doi:10.3788/gzxb20124108.0949

### 偏振和衍射双重效应影响的 Schmidt 棱镜特性

卢进军,孙雪平,李向阳

(西安工业大学 光电工程学院,西安 710032)

摘 要:一束偏振光经过 Schmidt 棱镜的两个不同路径,成为两个不同的偏振状态,使得出射光束的偏振态呈现非均匀分布.为了探索偏振态非均匀分布对 Schmidt 棱镜传光质量的影响机理,将两个路径对应的光波函数引入屋脊衍射积分方程,得到了偏振效应影响的屋脊衍射场强分布.场强分布的数字计算表明:在偏振效应和衍射效应的双重影响下,经 Schmidt 棱镜出射的光场分布出现了严重变形;对应同一入射线偏振光出现的  $P_s$  两分量位相差的差异,使得  $P_s$  分量的屋脊衍射光强分布  $I_p$   $I_s$  有很大差异,这种差异在入射线偏振光方位角为  $0^\circ$  和  $90^\circ$  时达到最大;而合光波的衍射光强  $I_p+I_s$  是分裂为有一定空间间距的多峰分布,但多峰分布随入射线偏振光方位角的变化比较小.实验拍摄了  $I_s$  He-Ne 激光经 Schmidt 棱镜衍射后出射光强分布图.实验结果和理论分析一致性表明: Schmidt 棱镜中的偏振效应和屋脊衍射效应导致了一束入射线偏振光分裂为有一定空间间距的多峰光束,严重破坏了 Schmidt 棱镜的传光特性.

关键词:Schmidt 棱镜;屋脊衍射;偏振效应;偏振像差

中图分类号:O436.3

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2012)08-0949-7

### 0 引言

在光学工程应用中,棱镜的主要作用是折叠光 路、改变传光方向,完成一定的成像、检测和测量工 作[1-2]. 在不考虑光的偏振特性时, 棱镜的传光特性 可等效于平行平板. 这时考虑的主要是由制造误差 而引起的像差,它已经被广泛研究[3-5],但是,当一束 线偏振光通过复杂棱镜时,沿棱镜的两条不同光路 出射光波的偏振态并不相同. 文献[6-7]分析了线偏 振光通过角锥棱镜后的偏振变化情况,并计算了六 个路径的角锥棱镜的本征矢量和本征值. 文献[8]同 样计算了不同方位角的先偏振光通过 Schmidt 棱镜 后的方位角及椭偏率变化. 文献[9]建立了有角度误 差和面形误差情况下的远场衍射特性. 但是,事实是 衍射效应和偏振效应是同时存在的,这就使得 Schmidt 棱镜即便是在不存在角度误差和面形误差 的理想情况下,其衍射结果和不考虑偏振效应时的 衍射效应有很大区别. 在同时考虑棱镜的偏振效应 和衍射效应时,通过棱镜后的光束质量会更加恶劣. 本文以 Schmidt 棱镜为例,将偏振效应和棱的衍射 效应联系起来考虑其双重作用对 Schmidt 棱镜传光 特性的影响.

# 1 Schmidt 棱镜中偏振效应和屋脊衍射效应的理论分析

#### 1.1 理论模型的建立

图 1 是正人射光波在 Schmidt 棱镜中传播时经 四个全反射面反射传播的光路示意图(图中 y 轴为垂直于纸面出来的方向,z 轴是底面的面法线与 x 、y 构成右手坐标系).

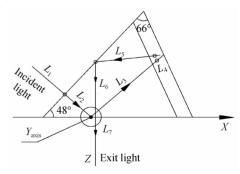


图 1 Schmidt 棱镜光路

Fig. 1 Path of propagation in Schmidt prism

一東入射线偏振光经过 Schmidt 棱镜时,同时经由两条传播路径传播,运用 Jones 矩阵可以建立这两条路径光波的传输矩阵. 出射光波的波函数,就是入射光波函数与此矩阵乘积的结果. 由此得到的

通讯作者:孙雪平(1987一),男,硕士研究生,主要研究方向为光学工程. Email:598923760@qq. com

**收稿日期:**2012-01-18;**修回日期:**2012-03-28

出射光波的波函数解析表达式,可以用于分析以不同方位角入射的线偏振光经过 Schmidt 棱镜后的偏振态分布.

