

doi: 10.3788/gzxb20124108.0936

经光阑衍射的平顶涡旋光束位相奇点的演化特性

程科, 向安平, 钟先琼

(成都信息工程学院 光电技术学院, 成都 610225)

摘 要:推导出了平顶涡旋光束通过有光阑 ABCD 光学系统的传输解析式, 并以光阑透镜和矩形光阑系统为例, 与平顶光束比较研究了截断参量、相对离轴距离和光束阶数对衍射场中位相奇点演化特性的影响. 数值计算表明, 平顶涡旋光束通过上述光学系统均存在位相奇点, 即使源处涡旋被光阑阻拦时, 衍射场中也会出现位相奇点; 而平顶光束通过光阑透镜系统存在刃型位错, 随着截断参量增大, 会发生刃型位错的演化和湮灭现象, 且平顶光束通过矩形光阑系统没有发现位相奇点.

关键词:奇点光学; 平顶涡旋光束; 光阑衍射; 刃型位错

中图分类号: O439

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2012)08-0936-10

0 引言

奇点光学是现代光学的一个新分支, 研究对象是光场在位相奇点附近出现的光涡旋、波前位错和波前拓扑结构等光场精细而又复杂的结构, 已在原子俘获、微粒操控、光数据存储和高分辨计量学等多方面展现出诱人的应用前景^[1]. 对寄居于不同背景光的位相奇点的传输、合成和半屏衍射已做了许多研究, 例如文献[2]研究了寄居于拉盖尔-高斯光束的位相奇点的动态传输特性. 文献[3-6]研究了相位奇点在自由空间的相干合成和拓扑电荷的守恒性. 文献[7-10]研究了高斯涡旋光束通过半屏衍射的传输特性, 发现衍射场有位相奇点的产生、移动和湮灭现象, 也探讨了拓扑电荷守恒性. 文献[11]利用近似方法研究了位相奇点通过可变光阑的衍射现象, 并与高斯光束作了比较. 一般来说, 实际光学传输系统中不可避免地存有光阑, 衍射场中含有等量异号拓扑电荷的光涡旋有相互靠近并发生湮灭的现象^[7-8], 而刃型位错表征的是光强为零且越过该处存有 π 位相突变的位错线^[1], 其演化和湮灭特性的研究还较少涉及. 本文推导出了平顶涡旋光束通过有矩形光阑 ABCD 光学系统的传输解析式, 并以光阑透镜和矩形光阑系统的传输为例做了计算分析, 同时还与平顶光束比较研究了截断参量、相对离轴距离和光束阶数对衍射场中位相奇点的演化特性的影响, 特别是发现了刃型位错的演化和湮灭现象, 所得结果深化了位相奇点动态演化特性和控制方法的认识, 有助于探索奇点光学效应的新应用.

1 平顶涡旋光束通过光阑 ABCD 系统的传输

在直角坐标系中, 涡旋光束在 $z=0$ 处的场分布可表示为^[12]

$$E(x, y, 0) = f(x, y) A(x', y') \cdot \exp[\text{im arctan}(y'/x')] \quad (1)$$

式中, $\mathbf{r} = (x, y)$ 和 $\mathbf{r}' = (x', y')$ 分别是光束中心和涡旋核的极坐标, 且光束中心 \mathbf{r} 和涡旋核 \mathbf{r}' 存在离轴矢量 \mathbf{d} , 三者关系式为: $\mathbf{r} = \mathbf{r}' + \mathbf{d}$. $f(x, y)$ 是背景光, $A(x', y')$ 是涡旋核函数, m 是拓扑电荷.

若背景光是平顶光束^[13], 即

$$f(x, y) = \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n-1}}{N} \binom{N}{n} \exp\left[-\frac{n(x^2 + y^2)}{\omega_0^2}\right] \quad (2)$$

式中, ω_0 为束腰宽度, N 为平顶光束的阶数, $N=1, 2, 3, \dots$.

若涡旋核函数为

$$A(x', y') = (\sqrt{x'^2 + y'^2}/\omega_0)^{|m|} \quad (3)$$

为简便, 令 $m=+1$, 假定涡旋核的离轴矢量为 $\mathbf{d}(d, 0)$ (例如, $d_x = d > 0, d_y = 0$), 把式(2)和(3)代入式(1), 式(1)可写为

$$E(x, y, 0) = \frac{(x-d+iy)}{\omega_0} \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n-1}}{N} \binom{N}{n} \exp\left[-\frac{n(x^2 + y^2)}{\omega_0^2}\right] \quad (4)$$

平顶涡旋光束通过在 $z=0$ 处受矩形光阑(半宽为 a)限制后的传输公式为

$$E(x, y, z) = \left(\frac{i}{\lambda B}\right) \exp(ikz) \int_{-a}^a \int_{-a}^a E(x', y', 0) \cdot$$

基金项目: 四川省教育厅自然科学基金(No. 11ZB258, No. 12ZB019)和成都信息工程学院科研基金(No. KYTZ201023)资助

第一作者: 程科(1979-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为激光传输与变换. Email: ck@cuit.edu.cn

收稿日期: 2011-12-19; 修回日期: 2012-01-24

$$\exp \left[-\frac{ikD}{2B}(x^2 + y^2) \right] \exp \left\{ -\frac{ik}{2B} [A(x'^2 + y'^2) - 2(xx' + yy')] \right\} dx' dy' \quad (5)$$

并利用利用误差函数 erf(u)的积分公式

$$\operatorname{erf}(u) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-u}^u \exp(-t^2) dt \quad (6)$$

积分得到

式中,λ 为波长,k 为波数.将式(1)~(4)代入式(5),

$$E(x, y, z) = \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n-1} i}{8\lambda\omega_0 B P^2 N} \binom{N}{n} \left\{ \pi S T [(x + iy)Q - 2dP] \exp [Q^2(x^2 + y^2)/4P] - 2\sqrt{P\pi} \cdot \exp(-a^2 P) \{ T [\exp(2aQx) - 1] \exp(Q^2 y^2/4P - a x Q) - i S [\exp(2aQy) - 1] \cdot \exp(Q^2 x^2/4P - a y Q) \} \right\} \exp \left[-\frac{ikD}{2B}(x^2 + y^2) + ikz \right] \quad (7)$$

式中

$$P = \frac{ikA}{2B} + \frac{n}{\omega_0^2}; Q = \frac{ik}{B}; S = \operatorname{erf}\left(\frac{2aP - Qx}{2\sqrt{P}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{2aP + Qx}{2\sqrt{P}}\right); T = \operatorname{erf}\left(\frac{2aP - Qy}{2\sqrt{P}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{2aP + Qy}{2\sqrt{P}}\right) \quad (8)$$

式(7)~(8)为平顶涡旋光束通过有光阑限制 ABCD 光学系统的传输解析公式.

完全相干光的位相奇点满足方程^[1]

$$\operatorname{Re}[E(x, y, z)] = 0; \operatorname{Im}[E(x, y, z)] = 0 \quad (9)$$

式(7)~(9)表明,在 z 处的位相奇点与平顶涡旋光束的光束阶数 N,离轴参量 d(即相对离轴距离 d/ω₀),光阑半宽 a(即截断参量 δ=a/ω₀)和光学系统矩阵元有关.下面分别以光阑透镜和矩形光阑系统为例进行数值计算分析,说明衍射场中位相奇点的演化特性,其拓扑电荷的符号可根据符号法则^[14]决定,计算选取参量为 f=100 mm, λ=633 nm, ω₀=1 mm.

