

doi: 10.3788/gzxb20124108.0946

液体中光击穿阈值的研究

高立民¹, 曹辉², 何温¹, 韩辉云¹, 许志强¹, 史瑞民¹

(1 河北师范大学 汇华学院, 石家庄 050091)

(2 陕西师范大学 应用声学研究所, 西安 710062)

摘 要:从等离子体中自由电子密度速率方程出发, 考虑到脉冲激光在聚焦区域的特征以及液体中光击穿的实验情况, 提出了等离子体椭球模型. 通过该模型的建立, 对自由电子密度速率方程中电子扩散速率进行了修正, 在理论上得到了光击穿的阈值. 结果表明, 等离子体椭球模型计算出水的击穿阈值更符合实验情况.

关键词:光击穿; 等离子体椭球; 阈值

中图分类号: O426.3; TN249

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2012)08-0946-3

0 引言

当高功率的脉冲激光聚焦于液体中时, 在聚焦区域液体分子被脉冲激光产生的强电场电离, 产生电子. 在这个复杂的物理过程中, 有的过程会产生自由电子, 有的过程会抑制自由电子的产生, 其结果导致存在一个激光强度阈值, 当脉冲激光光强超过液体击穿阈值时, 自由电子密度成指数速率增长; 当电子达到一定浓度时就可以形成等离子体, 由于等离子体具有很大的光吸收系数, 使腔体进一步吸收激光能量, 进而发生爆炸式膨胀, 该过程便被称为液体中的光击穿. 近年来, 随着光击穿效应在眼科激光手术中的应用^[1], 人们对液体中的光击穿效应也越来越关注, 尤其是短脉冲激光器(如飞秒激光器)的诞生, 进一步激起了人们对激光与液体相互作用的研究热情^[2-5].

本文从自由电子密度速率方程出发, 通过等离子体椭球模型, 借助中子扩散方程, 推导出液体中电子扩散速率的表达式, 进而得出水的击穿阈值, 并将理论计算结果与实验数据进行了比较和分析, 结果表明等离子体椭球模型更符合实际情况. 等离子体椭球模型的建立为光击穿效应应用于眼内介质、含水介质或其他含水生物组织, 以及短脉冲激光在眼科激光手术上的应用提供一些理论参考.

1 等离子体密度演化的速率方程

为了确定液体中发生光击穿的脉冲激光强度阈值, 需要计算出在脉冲激光作用下的自由电子密度

演化情况. 用来描述等离子体中自由电子密度演化过程的速率方程为^[6-7]

$$\frac{d\rho}{dt} = \left(\frac{d\rho}{dt}\right)_m + \eta_{\text{casc}}\rho - g\rho - \eta_{\text{rec}}\rho^2 \quad (1)$$

式中 $(d\rho/dt)_m$ 为多光子电离产生的电子; $\eta_{\text{casc}}\rho$ 为雪崩电离产生的电子, η_{casc} 为雪崩电离速率; $g\rho$ 为扩散到聚焦区域以外的电子, g 为电子扩散损失率; $\eta_{\text{rec}}\rho^2$ 为电子的复合损失, η_{rec} 为电子复合速率.

2 等离子体椭球模型的应用

2.1 等离子体椭球模型

当高功率脉冲激光聚焦区域的介质被电离产生电子后, 该区域与脉冲激光聚焦区域外的电子浓度出现差异, 进而电子发生扩散, 这种扩散对激光聚焦区域较小的液体介质的光击穿影响很大.