按照文献[8]的分析,按"下屋脊面→上屋脊面" 顺序出射的光路经过四次反射时的传输矩阵为

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0.6050e^{-95.4163^{\circ}j} & 0.7962e^{55.5171^{\circ}j} \\ 0.7962e^{-124.4829^{\circ}j} & 0.6050e^{-153.5494^{\circ}j} \end{bmatrix}$$

按照"上屋脊面→下屋脊面"出射的光路经过四次反射时传输矩阵为

$$\mathbf{T}' = \begin{bmatrix} 0.6050e^{-95.4163^{\circ}j} & 0.7962e^{-124.4829^{\circ}j} \\ 0.7962e^{55.5171^{\circ}j} & 0.6050e^{-153.5494^{\circ}j} \end{bmatrix}$$

若入射线偏振光的琼斯矢量为

$$\mathbf{E}_{0} = \begin{bmatrix} \cos (\alpha) \\ \sin (\alpha) \end{bmatrix}$$

则从两路径出射的光波的琼斯矢量分别为

$$E = TE_0 =$$

$$\begin{bmatrix} 0.6050e^{-95.4163^{\circ}j}\cos(\alpha) + 0.7962e^{55.5171^{\circ}j}\sin(\alpha) \\ 0.7962e^{-124.4829^{\circ}j}\cos(\alpha) + 0.6050e^{-153.5494^{\circ}j}\sin(\alpha) \end{bmatrix}$$

$$E' = T'E_0 =$$

$$\begin{bmatrix} 0.6050e^{-95.4163^\circ} \cos(\alpha) + 0.7962e^{-124.4829^\circ} \sin(\alpha) \\ 0.7962e^{55.5171^\circ} \cos(\alpha) + 0.6050e^{-153.5494^\circ} \sin(\alpha) \end{bmatrix}$$
由这两个波函数可以明确地得到这两个光波之间的

状态差别,也就是 Schmidt 棱镜的偏振像差.

线偏振光经过两个不同路径通过 Schmidt 棱镜,经屋脊衍射的是分布在屋脊两侧的两种偏振态的椭圆偏振光. 当衍射孔径内的照明光波具有不同位相时,衍射积分函数应当分其位相差别,在每个位相相同的区域内各自积分,然后相加<sup>[9]</sup>. 为了使问题简明化,只考虑与屋脊棱垂直的 y 轴方向的衍射效应,并设屋脊线为  $x_0$  轴,垂直于屋脊并与两屋脊面夹  $45^\circ$ 角的方向为  $y_0$  轴,屋脊的宽度为 a,光束直径为 2b,在与 Schmidt 棱镜出射光束垂直的 xy 平面上得到的菲涅尔衍射积分为

$$\boldsymbol{E}(y) = \frac{1}{\mathrm{j}z\lambda} \exp\left[\mathrm{j}kz\right] \left[\boldsymbol{E}(y_0) \exp\left[\mathrm{j}\frac{k}{2z}(y - y_0)^2\right] \mathrm{d}y_0$$
(1)

将

$$\mathbf{E}(y_0) = \begin{cases} \mathbf{T}\mathbf{E}_0 & -b < y_0 < -\frac{a}{2} \\ \mathbf{T}'\mathbf{E}_0 & \frac{a}{2} < y_0 < b \\ 0 & 其它 \end{cases}$$

代入式(1),并利用误差函数  $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{x} \exp(-t^{2}) dt$ ,可将衍射积分表示为