2 通过光阑透镜和矩形光阑的演化特性

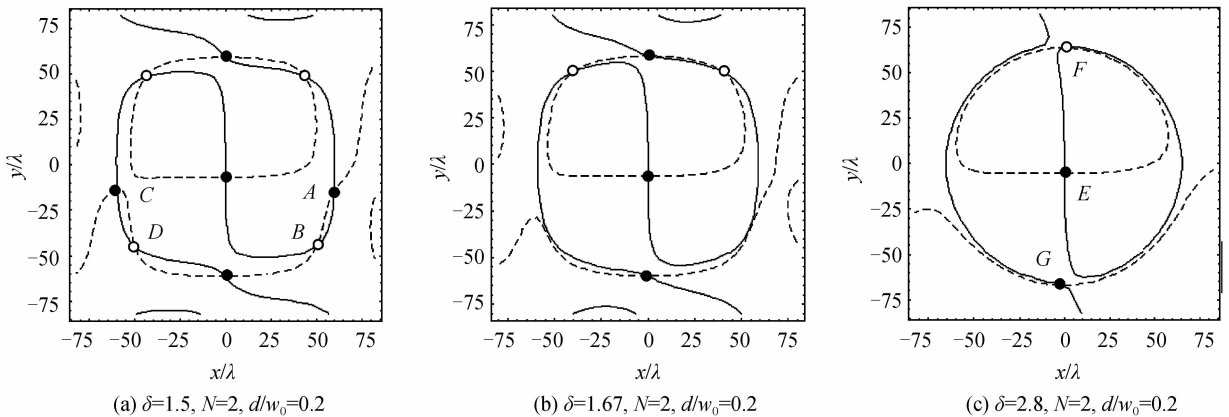
2.1 光阑透镜衍射

对于光阑透镜系统,ABCD 光学系统可写为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - z/f & z \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

式中,f 为透镜的焦距.将式(10)代入式(7),就可得到平顶涡旋光束通过光阑透镜的传输解析式.图 1

给出了涡旋核未被遮拦时(即 d/ω₀<δ),在不同光束阶数 N,平顶涡旋光束随截断参量 δ 变化时,几何焦面上位相奇点的湮灭现象,选取参量满足数值孔径 NA=a/f<<1 以确保标量近似有效.由于整个焦面的位相分布极为复杂,在此仅给出了位相奇点分布的局部图,实线和虚线分别表示 ReE=0 和 ImE=0,并分别用“·”,“○”表示拓扑电荷为 m=-1, m=+1 的位相奇点.从图 1 可以看到随着截断参量 δ 的增大,会出现位相奇点的湮灭现象.例如图 1(a)~(c)为 N=2, d=0.2 的平顶涡旋光束几何焦面上位相奇点分布的局部图,当 δ 增大为图(b) δ=1.67 时, A(59λ, -14λ) 和 B(48λ, -44λ), C(-61λ, -14λ) 和 D(-51λ, -44λ)(见图 1(a) δ=1.5)湮灭,当 δ 继续增大到图 1(c)所示 δ=2.8 时,焦面上有三个位相奇点 E(-λ, -5λ), F(3λ, 65λ) 和 G(-3λ, -66λ).同样的,图 1(d)~(f)也可看到位相奇点的湮灭现象,当 δ 增大为图(b) δ=1.58 时, A(55λ, -22λ) 和 B(46λ, -39λ), C(-56λ, -21λ) 和 D(-47λ, -39λ)(见图 1(d) δ=1.4)湮灭,当 δ 继续增大到图 1(f)所示 δ=2.6



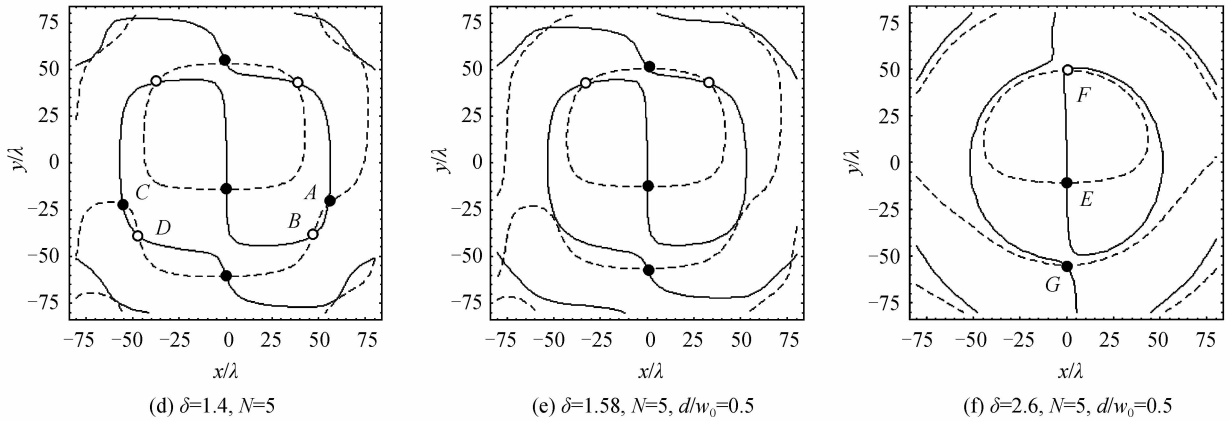


图1 涡旋核未被遮拦时($d/w_0 < \delta$), 不同阶数 N 的平顶涡旋光束在焦面上位相奇点随截断参量 δ 变化
 Fig. 1 Phase singularities versus aperture truncation α at the geometrical focal plane when vortex core isn't stopped by the aperture

时, 焦面上有三个位相奇点 $E(-0.5\lambda, -10\lambda)$, $F(0.6\lambda, 50\lambda)$ 和 $G(-\lambda, -54\lambda)$. 图 2 给出了在焦面处, 平顶涡旋光束通过光阑透镜后的归一化光场分

布 E/E_0 随截断参量 δ 的变化, 计算参量与图 1 相同. E_0 为平顶涡旋光束通过透镜系统的光场分布, 其传输解析式为

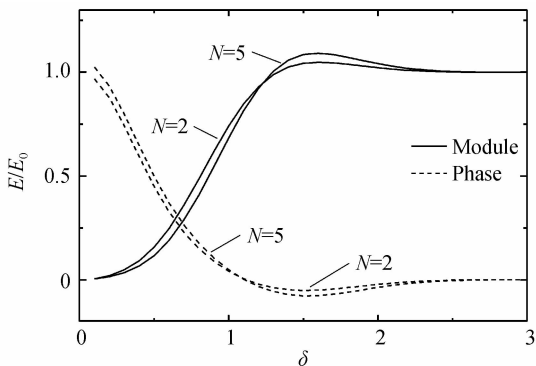
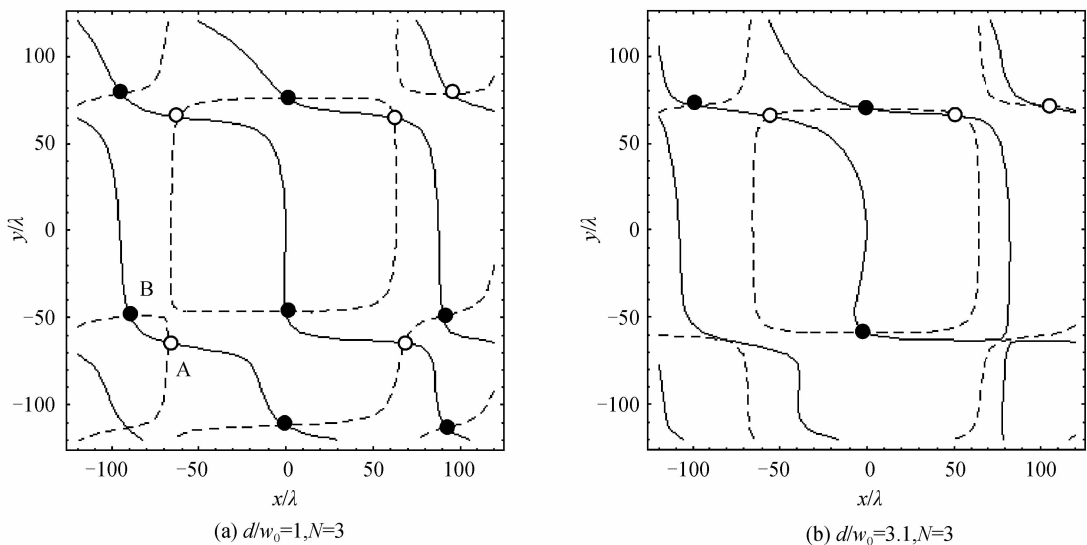


