \theta_0 / 2, \Lambda_2 = \cos \theta_0 / 4 \quad (10)$$

由式(10)绘出  $\Lambda_1$ 、 $\Lambda_2$  随入射角的响应曲线,如图 5(a).为了比较,利用色散法绘出  $\Lambda_1$ 、 $\Lambda_2$  随入射角的响应曲线,如图 5(b).图 5(b)中的白色带为一级和二级隧穿导带,一级隧穿导带明显,二级隧穿导带较弱.由式(10)、图 5 可知:



(a) Resonance theory



(b) Dispersion method

图 5 波长随入射角的响应曲线

Fig. 5 Response curves of wavelength versus incident angle

1)一级、二级隧穿导带的归一化波长随入射角的余弦成正比变化,即归一化频率都随入射角的增加而减小.这一个结论解析法共振理论和色散法是吻合的.

2)由式(10)计算出当 $\theta_0=0.35$  rad时,一级、二级隧穿导带的归一化波长分别为 $\Lambda_1=0.47$ 和 $\Lambda_2=0.24$ .而由图5(b)中的图像求出一级、二级隧穿导带的归一化波长分别为 $\Lambda_1=0.45$ 和 $\Lambda_2=0.23$ .共振理论的结果与色散法的结果也吻合得较好.

从共振理论和色散法的结果比较还可以看出,两种方法的结果并不是完全一致,它们主要的区别在于:共振理论只能给出全反射隧穿导带的中心频率的变化规律,而不能给出全反射隧穿导带的频率宽度的变化规律.色散法还可以给出全反射隧穿导带的频率宽度的变化特征.因此共振理论和色散法在研究全反射隧穿导带的变化规律时具有互补性.

### 3 结论

通过建立一维半无限周期光子晶体的谐振腔模型,利用谐振腔的共振条件推导出一维半无限周期光子晶体全反射隧穿导带波长满足的解析公式,从理论上解释了一维半无限周期光子晶体的全反射隧穿效应产生的物理机理.利用波长的解析公式对全反射隧穿导带的波长随导带级数、腔光学厚度以及入射角的变化规律进行了解析研究,解释了一维半无限周期光子晶体的全反射隧穿效应的变化规律.并且与色散法的计算结果进行了比较,结果发现两种方法得出的结论吻合较好.由于色散法和共振理论建立在不同的理论基础上,这种吻合表明本文建立的一维半无限周期光子晶体的谐振腔模型以及推导出的全反射隧穿导带波长的解析公式都是正确的.