$$\mathbf{E}(y) = \frac{1}{\mathrm{j}z\lambda} \exp\left[jkz\right] \left[\int_{-b}^{-\frac{a}{2}} \mathbf{T}' \mathbf{E}_{0} \exp\left[jk\frac{(y-y_{0})^{2}}{2z}\right] \mathrm{d}y_{0} + \int_{\frac{a}{2}}^{b} \mathbf{T} \mathbf{E}_{0} \exp\left[jk\frac{(y-y_{0})^{2}}{2z}\right] \mathrm{d}y_{0}\right] = \\
-\frac{1}{2\mathrm{j}\sqrt{z\lambda}} \exp\left[jkz + \frac{\pi}{4}\right] \left\{\mathbf{T}' \mathbf{E}_{0} \left[\operatorname{erf}\left\{\frac{1-\mathrm{i}}{2}\sqrt{\frac{2\pi}{\lambda z}}\left[\frac{a}{2}-y\right]\right\} - \operatorname{erf}\left\{\frac{1-\mathrm{i}}{2}\sqrt{\frac{2\pi}{\lambda z}}(b-y)\right\}\right] + \\
\mathbf{T} \mathbf{E}_{0} \left[\operatorname{erf}\left\{\frac{1-\mathrm{i}}{2}\sqrt{\frac{2\pi}{\lambda z}}(-b-y)\right\} - \operatorname{erf}\left\{\frac{1-\mathrm{i}}{2}\sqrt{\frac{2\pi}{\lambda z}}\left[-\frac{a}{2}-y\right]\right\}\right]\right\} = \begin{bmatrix}u(p)\\u(s)\end{bmatrix} \tag{2}$$

式中的 u(p)、u(s) 分别是由 Schmidt 棱镜出射的 衍射光波函数的 P 分量和 S 分量,P 光的光强为

$$I(p) = u^*(p) \times u(p) \tag{3}$$

S光的光强为

$$I(s) = u^*(s) \times u(s) \tag{4}$$

P光、S光的合光强为

$$I = I(p) + I(s) \tag{5}$$

#### 1.2 数值结果分析与计算

文献[11]指出,在近场衍射中,衍射光现象主要表现在与脊垂直的 y 轴方向,光强分布中出现了多个峰值;随着距离 Z 的变化,其分裂出的峰值个数由  $m=\frac{a^2}{4z\lambda}$ 决定.本文研究中发现:当通过脊两侧的光场不相同时,近场衍射光强图也会随之改变,由式(3)~(5)得到的数值运算结果表明,近场衍射光强图的改变尤其对脊两侧光场的偏振态差别非常敏感.

当入射方位角从  $0 \sim \pi$  变化时,从上屋脊面出射的 P 光位相为  $\varphi_1(p) = \arctan\left[\frac{\operatorname{Im}(TE_0(1))}{\operatorname{Re}(TE_0(1))}\right]$ ,从下屋 脊 面 出 射 的 P 光 位 相 为  $\varphi_2(p) = \arctan\left[\frac{\operatorname{Im}(T'E_0(1))}{\operatorname{Re}(T'E_0(1))}\right]$ , $TE_0(1)$ 和  $T'E_0(1)$ 为  $TE_0$ 

和 T'E。的第一矩阵元素,两路径 P 光的位相差为

$$\Delta\varphi(p) = \varphi_1(p) - \varphi_2(p) = \arctan\left[\frac{\operatorname{Im}(TE_0(1))}{\operatorname{Re}(TE_0(1))}\right] - \arctan\left[\frac{\operatorname{Im}(T'E_0(1))}{\operatorname{Re}(T'E_0(1))}\right]$$
(6)

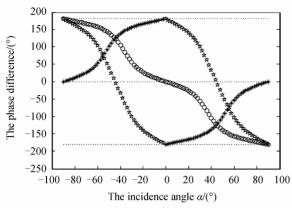
同理,两路径S光的位相差为

$$\Delta\varphi(s) = \arctan\left[\frac{\operatorname{Im}(TE_0(2))}{\operatorname{Re}(TE_0(2))}\right] - \arctan\left[\frac{\operatorname{Im}(T'E_0(2))}{\operatorname{Re}(T'E_0(2))}\right]$$
(7)

式中, $TE_0(2)$ 和  $T'E_0(2)$ 为  $TE_0$  和  $T'E_0$  的第二矩

阵元素.

图 2 是依据式(6)、(7)作出的两条路径的 P 及



- The phase difference of P-polarization
- \* The phase difference of S-polarization
- ★ The phase difference of the differentP-polarization and the different S-polarization

图 2 位相差随入射方位角的变化关系

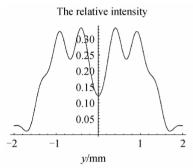
Fig. 2 The relations of phase with azimuth angle of the incidence

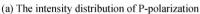
S 光的位相差  $\Delta \varphi(p)$ 、 $\Delta \varphi(s)$  随入射线偏振光方位角  $\alpha$  的变化关系. 计算中取 a=0.1 mm, b=1.5 mm, z=1 m.