图 2 焦面处, 平顶涡旋光束通过光阑透镜后的归一化场分布 E/E_0 与截断参量 δ 的关系, 计算参量与图 1 相同
 Fig. 2 Normalized field E/E_0 versus aperture truncation δ at the geometrical focal plane. The calculation parameters are the same as those in Fig. 1

$$E_0(x, y, z) = \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n-1} i [\pi Q(x+iy) - 2d\pi P]}{2\lambda\tau\omega_0 B P^2 N} \binom{N}{n} \exp \left[\frac{Q^2(x^2+y^2)}{4P} - \frac{ikD}{2B}(x^2+y^2) + ikz \right] \quad (11)$$

由图 2 可知, 随着 δ 的增加, 光场的模和相位都会发生变化, 光阑效应可忽略条件为 $\delta \geq 2.4$, 可以看到平顶涡旋光束通过透镜聚焦后, 在焦面处也存在位相奇点(见图 1(c), (f)).

图 3 给出了涡旋核被遮拦时(即 $d/w_0 > \delta = 0.8$), 在不同光束阶数 N 时, 平顶涡旋光束焦面上位相奇点随离轴参量 d/w_0 变化. 从图 3 可以看到, 即使源处涡旋核被光阑遮挡时, 经光阑透镜衍射后, 在焦面处也能发现位相奇点. 且随着离轴参量 d/w_0



(a) $d/w_0=1, N=3$

(b) $d/w_0=3.1, N=3$

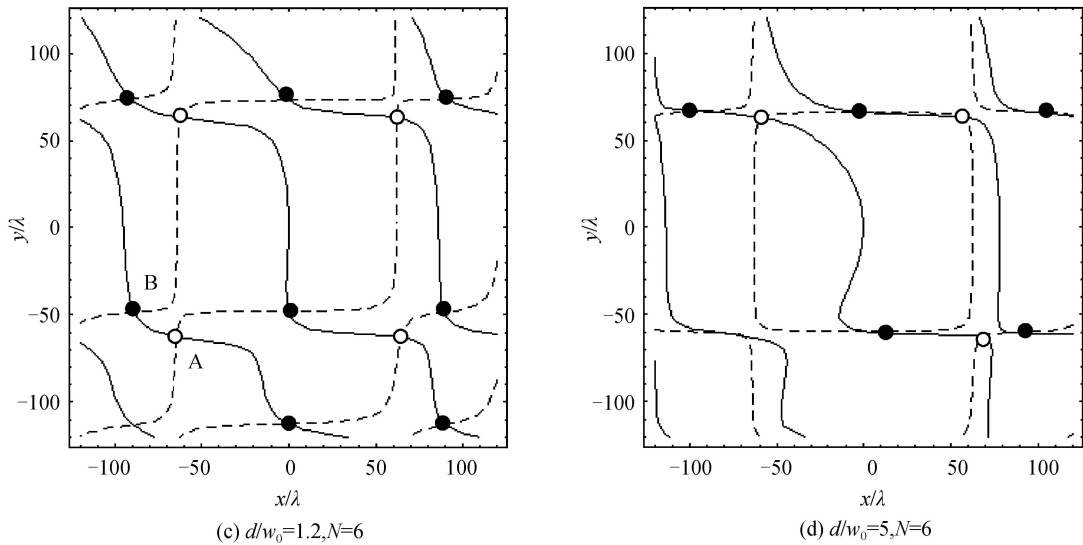


图3 涡旋核被遮拦时($d/w_0 > \delta$),不同阶数 N 的平顶涡旋光束焦面上位相奇点随离轴参量 d/w_0 变化
 Fig.3 Phase singularities versus relative off-axis displacement d/w_0 at the geometrical focal plane when vortex core is stopped by the aperture

的增大,也会出现位相奇点的湮灭现象.例如,当 d/w_0 增大为图 3(b) $d/w_0 = 3.1$ 时, $A(-70\lambda, -64\lambda)$ 和 $B(-90\lambda, -50\lambda)$ (见图 3(a) $d/w_0 = 1$) 相互靠近,并发生湮灭;当 d/w_0 增大为图 3(d) $d/w_0 = 5$ 时, $A(-65\lambda, -61\lambda)$ 和 $B(-89\lambda, -48\lambda)$ (见图 3(c) $d/w_0 = 1.2$) 湮灭.

若源平面处没有涡旋核,那么源平面处的平顶光束可写为

$$E(x, y, 0) = \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n-1}}{N} \binom{N}{n} \exp \left[-\frac{n(x^2 + y^2)}{\omega_0^2} \right] \quad (12)$$

将式(12)代入式(5),积分得

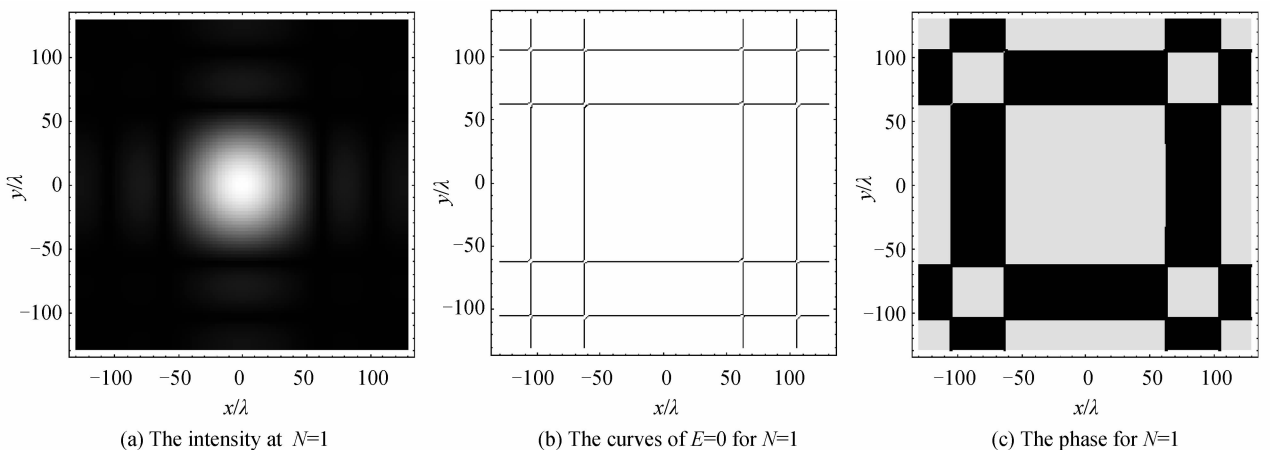
$$E(x, y, z) = \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n-1} i \pi S T \binom{N}{n}}{4 \lambda \omega_0 B P N} \exp \left[\frac{Q^2 (x^2 + y^2)}{4 P} \right] \cdot \exp \left[-\frac{i k}{2 B} (x^2 + y^2) + i k z \right] \quad (13)$$