等离子体椭球模型: 当脉冲激光束聚焦到液体中, 考虑到脉冲激光在聚焦区域的特征以及液体中光击穿的实验情况, 可将脉冲激光的聚焦区域形状视为椭球. 如图 1 所示, 椭球的半长轴 a , 与激光束

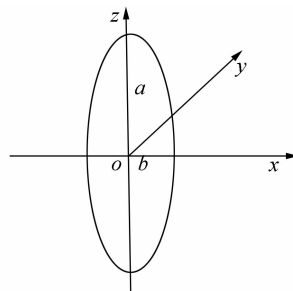


图 1 等离子体椭球模型
Fig. 1 Plasma ellipsoidal model

基金项目:国家自然科学基金(No. 11074159)、Met-Cars 的结构与磁性研究项目(No. 20110401)、物理教学论实验课的教育教学改革项目(No. 201019)和实验教学管理网络平台的构建项目(No. 20120401)资助

第一作者:高立民(1984-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为光声技术. Email: gaoliminlunwen@163.com

收稿日期:2012-03-05; **修回日期:**2012-03-26

的能量相关,半短轴 b ,与激光束照射区域相关.

2.2 电子扩散速率的计算

根据量子力学的基本原理,借助中子扩散方程,令等离子体椭球中电子的扩散长度 $\Lambda = B_g^{-1}$,其中 B_g 为椭球的“几何曲率”,在稳态情况下, B_g 是波动方程

$$\nabla^2 \varphi + B_g^2 \varphi = 0 \quad (2)$$

满足边界条件

$$\varphi|_s = 0 \quad (3)$$

解的最小本征值.式中, s 是包括外推长度在内的椭球表面.

绕 Z 轴旋转对称的椭球满足方程

$$\frac{x^2 + y^2}{b^2} + \frac{z^2}{(a+d)^2} = 1 \quad (4)$$

式中, d 是电子的外推长度.

在方程(2)中,由于拉普拉斯运算符 $L \equiv -\nabla^2$ 是自共轭的正运算符,所以它是下有界的,其本征值都是实数.将方程(2)乘以 φ 并对其体积积分,得到

$$B_g^2 = \frac{\int \varphi L \varphi dV}{\int \varphi \varphi dV} = \frac{(L\varphi, \varphi)}{(\varphi, \varphi)} \quad (5)$$

因此,在满足边界条件式(3)解方程(2)的最小本征值问题可以转化为寻找泛函数 $(L\varphi, \varphi)$ 在边界条件

$$\begin{cases} \varphi|_s = 0 \\ (\varphi, \varphi) = 1 \end{cases} \quad (6)$$

之下的极小值问题.

为方便求解,选用球坐标系.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = r^2 \sin^2 \theta \\ z^2 = r^2 \cos^2 \theta \end{cases}$$

代入式(4)得

$$r = R(\theta) = \frac{b}{\sqrt{1 - \epsilon^2 \cos^2 \theta}}, \epsilon = \frac{(a+d)^2 - b^2}{(a+d)^2} \quad (7)$$

ϵ 称为“椭球度”.

令

$$\varphi = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \varphi_n \quad (8)$$

$$\varphi_n = \frac{\sin \frac{n\pi r}{R(\theta)}}{R(\theta)} \quad (9)$$

式中: r 为径向坐标, $R(\theta)$ 为椭球面的界面位置, a_n 为常系数.

利用拉格朗日待定乘法做泛函数

$$I = (L\varphi, \varphi) - \xi(\varphi, \varphi) \quad (10)$$

式中: ξ 是待定的拉格朗日乘子.由于 I 有极值,所以 I 对常系数 a_n 的一阶偏导数为零,于是得到方程

$$\frac{\partial I}{\partial a_n} = 0, n = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (11)$$

或

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k [(L\varphi_k, \varphi_n) - \xi(\varphi_k, \varphi_n)] = 0 \quad (12)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, \infty$$

根据边界条件式(6),方程组(12)有解的充分必要条件是 a_k 的系数行列式等于零.