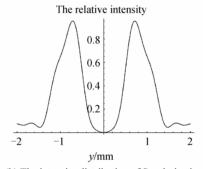
从图 2 中可以看到:  $\Delta \varphi(p)$ 、 $\Delta \varphi(s)$  随入射线偏振光方位角的变化并不相同, $\alpha = 0$ °时, $\Delta \varphi(p) = 0$ °,  $\Delta \varphi(s) = 180$ °; $\alpha = 135$ °时, $\Delta \varphi(p) = \Delta \varphi(s) = -119$ °;  $\alpha = 45$ ° 时, $\Delta \varphi(p) = \Delta \varphi(s) = 119$ °;  $\alpha = \pm 90$ ° 时,  $\Delta \varphi(p) = 180$ °,  $\Delta \varphi(s) = 0$ °.

图 3 是依据式(3)~(5)得到的  $\alpha$ =0°时 y 方向的光强分布  $I_P$ 、 $I_S$  以及合光强  $I=I_P+I_S$ . 显然,光强分布  $I_P$ 、 $I_S$  明显表现为随位相差  $\Delta \varphi(p)$ 、 $\Delta \varphi(s)$  变化的特征. 位相差  $\Delta \varphi(p)$ =0°的 P 光为标准的双缝近场衍射;位相差  $\Delta \varphi(s)$ =180°的 S 光的零级衍射中出现了分裂的两个对称极大光强,零级衍射中心出现了光强为零的极小. 由于  $\Delta \varphi(p) \neq \Delta \varphi(s)$ ,合光强的衍射零级是双峰分布.

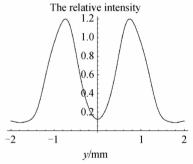
图 4 是依据式(3) $\sim$ (5)得到的 $\alpha$ =45°时的y方







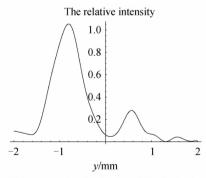
(b) The intensity distribution of S-polarization



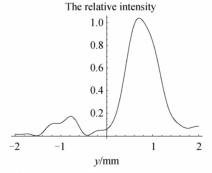
(c) The intensity distribution of the sum of P-polarization and S-polarization

图 3 α=0°时的光强分布

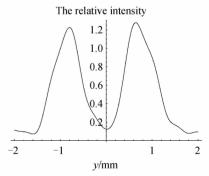
Fig. 3 The intensity distribution when  $\alpha = 0^{\circ}$ 



(a) The intensity distribution of P-polarization



(b) The intensity distribution of S-polarization



(c) The intensity distribution of the sum of P-polarization and S-polarization

图 4 α=45°时的光强分布

Fig. 4 The intensity distribution when  $\alpha = 45^{\circ}$ 

向 $I_P$ 、 $I_S$ 以及合光强 $I=I_P+I_S$ . 此时 $\Delta \varphi(p)=\Delta \varphi(s)$ ,然而对于从上部分出射的光场和下部分出射的光场的 P 分量振幅分别为 0.268 3、0.959 7,S 分量振幅分别为 0.959 7、0.268 3,所以 P、S 分量的光强分布见图 4.

 $\alpha = 90$ °时 y 方向的光强分布  $I_P$ 、 $I_S$  正好是  $\alpha =$ 

 $0^{\circ}$ 时的  $I_{\rm S}$ 、 $I_{\rm P}$ ,合光强与  $\alpha=0^{\circ}$ 时相同,当  $\alpha=135^{\circ}$ 时 y 方向的光强分布  $I_{\rm P}$ 、 $I_{\rm S}$  正好是  $\alpha=45^{\circ}$ 时的  $I_{\rm S}$ 、 $I_{\rm P}$ ,合光强与  $\alpha=45^{\circ}$ 时相同.