式中, P, Q, S 和 T 已由式(8)给定.式(13)即为源平面不含涡旋核时,平顶光束通过光阑透镜后的传输解析式.从式(13)可知焦面 $z = f$ 处的位相奇点

满足方程

$$E(x, y, z = f) = \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n-1} S T \binom{N}{n}}{n N} \cdot \exp \left\{ -\left[\frac{k^2 \omega_0^2 (x^2 + y^2)}{4 n f^2} \right] \right\} = 0 \quad (14)$$

图4为光束阶数 $N=1, N=5, N=10$ 时,平顶光束通过光阑透镜后焦面处的光强(图4(a),(d),(g)), $E(x, y, z = f)$ 实部(实线)和虚部(虚线)零值线(图4(b),(e),(h))和等位相分布图(图4(c),(f),(i)).从图4可以看到,平顶光束通过光阑透镜衍射后,焦面处存在多条刃型位错,随着 N 的增大,中央亮斑面积逐渐减小,且刃型位错逐渐由规则变为不规则.例如,当 $N=1$ (图4(a)~(c))即高斯光束时,焦面处存在 $x = y = \pm 62.5\lambda, \pm 105\lambda \dots$ 的刃型位错,当 $N=5$ 和 $N=10$,仅中心处分别存在边长为 54λ 和 52λ 的正方形的刃型位错,而周围的刃型位错逐渐变为不规则.



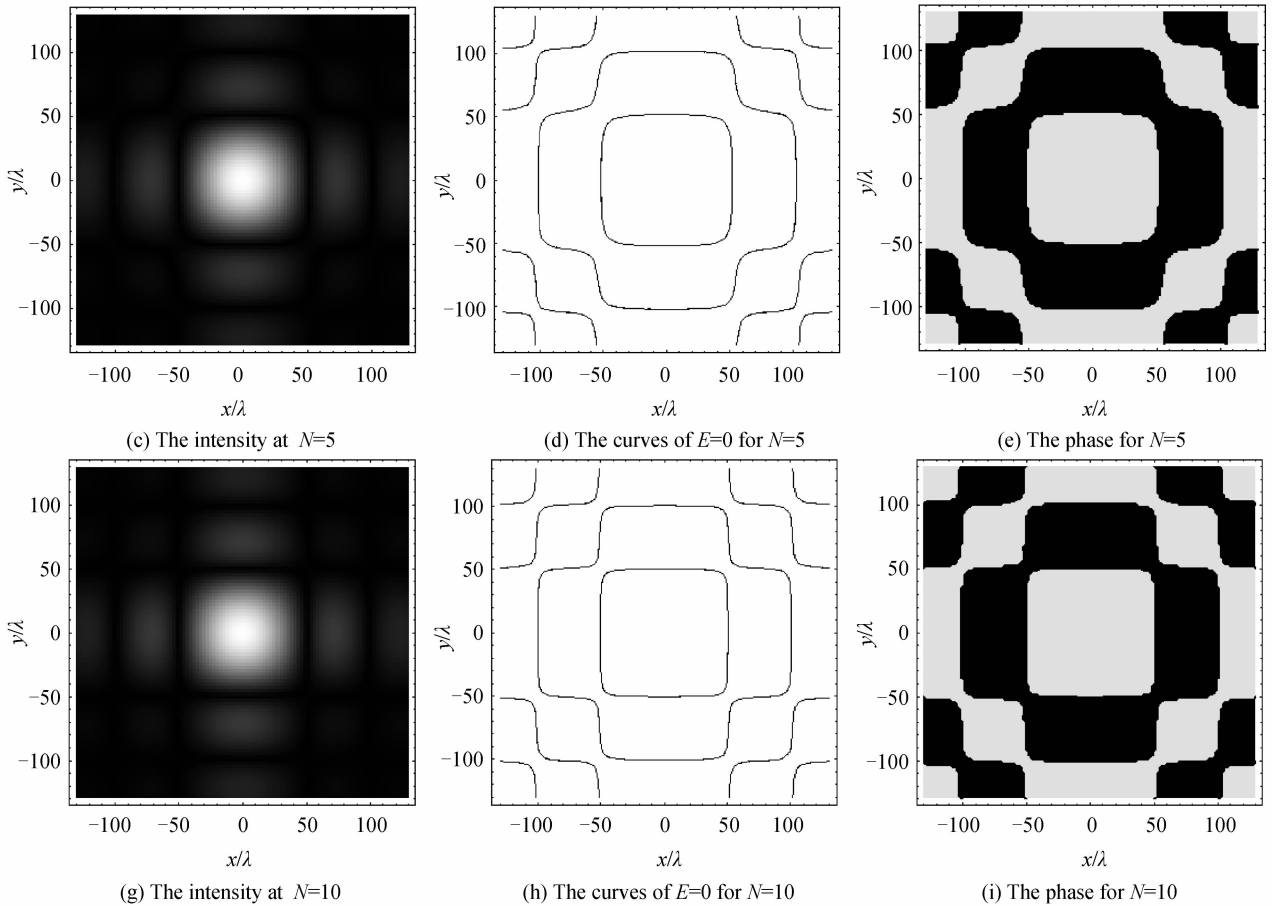
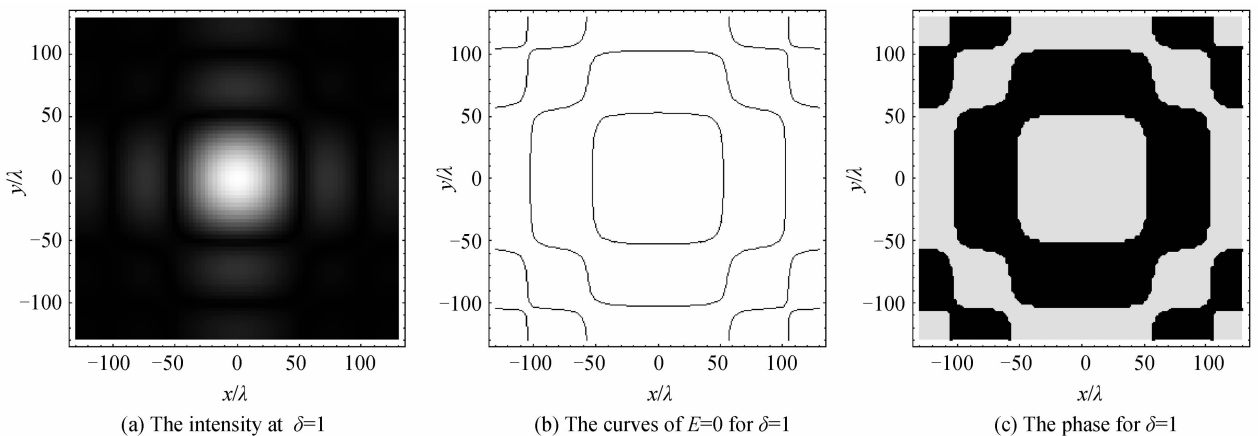