由于在本文中选取的函数列 $\{\varphi\}$, $n = 0, 1, 2, \dots, \infty$, 是正交的,所以可以得到含 ξ 的行列式,经过具体计算,方程(12)可化为

$$a_n \left[\frac{\pi}{3} \frac{1}{(a+d)^2} - \xi \frac{1}{n^2 \pi} \right] = 0 \quad (13)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, \infty$$

代入边界条件式(6),得到方程(2)的最小本征值

$$B_g^2 = \frac{1}{\Lambda^2} = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{1}{(a+d)^2} + \frac{2}{b^2} \right) \quad (14)$$

由此得到,电子扩散速率表达式

$$g = \frac{\tau \Delta E}{3m_e} \left(\frac{\pi^2}{3} \left(\frac{1}{(a+d)^2} + \frac{2}{b^2} \right) \right) \quad (15)$$

式中: τ 为电子和重粒子碰撞所需的时间, ΔE 为水分子的能带值(6.5 eV), m_e 为电子的质量.

2.3 击穿阈值

为了确保雪崩电离的启动,焦点区域 V_f 内至少得有 10 个“种子”电子,尤其是在皮秒和飞秒脉冲的情况下.由此可见,焦点区域的变化对雪崩电离的启动也会有相应的影响.此时,电子的雪崩电离速率表达式为

$$\eta_{\text{casc}} = \begin{cases} \left(\frac{\tau}{\omega^2 \tau^2 + 1} \right) \left[\frac{e^2 I_{\text{max}}}{cn_0 \epsilon_0 m_e \Delta E} - \frac{m_e \omega^2}{M} \right] & \rho V_f > 10 \\ \left(\frac{\tau}{\omega^2 \tau^2 + 1} \right) \left(-\frac{m_e \omega^2}{M} \right) & \rho V_f < 10 \end{cases} \quad (16)$$

式中: M 为液体介质的分子质量, ω 为角频率, $V_f = 4/3\pi a^2 b$ 为椭球体的体积.

利用式(16),将不同的光强值 I_{max} 代入式(1)中求解,直到数值解出的最大自由电子密度 ρ_{max} 等于光击穿的临界电子密度 ρ_{cr} ($2 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3}$)^[8,12],此时的光强值 I_{max} 就是所要求的击穿阈值光强.

3 结果与比较

利用上述公式,使用不同波长、脉宽、焦点半径的激光脉冲,计算出水的击穿阈值,并将计算的结果与已知的实验数据^[8-10]和其他模型进行比较,如表 1 所示.通过比较发现等离子体椭球模型得出的击穿阈值更接近于实验结果.

表1 椭球模型和其他模型得出的击穿阈值

Table 1 Breakdown threshold of water determined by classical model and ellipsoidal model(10^{11} W/cm²)

τ_p /fs	λ /nm	$2\omega_0/\mu\text{m}$	I_{th}	Ellipsoidal model		Classical model	
				I_E	Discrepancy/(%)	I_C	Discrepancy/(%)
100	580	4.4	111 ^[8-10]	113.9	2.6	94.0 ^[6]	15.3
300	580	5	47.6 ^[8-10]	49.1	3.1	43.0 ^[6]	9.7
400	580	22	12.6 ^[8-10]	11.7	7.1	9.76 ^[11]	22.5
3 000	580	5	8.5 ^[8-10]	9.1	7.1	12.3 ^[11]	44.7

I_{th} : Experimentally measured breakdown threshold of pure water; I_E : Calculated breakdown threshold of pure water by the Ellipsoidal model; I_C : Calculated breakdown threshold of pure water by the Classical model

4 结论

由于实验观测到液体中发生光击穿时的焦点区域为椭球体而非圆柱体,所以采用柱体模型计算阈值误差较大.本文对自由电子密度速率方程中电子扩散速率进行了修正,提出了等离子体椭球模型.通过该模型的建立,根据量子力学的基本原理,借助中子扩散方程,在理论上得到了光击穿的阈值.通过与现有实验结果比较发现,该模型所得阈值与实验结果更吻合,说明了等离子体椭球模型更符合实际情况.

