

doi: 10.3788/gzxb20124107.0824

# 长周期光纤光栅透射谱计算方法的比较与分析

杨颖<sup>1a,1b,2</sup>, 顾铮先<sup>1b</sup>

(1 上海理工大学 a. 光电信息与计算机工程学院; b. 理学院光电功能薄膜传感器实验室, 上海 200093)

(2 临沂大学 汽车学院, 山东 临沂 276005)

**摘 要:**长周期光纤光栅透射谱的求解方法有多种, 本文以耦合模理论为基础, 对常用的积分法、公式法、传输矩阵法求解长周期光纤光栅的透射谱进行比较与分析, 指出这三种求解方法各自的特点和适用条件. 积分法可在较宽波长范围内直接得到多个模式透射谱的精确解, 但求解过程繁琐, 运算量大; 公式法虽然在表述和计算上较为方便, 但只能在较小波长范围内直接求解单个模式的透射谱; 传输矩阵法求解过程简便、准确度高、计算量相对较小, 特别适合计算一些非均匀光纤光栅的透射谱. 该研究为选择一种精确度高且理论和计算都较简单的计算长周期光纤光栅透射谱的方法提供理论依据.

**关键词:**耦合模理论; 长周期光纤光栅; 积分法; 公式法; 传输矩阵法; 透射谱

**中图分类号:** TN253

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1004-4213(2012)07-0824-7

## 0 引言

长周期光纤光栅通过纤芯模与同向传输的包层模的耦合, 使满足相位匹配条件的纤芯模耦合成为光纤中的辐射模而逃逸损失掉, 致使它对某些特定频率的光波产生抑制作用, 其透射谱中会出现一系列的损耗峰. 作为一种新型光纤无源器件, 长周期光纤光栅的工作原理与其谐振波长密切相关, 所以对其透射谱的研究就成为一个非常关键的问题. 积分法、公式法和传输矩阵法是目前求解透射谱最常用的三种方法. 对均匀光栅而言, 光栅波导耦合系数与传播常量都可以作为常量, 满足边界条件的耦合波方程可以严格求解. 积分法就是在对模式耦合机理做了一些近似之后, 利用德拜势能法进行模场矢量分析, 最后通过对耦合模方程进行积分而求解透射谱的一种较为精确的方法. A. Yariv 将复杂的耦合模方程简化后提出的公式法可以较简便地求解单模式光纤光栅的透射谱<sup>[1]</sup>, 文献[2]给出了求解透射谱公式的详细推导过程. 对于非均匀光栅, 严格求解耦合模方程是十分困难的, Hill 等人通过一组耦合模积分方程的迭代回归数值求解<sup>[3]</sup>, Kermisch 提出了传输线矩阵法的计算方法<sup>[4]</sup>, Kogelnik 则将一组耦合方程化为单个黎卡迪差分方程后再求其数值

解<sup>[5]</sup>, 这几种方法计算量大, 过程较繁琐. 目前, 传输矩阵法是一种对非均匀长周期光纤光栅进行分析的较理想的方法, 该方法精确度较高, 且适合于数值运算, 计算量相对较小, 特别适合计算一些长的或非均匀的光纤光栅. 此外, 还有一些分析计算光纤光栅的理论模型, 比如 Bloch 波理论<sup>[6]</sup>、WKB 法<sup>[7]</sup>、龙格-库塔法<sup>[8]</sup>、散射理论<sup>[9]</sup>等, 但这些方法或计算复杂、或理论复杂. 因此选择一种精确度高且理论和计算都较简单的计算长周期光纤光栅透射谱的方法对光纤光栅的研究与应用具有重要实际意义.

本文对积分法、公式法和传输矩阵法求解长周期光纤光栅透射谱的过程进行分析, 并在相同光栅参量下对三种方法求解的长周期光纤光栅透射谱进行数值模拟, 通过对模拟结果的分析明确了每一种方法的使用条件和适用范围, 为长周期光纤光栅的优化设计和其在光纤通信、光纤传感等领域的应用提供理论支持.