图4 平顶光束通过光阑透镜在焦面处光强, $E(x, y, z=f)$ 实部和虚部零值线和等位相分布图 ($\delta=1$)

Fig. 4 Intensity distribution of flat-topped beam propagating through an aperture lens at the geometrical focal plane for different values of beam order, the curves of $\text{Re}E=0$ and $\text{Im}E=0$, and contour phases of $E(\delta=1)$

图5 为在截断参量 $\delta=1$, $\delta=2$ 和 $\delta=3$ 时, 平顶光束通过矩形光阑透镜后焦面处的光强 ((a), (d), (g)), $E(x, y, z=f)$ 实部 (实线) 和虚部 (虚线) 零值线 ((b), (e), (h)) 和等位相分布图 ((c), (f), (i)). 从图5 可以看到, 平顶光束通过矩形光阑透镜衍射后, 焦面处存在多条不规则的刃型位错. 随着截断参量 δ 的增大, 不规则的刃型位错逐渐转化为规

则的圆刃型位错, 并且存在刃型位错的湮灭现象. 当截断参量 $\delta < 2$ 时, 存在刃型位错, 例如 $\delta=1$ (图5(a)~(c)) 时, 且中心处存在边长为 53λ 的正方形的刃型位错; 当截断参量 $\delta=2$ 时, 中心处恰好出现半径为 42λ 的圆型位错线; 当截断参量 $\delta > 2$ 时, 例如 $\delta=3$ (图5(g)~(i)) 时, 出现三条半径分别为 44λ , 85λ 和 138λ 圆刃型位错.



(a) The intensity at $\delta=1$

(b) The curves of $E=0$ for $\delta=1$

(c) The phase for $\delta=1$

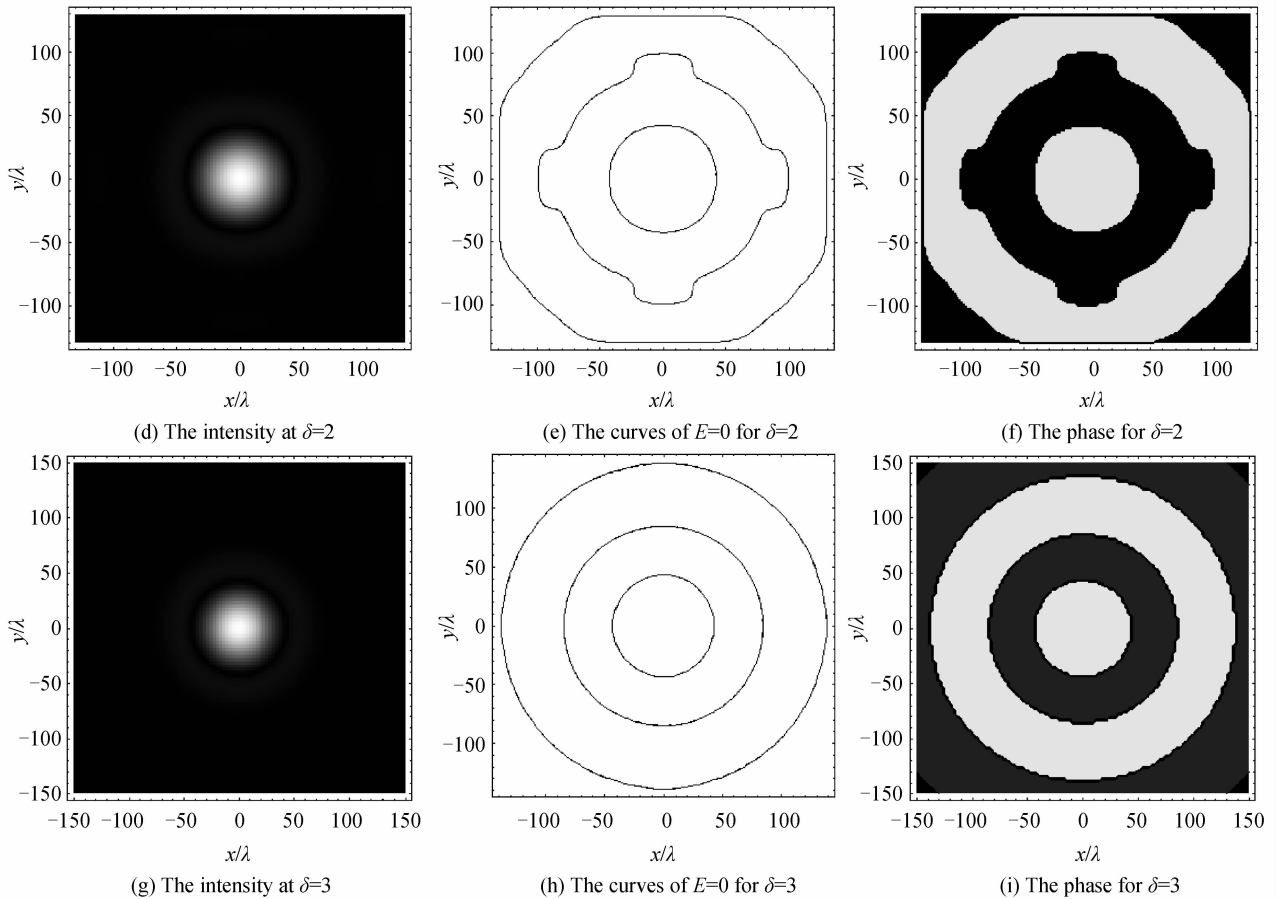


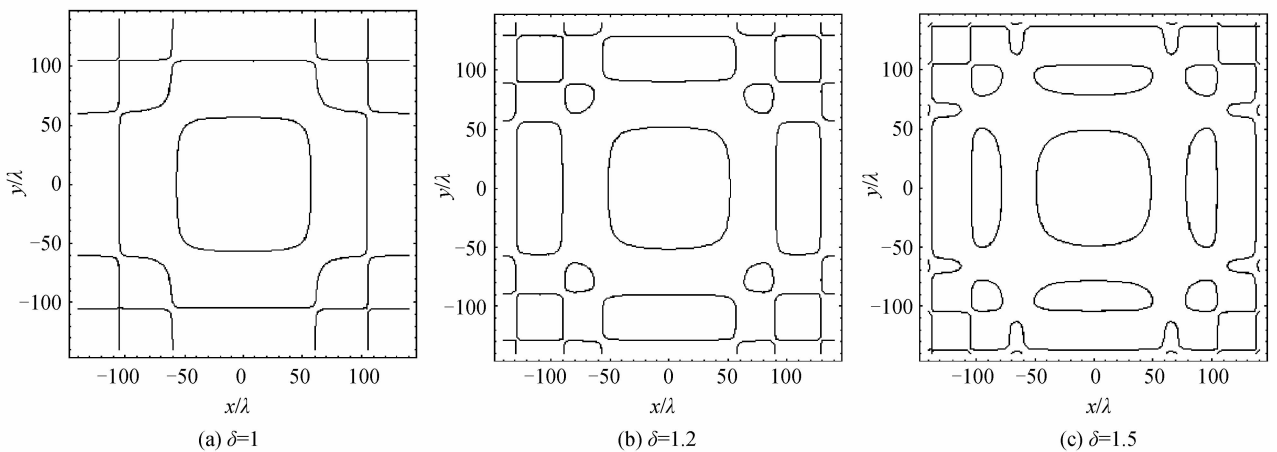
图 5 平顶光束通过光阑透镜在焦面处光强, $E(x, y, z)$ 实部和虚部零值线和等位相分布图 ($N=4$)