#### 2 实验

图 5 是使用 He-Ne激光器作为光源搭建的实

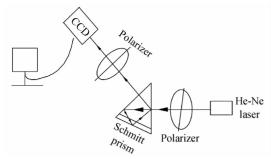


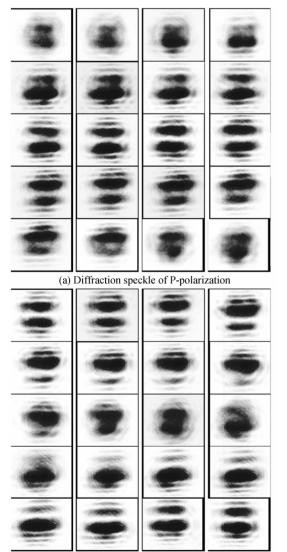
图 5 实验光路

Fig. 5 The light path chart

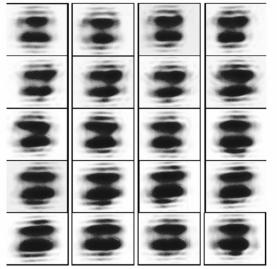
#### 验系统图.

由 He-Ne 激光器出射的单色光经过偏振片后成为线偏振光,经过 Schmidt 棱镜、偏振片后用 CCD 分别记录 P、S 光的衍射图. 去掉最后的偏振片时,CCD记录 P、S 的衍射合光强图.

图6分别是CCD采集到的P偏振分量、S偏振分量以及合光波的衍射光斑形状随入射线偏振光方位角的变化过程.实验中入射线偏振光方位角从0°开始,每隔10°采衍射光斑图样一次(45°和135°也在其中).



(b) Diffraction speckle of S-polarization



(c) Diffraction speckle of P-polarization adding S-polarization

图 6 衍射光斑

Fig. 6 Diffraction speckle

图 6(a)和(b)的实验结果表明,对应同一入射线偏振光方位角,P、S分量的衍射光斑完全不同.但如果将 P分量的实验结果按倒序排列,其图形就与 S分量的相同.图 6(c)则表明,入射线偏振光方位角从 0°变化到 180°的过程中,合光波的衍射光斑形状并无明显变化.

图 7 和图 8 是入射线偏振光的方位角为 0°时,

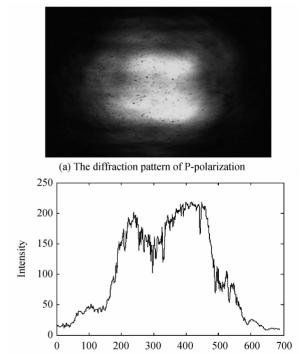
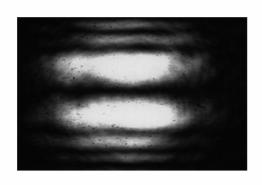
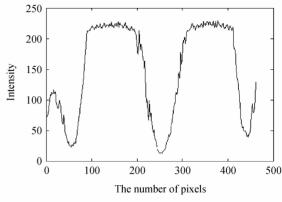


图 7  $\alpha$ =0°线偏振光入射时出射 P 光的实验光强分布 Fig. 7 The intensity distribution of P-polarization in experiment when the azimuth angle of incidence is 0°

The number of pixels
(b) The intensity distribution of *y*-axis







(b) The intensity distribution of y-axis

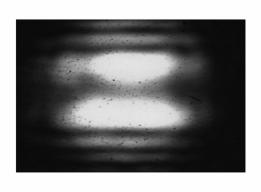
图 8 α=0°线偏振光入射时出射 S 光的实验光强分布

Fig. 8 The intensity distribution of S-polarization in experiment when the azimuth angle of incidence is 0°

出射 P 光和 S 光的衍射图及 y 方向的光强分布. 图 9 是出射 P 光和 S 光的合光波衍射图和 y 方向的光强分布. 图  $10\sim12$  是入射线偏振光的方位角为  $45^\circ$  时出射光波的衍射图和光强分布.

图 7~12 给出的 y 方向光强分布曲线与图 3~

4 给出的理论分析曲线完全相似. 注意,实验中用 ccd 拍到的图画出的 y 方向光强分布左边相当于 y 轴上方,右边相当于 y 轴下方. 根据图  $7\sim12$  的实验结果与理论分析结果的对比可以确认:实验结果和理论分析结果符合程度较高.