## 1 透射谱求解方法分析

### 1.1 积分法

长周期光纤光栅的耦合模方程为<sup>[10]</sup>

$$\frac{dA^{\infty}}{dz} = i\kappa_{11}^{\infty-\infty} A^{\infty} + \frac{i}{2} \sum_{\nu} \kappa_{1\nu}^{\infty-\infty} A_{\nu}^{\infty} \times$$

**基金项目:**国家自然科学基金(No. 60777035)、教育部科学技术研究重点项目(No. 208040)、上海市教育委员会科研项目(No. 11ZZ131)和上海市重点学科建设项目(No. S30502 资助)

**第一作者:**杨颖(1970—), 女, 副教授, 博士研究生, 主要研究方向为光纤光栅传感、光电子技术等. Email: lysyyy168@126.com

**责任作者/导师(通讯作者):**顾铮先(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为光电工程与测量、光电功能薄膜、光纤传感器等. Email: zhengtianqu@163.com

**收稿日期:** 2011-10-18; **修回日期:** 2011-11-28

$$\sum_{m=1}^{+\infty} [A_m \exp(-i2\delta_{i\nu-11}^{cl-co} z)] \quad (1)$$

$$\sum_{\nu} \left[ \frac{dA_{\nu}^{cl}}{dz} = +i\kappa_{i\nu-11}^{cl-co} A^{co} \times \sum_{m=1}^{+\infty} [A_m \exp(-i2\delta_{i\nu-11}^{cl-co} z)] \right] \quad (2)$$

式中  $A^{co}$  中是纤芯模的正  $z$  向振幅,  $A_{\nu}^{cl}$  是一阶  $\nu$  次包层模的正  $z$  向振幅.  $\kappa_{i\nu-11}^{co-co}$  和  $\kappa_{i\nu-11}^{cl-co}$  分别为纤芯模的自耦合常量和纤芯模与一阶  $\nu$  次包层模之间的互耦合常量<sup>[11]</sup>.  $\kappa_{i\nu-11}^{cl-co}$  决定了长周期光纤光栅中纤芯模与一阶  $\nu$  次包层模之间耦合的强弱.  $\delta_{i\nu-11}^{cl-co}$  是纤芯模与一阶  $\nu$  次包层模之间的解调参量, 定义为

$$\delta_{i\nu-11}^{cl-co} = \frac{1}{2} \left( \beta_{i1}^{co} - \beta_{i\nu}^{cl} - \frac{2\pi}{\Lambda} \right) \quad (3)$$

$\delta_{i\nu-11}^{cl-co} = 0$ , 为长周期光纤光栅包层模耦合的相位匹配条件, 即

$$\beta_{i1}^{co} - \beta_{i\nu}^{cl} - \frac{2\pi}{\Lambda} = 0 \quad (4)$$

根据  $\beta = k_0 \cdot n_{\text{eff}}$ , 相位匹配条件也可以写成为

$$n_{\text{eff},co}(\lambda) - n_{\text{eff},cl}^{\nu}(\lambda) = \frac{\lambda}{\Lambda} \quad (\nu = 1, 2, 3, \dots) \quad (5)$$

式中  $n_{\text{eff},co}(\lambda)$  为纤芯模在波长  $\lambda$  处的有效折射率, 可由纤芯模式的特征方程求得<sup>[12]</sup>;  $n_{\text{eff},cl}^{\nu}(\lambda)$  为 1 阶  $\nu$  次包层模在波长  $\lambda$  处的有效折射率, 须由包层模特征方程求出<sup>[13]</sup>. 满足式(5)的波长  $\lambda$  为 1 阶  $\nu$  次谐波中心波长, 简称谐振波长. 不同的包层模, 谐振波长不同.

若以光栅中点为  $z$  轴原点, 长周期光纤光栅的边界条件为

$$A^{co}(z = -L/2) = 1, A_{\nu}^{cl}(z = -L/2) = 0 \quad (6)$$

长周期光纤光栅的透射率定义为

$$T = A^{co}(L/2) / A^{co}(-L/2) \quad (7)$$

通过求解给定边界条件(6)的微分方程(1)、(2), 得到  $A^{co}(L/2)$ , 代入式(7), 即可求得透射率  $T$ .