Fig. 5 Intensity distribution of flat-topped beam propagating through an aperture lens at the geometrical focal plane for different values of aperture truncation, the curves of $\text{Re}E=0$ and $\text{Im}E=0$, and contour phases of $E(N=4)$

为进一步的说明刃型位错的演化和湮灭,图 6 给出了在不同截断参量下, $N=2$ 的平顶光束通过光阑透镜后焦面处的刃型位错的分布图。从图 6 可以看到,随着截断参量的增大,中心处的刃型位错逐渐变为规则的圆刃型位错,而周围的不规则的刃型位错逐渐收缩并发生湮灭。例如,图 6(e) $\delta=2.67$ 中,刃型位错恰好收缩成一点,并最终湮灭。

需要指出的是,若截断参量 δ 进一步地增加 ($\delta \rightarrow \infty$) 时,即在透镜聚焦场中,平顶光束光场分布写为

$$E(x, y, z) = \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n-1} i \pi}{\lambda B N P \tau \omega_0} \binom{N}{n} \cdot \exp \left[- \left(\frac{\pi^2}{P \lambda^2 B^2} + \frac{i \pi}{\lambda B} \right) (x^2 + y^2) + i k z \right] \quad (15)$$



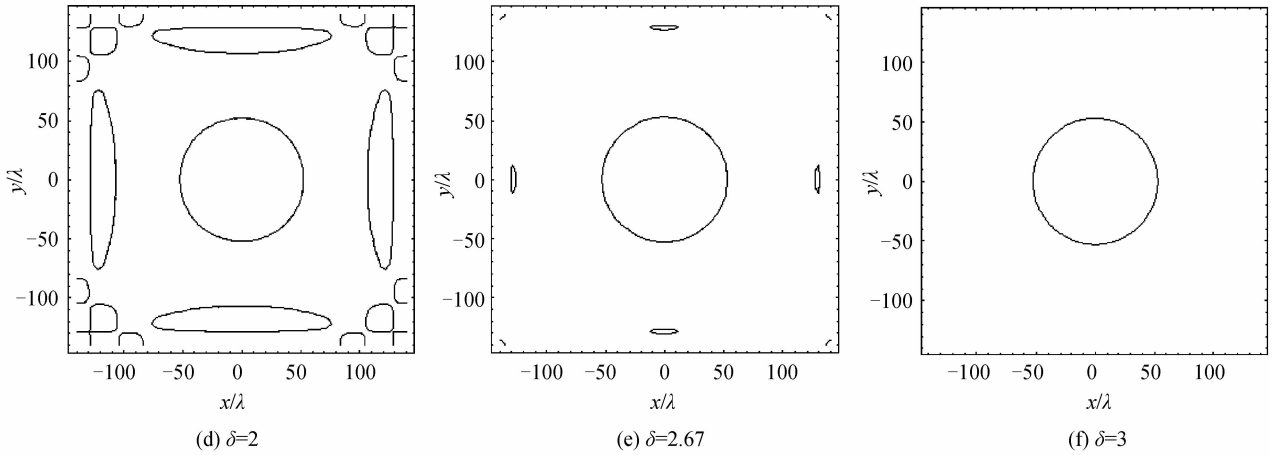


图 6 在不同截断参量下,平顶光束通过光阑透镜焦面处的刃型位错分布图($N=2$)

Fig. 6 Edge dislocations of flat-topped beam propagating through an aperture lens at the geometrical focal plane for different values of aperture truncation($N=2$)

若 $N=1$ 即基模高斯光束, 焦面处 $E(x, y, z=f) = \frac{i\pi\omega_0^2}{\lambda f} \exp \left[-\left(\frac{\omega_0^2 \pi^2}{\lambda^2 f^2} + \frac{i\pi}{\lambda f} \right) (x^2 + y^2) + ikf \right]$, 明显可看到 $|E(x, y, z=f)| \neq 0$, 即不存在位相奇点或位错线; 而 $N>1$ 时, 根据式(15), 焦面处位相奇点满足方程

$$\sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n-1}}{Nn} \binom{N}{n} \exp \left[-\frac{\omega_0^2 \pi^2}{n\lambda^2 f^2} (x^2 + y^2) \right] = 0 \quad (16)$$

发现存在圆刃型位错, 且位错的条数为 $N-1$, 例如 $N=3$ (图 7(a)~(c)) 存在两条半径分别是 47λ 和 95λ 的圆刃型位错; $N=5$ (图 7(d)~(f)) 存在四条半径分别是 $40\lambda, 79\lambda, 124\lambda$ 和 181λ 的圆刃型位错.