(a) The sum diffraction pattern

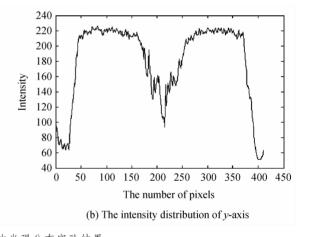
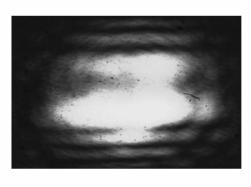


图 9  $\alpha$ =0°线偏振光入射时出射合光波的的光强分布实验结果 Fig. 9 The intensity distribution in experiment when the azimuth angle of incidence is 0°



(a) The diffraction pattern of P-polarization

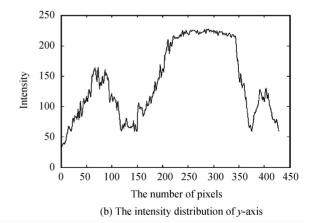
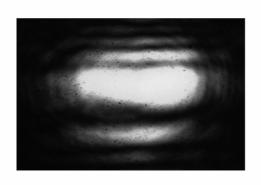
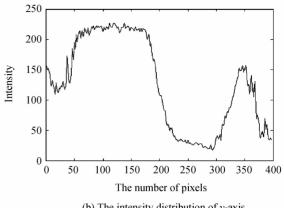


图 10 α=45°线偏振光入射时的出射 P 光波的光强分布实验结果

Fig. 10  $\,$  The intensity distribution of S-polarization in experiment when the azimuth angle of incidence is  $45^{\circ}$ 



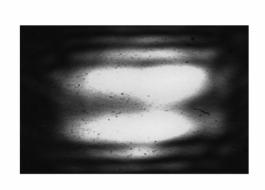




(b) The intensity distribution of y-axis

图 11 α=45°线偏振光入射时的出射 S 光波的光强分布实验结果

Fig. 11 The intensity distribution of P-polarization in experiment when the azimuth angle of incidence is 45°



(a) The sum diffraction pattern

图 12 α=45°线偏振光入射时的出射合光波的光强分布实验结果

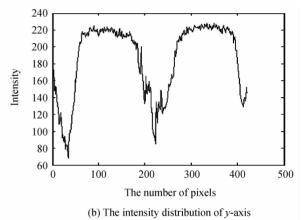


Fig. 12 The intensity distribution in experiment when the azimuth angle of incidence is 45°

#### 结论 3

按照波动光学[12] 理论,将 Schmidt 棱镜中不可 避免的偏振效应和屋脊衍射效应结合在一起,建立 了线偏振光经 Schmidt 棱镜传输时的衍射数学模 型,使用这一模型得到出射光束衍射光场分布的数 值结果,与使用 He-Ne 线偏振激光束进行的 Schmidt 棱镜出射光斑能量分布检测实验得到的结 果比较表明:

1)一束线偏振光同时通过 Schmidt 棱镜两条路 径后,将成为一束包含两种椭圆偏振态的偏振光,两 路径光波的 P 偏振分量位相差  $\Delta \varphi(p)$ 和 S 偏振分 量位相差  $\Delta \varphi(s)$  随入射线偏振光方位角  $\alpha$  的变化并 不同步.

2)对应同一入射线偏振光出现的 P、S 两分量 位相差的差异,使得从 Schmidt 棱镜出射的 P、S 分 量的屋脊衍射光强分布 Ip、Is 有很大差异. 这种差 异在入射线偏振光方位角为 0°和 90°时达到最大, 在入射线偏振光方位角为 45°和-45°的差别主要体 现在因为振幅导致光强的相反方向的分布.

3)无论入射线偏振光的方位角 α 如何变化,合

光波的衍射光斑变化不会太大.

显然,单色线偏振光经过 Schmidt 棱镜传输时, 出射光束将因为偏振效应和屋脊衍射效应的共同影 响,分裂为有一定空间间距的多峰光束,这必然改变 经 Schmidt 棱镜传输的光束特性,使光束截面的能 量分布遭到严重破坏.