上述方法在求解  $A^{co}$  和  $A_{\nu}^{cl}$  时, 是通过数值积分来实现的, 所以又称为积分法. 该方法理论上可以直接求解纤芯模与所有阶次包层模耦合以后在一个较大波长范围内的总的传输谱. 因耦合模方程可获得严格解析解, 所以该方法求得的透射谱是较为精确的, 但在求解耦合模方程时运算过程较为复杂.

需要注意的是, 由于耦合模理论采用的一些近似只有在折射率调制不太大, 可看做微扰作用时才成立, 因此对于折射率调制较大 ( $10^{-2}$  数量级以上) 的情形, 该模型的精确度变差, 将不再适用. 文献[14]发现, 纤芯折变量较大 (数量级  $10^{-3}$ ) 时, 透射谱的实验结果与仿真结果差别较大, 说明该简化的数值求解方法对强光栅不甚理想. 一方面是由于轴向上的模式耦合以及各包层模式之间的耦合作用此时不

可忽略, 另一方面则说明制备的长周期光纤光栅与假设的理想光栅有一定的差距. 最近, 曾祥楷等提出了傅里叶模式耦合理论<sup>[15]</sup>, 可对任意轴向折射率微扰分布的长周期光纤光栅的光谱特性进行分析, 弥补了原有耦合模理论对折射率调制较大时误差较大的不足.

计算所采用的光栅参量为: 纤芯半径  $2.625 \mu\text{m}$ , 包层半径  $62.4 \mu\text{m}$ , 纤芯折射率 1.458, 包层折射率 1.45, 平均折变量  $4 \times 10^{-4}$ , 光栅周期  $450 \mu\text{m}$ , 光栅长度 1.2 cm. 图 1 为积分法求解的纤芯模与 1~9 次包层模耦合后的透射谱 (文中求解的透射率的单位为 dB). 可以发现, 在采用上述光栅参量的情形下, 积分法可以得到模序较低的 1、3、5、7、9 次包层模与纤芯模耦合的衰减峰. 对于阶次较高的包层模, 因其能量很小, 所以由模式耦合而形成的衰减峰也将很小, 以致在透射谱分布图上几乎观察不到. 因此在使用积分法求解透射谱时, 在一定的光栅参量下, 对包层模序较高的多模式透射谱的计算会产生较大误差.

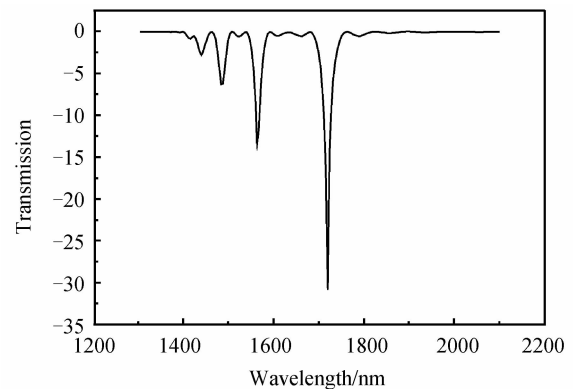


图 1 积分法求解的  $\nu=1\sim 9$  时长周期光纤光栅透射谱  
Fig. 1 Long-period fiber grating transmission spectrum for  $\nu=1\sim 9$  solved by integral method

## 1.2 公式法

对周期一定的长周期光纤光栅, 在一定的波长范围内可能有数个包层模满足谐振条件, 因而透射谱中会出现多个损耗峰, 两个相邻损耗峰之间的间隔通常会有几十纳米以上, 同时, 由于包层模间的耦合相对于纤芯模与包层模的耦合要弱得多, 所以包层模间的耦合可以忽略, 因此在一定的较小的波长范围内, 可以只考虑纤芯模和同向传播的某个确定的一阶  $\nu$  次包层模发生的耦合, 则耦合模方程可简化为一个二元一阶复微分方程组

$$\frac{dR}{dz} = i \hat{\sigma} R(z) + ikS(z) \quad (8)$$

$$\frac{dS}{dz} = -i \hat{\sigma} S(z) + ik^* R(z) \quad (9)$$

式中,  $R$  为纤芯模的振幅,  $S$  为一阶  $\nu$  次包层模的振

幅,  $\hat{\sigma} = \delta_{1\nu-01}^{cl-co} + \frac{k_{01-01}^{co-co} - k_{11-11}^{cl-cl}}{2}$  是直流自耦合系数,  $k = k_{1\nu-01}^{cl-co} = k_{1\nu-01}^{cl-co*}$ ,  $k_{1\nu-01}^{cl-co}$  与积分法中的意义相同. 对于均匀光栅,  $\hat{\sigma}$  和  $k$  均为常量. 根据边界条件, 可求得一阶线性方程组(8)、(9)的特解  $R(z)$  和  $S(z)$ .