参考文献

- [1] XIONG Jian-wen, LIU Gui-xiang, CHEN Li, *et al.* An analysis to the mechanism of laser plasma-induced ablation disease tissue of eyes[J]. *Laser Journal*, 2005, **26**(1): 69-72. 熊建文,刘桂香,陈丽,等.激光等离子体诱导蚀除眼内病体组织的机理分析[J].激光杂志,2005,**26**(1):69-72.
- [2] CAO Hui, GAO Li-min. Research on sound fields generated by laser-induced liquid breakdown[J]. *Optica Applicata*, 2010, **40**(4): 897-907.
- [3] 李荣福,崔桂华,田作喜,等.激光声遥感技术[M].北京:国防工业出版社,2003:20-40.
- [4] GAO Li-min, CAO Hui, GUO Jian-zhong. Directivity of sound radiating field generated by laser-induced liquid breakdown[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(8): 1447-1480. 高立民,曹辉,郭建中.液体中光击穿所激发声场的方向性研究[J].光子学报,2010,**39**(8):1447-1480.
- [5] GAO Li-min, CAO Hui. Sound fields generated by laser-induced liquid breakdown[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(10): 1586-1589.

高立民,曹辉.液体中光击穿所激发声场的理论研究[J].光子学报,2011,**40**(10):1586-1589.

- [6] FAN C H, SUN J, LONGTIN J P. Breakdown threshold and localized electron density in water induced by ultra short laser pulses[J]. *Journal of Applied Physics*, 2002, **91**(4): 2530-2536.
- [7] VOGEL A, NOACK J, HUTTMAN G, *et al.* Mechanisms of femtosecond laser nanosurgery of cells and tissues[J]. *Applied Physics B*, 2005, **81**(8): 1015-1047.
- [8] NOACK J, VOGEL A. Laser-induced plasma formation in water at nanosecond to femtosecond time scales: calculation of thresholds, absorption coefficients, and energy density[J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1999, **35**(8): 1156-1167.
- [9] VOGEL A, NOACK J. Energy balance of optical breakdown in water at nanosecond to femtosecond time scales[J]. *Applied Physics B*, 1999, **68**(2): 271-280.
- [10] KENNEDY P K, BOPPART S A, HAMMER D X, *et al.* A first-order model for computation of laser-induced breakdown thresholds in ocular and aqueous media-Part II. Comparison to experiment[J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1995, **31**(12): 2250-2257.
- [11] LI Ming, ZHANG hong-chao, SHEN Zhong-hua, *et al.* Simple model for optical breakdown threshold for water induced by pulse laser[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2005, **34**(6): 660-663. 李明,张宏超,沈中华,等.脉冲激光导致水光学击穿阈值计算的简化模型[J].红外与激光工程,2005,**34**(6):660-663.
- [12] LI Ming, ZHANG Hong-chao, SHEN Zhong-hua, *et al.* Physical analyses of optical breakdown and plasma formation in water induced by laser[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(11): 1610-1614. 李明,张宏超,沈中华,等.激光导致水击穿和等离子体形成过程的物理分析[J].光子学报,2005,**34**(11):1610-1614.

Optical Breakdown Threshold in Liquid

GAO Li-min¹, CAO Hui², HE Wen¹, HAN Hui-yun¹, XU Zhi-qiang¹, SHI Rui-min¹

(1 Huihua College, Hebei Normal University, Shijiazhuang 050091, China)

(2 Applied Acoustics Institute, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China)

Abstract: Based on the free electron density rate equation, a plasma ellipsoid model was proposed by considering the characteristic of shaping in the focal region. Theoretical breakdown thresholds calculated by plasma ellipsoid model with modifying the electron diffusion rate were presented under the condition of shorter laser pulses. The results show that the breakdown thresholds of water calculated by plasma elliptical model are better in agreement with experimental result than other models.

Key words: Optical breakdown; Plasma ellipsoid; Breakdown threshold