#### 参考文献

- [1] WANG Peng-peng, LI Xiao-juan, JIANG Man, et al. Improvement of holography experiment methods based on double prism[J]. Journal of Jishou University, 2009, 30 (4):55-57.
  - 王朋朋,李小娟,江曼,等.基于双棱镜的全息照相实验方法改 进[J]. 吉首大学学报,2009,30(4):55-57.
- [2] SUN Shu-jing. The reserch of measuring wavelength with double-prism[J]. Physical Experiment of College, 2009, 22 (3): 20-22.
  - 孙淑静. 用双棱镜测波长方法研究[J]. 大学物理实验,2009,22 (3):20-22.
- [3] GONG Jie, WU Fan. An analysis for angular error and production technology of schmidt ridge prism [J]. Opto-Electronic Enginerring, 1992, 19(3): 47-51. 宫杰,吴凡. 斯密特屋脊棱镜的角度误差分析及加工工艺方法
  - [J]. 光电工程,1992,19(3):47-51.
- [4] MAO Wen-wei. Manufacture error and adjustment of reflectiong prisms [J]. Journal of Tsinghua University, 1996, 36(10): 73-79.

- 毛文炜. 反射棱镜的制造误差与调整[J]. 清华大学学报, 1996, 36(10), 73-79.
- [5] HUANG Jian, XIAN Hao, JIANG Wen-han, et al. The reflected beam's phase aberration induced by the fabrication errors of corner cube retroreflector[J]. Acta Optica Sinca, 2009, 29(7): 1951-1955.
  - 黄健、鲜浩、姜文汉、等. 角锥棱镜的误差引起的反射光束的相位误差分析[J]. 光学学报、2009、29(7):1951-1955.
- [6] LIU J, AZZAM R M A. Polarization properties of corner-cube retroreflectors: theory and experiment [J]. Applied Optics, 1997, 36(7): 1553-1559.
- [7] LIU Hai-ning, LI Zhen. Polarization properties of retroreflector[J]. Laser Journal, 2000, 21(1): 15-25. 刘海宁,李真. 角锥棱镜的偏振效应[J]. 激光杂志, 2000, 21(1): 15-25.
- [8] LU Jin-jun, YUAN Qiao, SUN Xue-ping, et al. Research of the polarization aberration on smith prism [J]. Physics

Procedia, 2011, 19: 447-455.

2003,23(12):1470-1474.

- [9] NIE Hui, WENG Xing-tao, LI Song. The far-field diffractive characteristics of cube-corner prism[J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23(12): 1470-1474. 
  聂辉,翁兴涛,李松. 角锥棱镜的远场衍射特性[J]. 光学学报,
- [10] TROY M, CHANAN G. Diffraction effects from giant segmented-mirror telescopes[J]. Applied Optics, 2003, 42 (19): 3745-3753.
- [11] GUO Xiao-hua, WANG Zhi-jian, LI Wei-jun. Numerical calculation of fresnel multi-slit diffraction [J]. *Physical Experiment of College*, 2011, **24**(1): 55-58. 郭小花,王志坚等. 菲涅耳多缝衍射的数值计算[J]. 大学物理实验,2011,**24**(1):55-58.
- [12] 久保田广. 波动光学[M]. 刘瑞祥,译. 北京: 科学出版社, 1983,315-353.

## Characteristics of Schmidt Prism Under the Effect of Polarization and Diffraction of Ridge

LU Jin-jun, SUN Xue-ping, LI Xiang-yang (School of Optoelectronics, Xi'an Technological University, Xi'an 710032, China)

Abstract: The polarization effect of Schmidt prism caused the two different polarization states in one beam. The field intensity distribution of diffraction of the ridge with the effect of polarization can be obtained in the way of introducing the integral equation of diffraction of ridge. It is shown that the optical field distribution distorted severely under the effect of polarization and diffraction passing through the Schmidt prism. The influence discipline of the result of diffraction with the variational azimuth of the incidence light is analyzed in detail. In the experiment, the diffraction patterns of two peaks are splited by the diffraction of zero order with the light beam emitting from a He-Ne laser passing through the Schmidt prism. The polarization effect and the diffraction of ridge have destroyed severely the light transmit both in the analysis of experiment and the theory.

Key words: Schmidt prism; Diffraction of ridge; Polarization effect; Polarization aberration