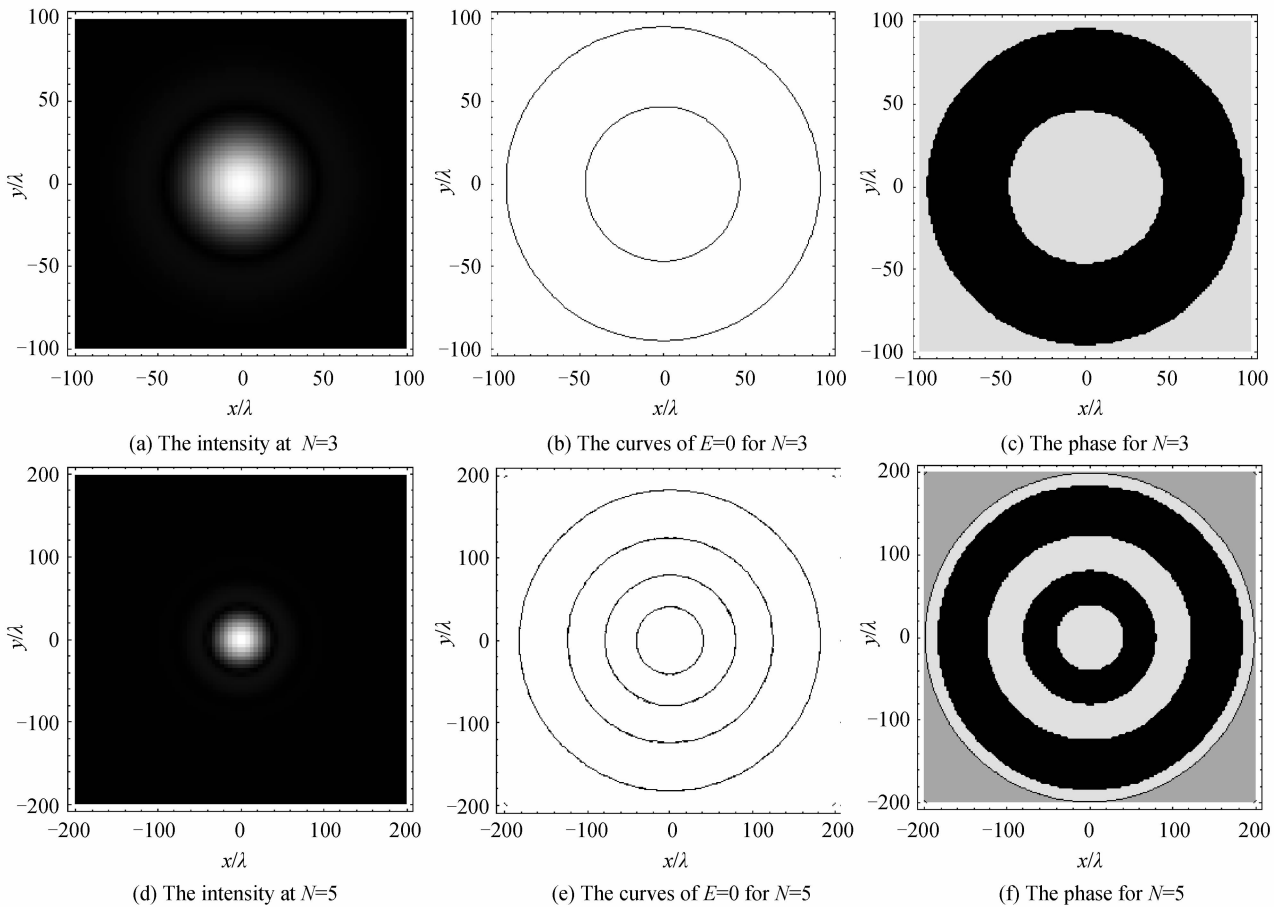


图 7 平顶光束在透镜聚焦场焦面处的圆刃型位错的分布

Fig. 7 Circular edge dislocations of flat-topped beam propagating through a lens at the geometrical focal plane for different values of beam order

分析可知,平顶涡旋光束通过光阑透镜衍射后,不管涡旋核是否被遮拦,衍射场中都存在位相奇点;平顶光束通过光阑透镜衍射后,焦面处存在刃型位错线,并且当 $\delta \rightarrow \infty$ (即为透镜系统) 时,存在 $N - 1$ 条圆刃型位错线.

2.2 矩形光阑衍射

若平顶涡旋光束通过矩形光阑后在自由空间中

传输,ABCD 光学系统写为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{16}$$

将式(16)代入式(7),就可得到平顶涡旋光束通过矩形光阑后在自由空间中的传输解析式.图8给出了平顶涡旋光束通过矩形光阑后,位相奇点随相对离轴距离 d/w_0 的变化,计算参量 $N=2, \delta=0.5$,

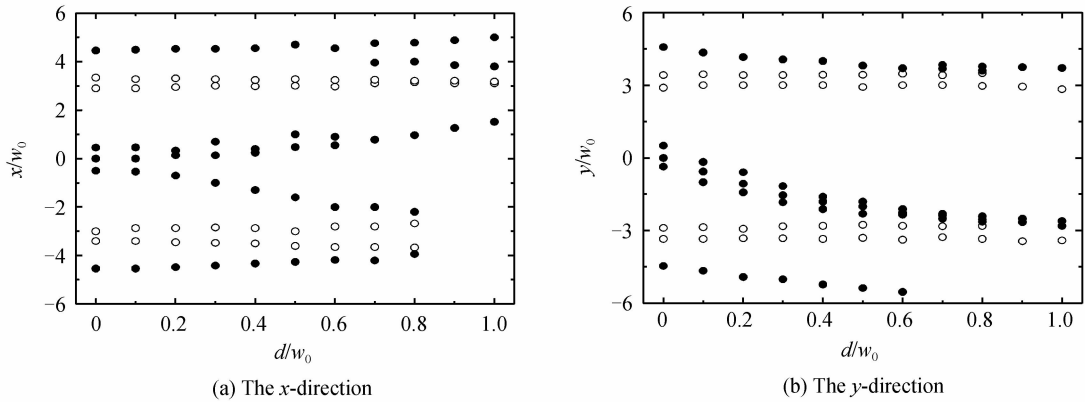


图8 位相奇点随相对离轴距离 d/w_0 的变化 ($N=2, \delta=0.5, z=z_R$)

Fig.8 The location of phase singularities versus relative off-axis distance d/w_0 ($N=2, \delta=0.5, z=z_R$)

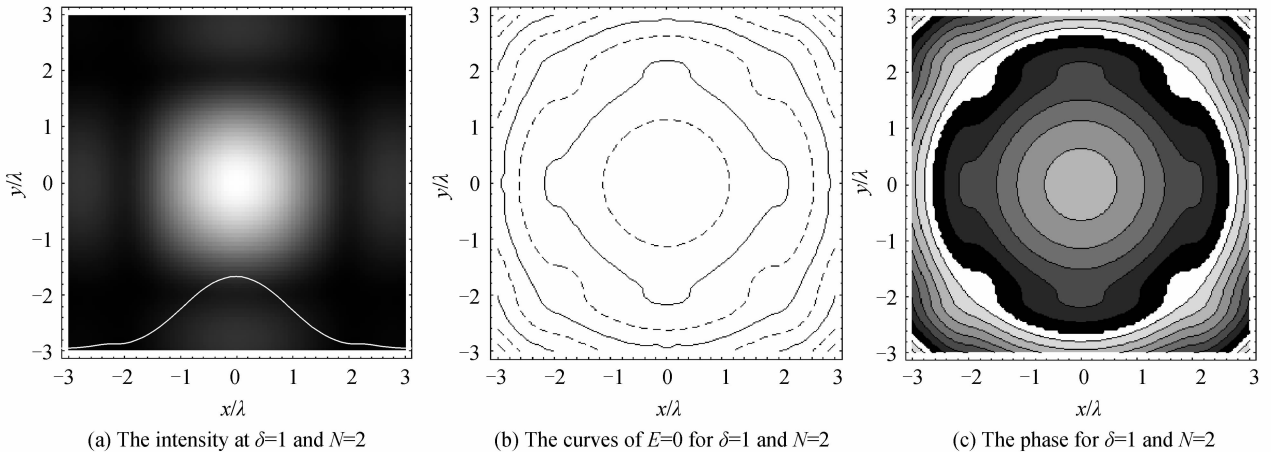
$z=z_R = \pi w_0^2 / \lambda$.从图8可见,相对离轴距离 d/w_0 会影响衍射场中的位相奇点的位置和个数.如图8(a),(b)所示, $0 \leq d/w_0 \leq 0.8$,有九个位相奇点; $0.8 < d/w_0 \leq 1$,有五个位相奇点,同样地也可以发现,即使涡旋核被光阑遮挡时,经衍射后,也能产生位相奇点(例如: $d/w_0 > \delta=0.5$ 时,在 $z=z_R$ 处仍然存在五个相位奇点),这说明光阑遮拦不住涡旋核的衍射.需要指出,本文数值计算发现,当仅仅只是平顶光束通过矩形光阑衍射后没有发现位相奇点.

形光阑后在自由空间中传输,将式(11)和(16)代入式(5),可得到

$$E(x, y, z) = \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n-1} i \pi S T}{4 \lambda \tau w_0 z P N} \binom{N}{n} \exp \left[\frac{Q^2 (x^2 + y^2)}{4 P} \right] \cdot \exp \left[-\frac{i k}{2 z} (x^2 + y^2) + i k z \right] \tag{17}$$

图9为平顶光束通过矩形光阑的光强((a),(d)), $E(x, y, z)$ 实部(实线)和虚部(虚线)零值线((b),(e))和等位相分布图((c),(f)).从图9可见,平顶光束通过矩形光阑后没有发现位相奇点.