#### 参考文献

- [1] LI Rong, REN Kun, REN Xiao-bin. Angular and wavelength selectivity of band gaps of holographic photonic crystals for different polarizations[J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(8): 2520-2523.  
李蓉,任坤,任晓斌.一维光子晶体带隙结构对不同偏振态的角度和波长响应[J].物理学报,2004,**53**(8):2520-2523.
- [2] XU Xu-ming, FANG Li-guang, LIU Nian-hua. Unusual photonic tunneling in multilayer system with a negative refraction Index layer[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(12): 1676-1679.  
徐旭明,方利广,刘念华.含负折射率层的多层体系的反常光子隧穿[J].光学学报,2005,**25**(12):1676-1679.
- [3] ZHANG Gao-ming, PENG Jing-cui, JIAN Zhi-jian, et al. Orthogonality relations among modes in left-handed materials slab waveguide[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(4): 1846-1849.  
张高明,彭景翠,翦知渐,等.左手材料薄板波导中模式之间的正交关系[J].物理学报,2006,**55**(4):1846-1849.
- [4] SHANG Ting-yi, ZHENG Yi, ZHANG Hui-yun. Omnidirectional gap and defect mode of one-dimensional photonic crystals with negative-index materials[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(4): 663-666.  
尚廷义,郑义,张会云.含负折射率材料一维光子晶体的全方位带隙和缺陷模[J].光子学报,2007,**36**(4):663-666.
- [5] ZHU Q, ZHANG Y. Defect modes and wavelength tuning of one dimensional photonic crystal with lithium niobate[J]. *Optik*, 2009, **120**(4): 195-198.
- [6] LUO Z, TANG Z, XIANG Y. Polarization-independent lowpass spatial filters based on one-dimensional photonic crystals containing negative-index materials[J]. *Applied Physics B*, 2009, **94**(4): 641-646.
- [7] FANG Yun-tuan, LIANG Zhong-cheng. Unusual transmission through usual one-dimensional photonic crystal in the presence of evanescent wave[J]. *Optics Communications*, 2010, **283**: 2102-2106.
- [8] LIU Qi-neng. Theoretical study on photonic crystal tunable filter with multiple channels[J]. *Journal of Applied Optics*, 2008, **29**(4): 639-642.  
刘启能.光子晶体多通道可调谐滤波器的理论研究[J].应用光学,2008,**29**(4):639-642.
- [9] CHEN Bing, TANG Tian-tong. Enhancement effect of refractive index phase shift modulation near guided-wave band edge of line-defect photonic crystal waveguides[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(12): 1845-1848.  
陈兵,唐天同.子晶体线缺陷波导中的折射率相位调制增强效应[J].光子学报,2011,**40**(12):1845-1848.
- [10] XU Qing-jun, ZHANG Shi-ying. Photonic localization in reverse opal photonic crystal constituted by TiO<sub>2</sub> in middle infrared band[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(11): 1733-1736.  
徐庆君,张士英.中红外区二氧化钛反蛋白石光子晶体的光子定域化研究[J].光子学报,2011,**40**(11):1733-1736.
- [11] LIU Qi-neng. A new simple and convenient method for study of properties forbidden band of one-dimensional photonic crystal[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(6): 1031-1034.  
刘启能.一种简便的研究一维光子晶体禁带特征的新方法[J].光子学报,2007,**36**(6):1031-1034.
- [12] LIU Qi-neng. Filtering feature of 1D rectangle doping photonic crystal[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2010, **37**(8): 2041-2044.  
刘启能.一维矩形掺杂光子晶体的滤波特性[J].中国激光,2010,**37**(8):2041-2044.
- [13] LIU Qi-neng. The defect mode and the quantum effect of light wave in cylindrical anisotropic photonic crystal[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, **60**(1): 0142171-0142174.  
刘启能.各向异性圆柱掺杂光子晶体的缺陷模及其量子效应[J].物理学报,2011,**60**(1):0142171-0142174.
- [14] LIU Qi-neng. Total reflection through effect of light in 1D photonic crystal[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(2): 232-235.  
刘启能.光在一维光子晶体中的全反射贯穿效应[J].光子学报,2011,**40**(2):232-235.
- [15] LIU Qi-neng. Theoretic study of total reflection through effect polarization filter of photonic crystal[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2011, **23**(4): 1091-1094.  
刘启能.光子晶体全反射贯穿偏振滤波器的理论研究[J].强激光与粒子束,2011,**23**(4):1091-1094.
- [16] LIU Qi-neng. New dispersive method of stratified medium and its application in photonic crystal[J]. *Laser & Infrared*, 2009, **39**(6): 643-646.  
刘启能.分层介质的新色散法及其在光子晶体中的应用[J].

激光与红外, 2009, 39(6): 643-646.

[17] 季家镛. 高等光学教程[M]. 北京: 科学出版社, 2007: 74-76.

## Resonance Theory of the Total Reflection Tunnel Effect of Half Infinite Period Photonic Crystal

LIU Qi-neng

(School of Computer Science and Information Engineering, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China)

**Abstract:** The resonance mechanism sets up a resonant cavity model of 1D half infinite period photonic crystal, and takes advantage of resonance conditions to infer the analytical formulas of the wavelength deduced by the total reflection tunnel effect. The physical mechanism of the total reflection tunnel effect of 1D half infinite period photonic crystal is explained. By using the formulas, the wavelength changes related to order number, thickness of resonant cavity, as well as the incident angle, are analyzed and the change law of the total reflection tunnel effect is explained successfully. Resonance theory results and dispersion method results are compared and their results are the same.

**Key words:** Photonic crystal; Total reflection; Tunnel effect; Resonance