光纤光栅的透射率  $T$  可由下式直接求出

$$T = \frac{|R(L)|^2}{|R(0)|^2} = \cos^2(L \sqrt{k^2 + \hat{\sigma}^2}) + \frac{\hat{\sigma}^2}{k^2 + \hat{\sigma}^2} \sin^2(L \sqrt{k^2 + \hat{\sigma}^2}) \quad (10)$$

这种直接由表达式求解透射谱的方法又称为公式法. 该方法的特点是在表述和计算上都较方便, 可在较小波长范围内求解单模式的透射谱, 但不能直接计算多模式的总的透射谱. 选取与积分法计算时相同的光栅参量, 应用式(10)可求得包层模序数为 7 时的长周期光纤光栅的透射谱如图 2.

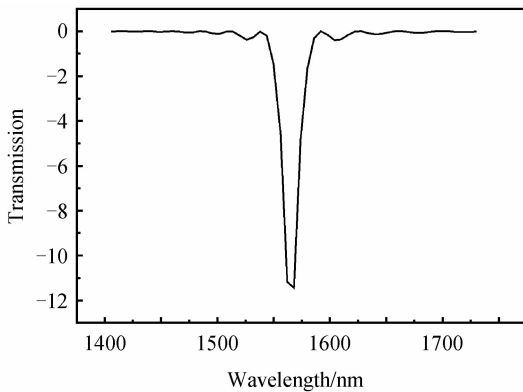


图 2 公式法求解的  $\nu=7$  时长周期光纤光栅透射谱

Fig. 2 Long-period fiber grating transmission spectrum for  $\nu=7$  solved by formula method

### 1.3 传输矩阵法

对于均匀光栅, 光栅波导的耦合系数和传播常量都可看作是沿  $z$  方向的不变量, 满足边界条件的耦合模方程是可以求解的. 上述两种方法都是针对具有均匀周期结构的光纤光栅, 利用求解耦合模方程得到了光纤光栅透射谱的解析解, 但当光纤光栅的折射率为非均匀周期分布时, 致使耦合系数和传播常量变为随  $z$  变化的函数, 耦合模方程将无法得到解析解. 为此, Agrawal 等人提出了矩阵分析法<sup>[16]</sup>, 该方法是将折射率非均匀周期分布的光栅看成由一系列的均匀周期的光纤光栅串联而成, 计算出每一个均匀周期光纤光栅的传输矩阵, 然后相乘, 就可以求出整个光栅区域的传输矩阵.

在用传输矩阵法分析非均匀光纤光栅的传输特性时, 可将长度为  $L$  的非均匀光纤光栅分成  $M$  段均匀光栅,  $M$  的大小由所需准确度决定. 因为当均匀光栅只有几个光栅周期长时, 耦合模理论将失效, 每

段长度应满足条件是  $\Delta z \gg \Lambda$ ,  $\Delta z$  为每小段的光栅长度, 所分的区域数  $M \ll L/\Lambda$ , 一般情况下, 对于大多数变迹和啁啾光栅,  $M=100$  就足够.

将每一段的传输矩阵的乘积与入射光矩阵

$\begin{bmatrix} A_0^{co} \\ A_0^{cl} \end{bmatrix}$  相乘就可以得到整个光栅区的传输特性

$$\begin{bmatrix} A_M^{co} \\ A_M^{cl} \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} A_0^{co} \\ A_0^{cl} \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中,  $F = F_M \cdot F_{M-1} \cdots \cdots F_i \cdots \cdots F_1$ , 第  $i$  段的传输矩阵  $F_i$  可表示为