若源平面处没有涡旋核,那么平顶光束通过矩



(a) The intensity at $\delta=1$ and $N=2$

(b) The curves of $E=0$ for $\delta=1$ and $N=2$

(c) The phase for $\delta=1$ and $N=2$

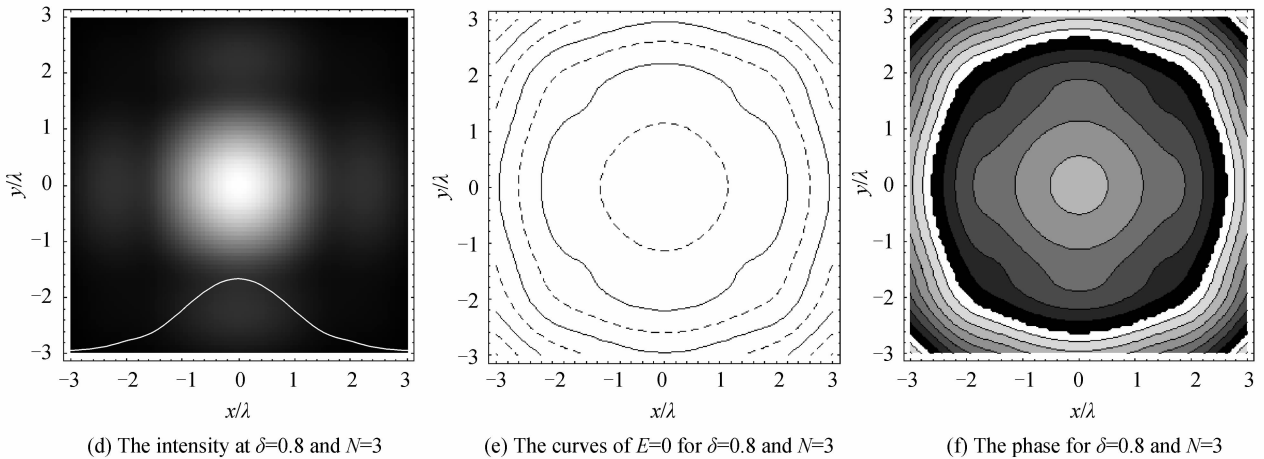


图9 平顶光束通过矩形光阑的光强, $\text{Re}E=0$ 和 $\text{Im}E=0$ 零值线和等位相分布图 ($z=z_R$)

Fig.9 Intensity distribution of flat-topped beam propagating through a rectangular aperture, the curves of $\text{Re}E=0$ and $\text{Im}E=0$, and contour phases of $E(z=z_R)$

3 结论

本文推导出了平顶涡旋光束通过矩形光阑 ABCD 光学系统的传输解析式,并以矩形光阑透镜和矩形光阑系统为例,与平顶光束比较研究了截断参量、相对离轴距离和光束阶数对衍射场中位相奇点演化特性的影响。数值计算表明,平顶涡旋光束通过上述光学系统均存在位相奇点,即使源处的涡旋核被光阑阻拦时,衍射场中也会出现位相奇点;而平顶光束通过光阑透镜系统存在刃型位错,特别是随着截断参量增大,不规则的刃型位错会逐渐演化为规则的圆刃型位错,并伴随有刃型位错的湮灭,并最终剩下 $N-1$ 条圆刃型位错。与文献[6-8]中已有工作比较,本文主要特点是发现了刃型位错不同于光涡旋的演化 and 湮灭现象,即不规则的刃型位错会随着截断参量增大而演化成圆刃型位错,且周围的刃型位错逐渐收缩成一点,并最终湮灭。本文所得结果有助于探索刃型位错的产生和控制方法。

参考文献

[1] SOSKIN M S, VASNETSOV M V. Singular optics [J]. *Progress in Optics*, 2001, **42**(7):219-276.
 [2] FLOSSMANN F, SCHWARZ U T, MAIER M. Propagation dynamics of optical vortices in Laguerre - Gaussian beams [J]. *Optics Communications*, 2005, **250**(4-6): 218-230.
 [3] ORLOV S, REGELSKIS K, SMIL GEVICIUS V, *et al.* Propagation of Bessel beams carrying optical vortices [J]. *Optics Communications*, 2002, **209**(1): 155-165.
 [4] PYRAGAITE V, STABINIS A. Free-space propagation of overlapping light vortex beams[J]. *Optics Communications*, 2002, **213**(4-6): 187-191.

[5] MALEEV I D, SWARTZLANDER JR G A. Composite optical vortices[J]. *JOSA B*, 2003, **20**(6): 1169-1176.
 [6] REN Xiang-gui, LÜ Bai-da. Evolution of phase singularities of higher-order Bessel beam diffracted by aperture [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(2): 259-263.
 任祥贵,吕百达. 经光阑衍射的高阶贝塞尔光束位相奇点演化特性[J]. 光子学报, 2009, **38**(2): 259-263.
 [7] MASAJADA J. Half-plane diffraction in the case of Gaussian beams containing an optical vortex [J]. *Optics Communications*, 2000, **175**(4-6): 289-294.
 [8] LIU Pu-sheng, LÜ Bai-da. Propagation of gaussian background vortex beams diffracted at a half-plane screen[J]. *Optics and Laser Technology*, 2008, **40**(2): 227-234.
 [9] XING Yan, LÜ Bai-da. Propagation of partially polarized, partially coherent gaussian-schell model electromagnetic beams through an aperture lens[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(11): 2942-2947.
 邢燕,吕百达. 部分相干部分偏振电磁束通过光阑透镜的传输[J]. 光子学报, 2009, **38**(11): 2942-2947.
 [10] LIU Hai-gang, LÜ Bai-da. Focusing properties of non-uniformly polarized beams through an astigmatic lens with annular aperture[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(7): 1602-1607.
 刘海岗,吕百达. 非均匀偏振光束通过环状光阑像散透镜的聚焦特性[J]. 光子学报, 2009, **38**(7): 1602-1607.
 [11] KUMAR A, VAITY P, SINGH R P. Diffraction characteristics of optical vortex passing through an aperture-iris diaphragm[J]. *Optics Communications*, 2010, **283**(21): 4141-4145.
 [12] MALEEV I D, PALACIOS D M, MARATHAY A S, *et al.* Spatial correlation vortices in partially coherent light: theory [J]. *JOSA B*, 2004, **21**(11): 1895-1900.
 [13] LI Y. Light beams with flat-topped profiles [J]. *Optics Letters*, 2002, **27**(12): 1007-1009.
 [14] FREUND I, SHVARTSMAN N. Wave-field phase singularities; the sign principle[J] *Physical Review Letters*, 1994, **50**(6): 5164-5172.

Evolution of Phase Singularities of Flat-topped Vortex Beam Diffracted by an Aperture

CHENG Ke, XIANG An-ping, ZHONG Xian-qiong

(College of Optoelectronic Technology, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China)

Abstract: The analytical expression for the propagation of flat-topped vortex beam through an aperture paraxial optical $ABCD$ system is derived. Taking aperture lens and rectangular aperture as typical examples, evolution of phase singularities between flat-topped vortex beam and flat-topped beam is comparatively studied. The effect of the aperture truncation, relative off-axis displacement and beam order on evolution of phase singularities is illustrated by numerical examples. The results show that there always exists phase singularities for flat-topped vortex beam through an aperture, and the phase singularities take place in the diffracted field even the vortex core is stopped by the aperture. However, numerical calculations show that edge dislocations appear for flat-topped beam through aperture lens, and the evolution and annihilation of the edge dislocations take place with increasing of truncation parameter, while the phase singularities are not found for flat-topped beam through rectangular aperture.

Key words: Singular optics; Flat-topped vortex beam; Diffraction by an aperture; Edge dislocation