$$F_i = \begin{bmatrix} \cos(\gamma \Delta z) + i \frac{\kappa}{\gamma} \sin(\gamma \Delta z) & i \frac{\hat{\sigma}}{\gamma} \sin(\gamma \Delta z) \\ i \frac{\hat{\sigma}}{\gamma} \sin(\gamma \Delta z) & \cos(\gamma \Delta z) - i \frac{\kappa}{\gamma} \sin(\gamma \Delta z) \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中,  $\Delta z$  为每小段的光栅长度;  $\kappa$  为纤芯模与一阶  $\nu$  次包层模之间的互耦合常量,  $\hat{\sigma}$  为总自耦合系数, 定义为

$$\hat{\sigma} = \delta_{1\nu-01}^{cl-co} + \frac{k_{01-01}^{co-co} - k_{11-11}^{cl-cl}}{2} - \frac{1}{2} \frac{d\varphi(z)}{dz} \quad (13)$$

式(13)中  $\varphi(z)$  为非均匀光栅相对于坐标原点的相移, 如啁啾光栅,  $\varphi(z)$  可表示为:  $\varphi(z) = c \left(\frac{z}{L}\right)^2$ ,  $c$  为啁啾系数.  $A_0^{co}$  和  $A_0^{cl}$  分别为入射端纤芯模和一阶  $\nu$  次包层模的振幅,  $A_M^{co} = A_L^{co}$ ,  $A_M^{cl} = A_L^{cl}$  分别为出射端纤芯模和一阶  $\nu$  次包层模的振幅.

利用边界条件为  $A_0^{co} = 1$  和  $A_0^{cl} = 0$ , 可求得光纤光栅最终的光强透射率为

$$T = A_L^{co} \cdot A_L^{co*} \quad (14)$$

仍然采用与积分法计算时相同的光栅参量, 由传输矩阵法求解的纤芯模与模序数为 7 的包层模耦合的长周期光纤光栅透射谱如图 3 所示. 图(a)是啁啾系数  $c = -0.005$  nm/cm 时非均匀光纤光栅的透射谱; 图(b)是  $c = 0$  时采用相同的程序求得的非均匀光纤光栅的透射谱, 此时的非均匀光纤光栅可等效为均匀光纤光栅. 因长周期光纤光栅的周期较长, 光栅啁啾量对光谱特性的影响较小, 引入啁啾后, 光栅的总自耦合系数减小, 带宽展宽, 光栅的透射率减小, 与文献[17]的结论一致.

由上述求解过程可知, 传输矩阵法便于数值运算, 且计算量相对较小, 特别适合计算一些非均匀的光纤光栅的透射谱. 但这种方法也有缺陷, 它在光纤光栅的折射率突变区域将失效; 对于比较复杂的光栅结构, 如矩形折射率调制的光栅等, 计算量也比较大, 这也就失去了其灵活、快捷的特点.

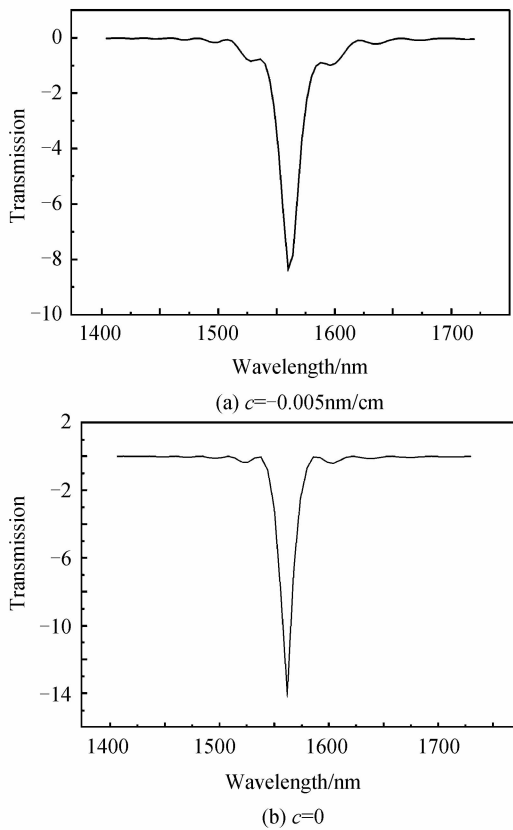


图3 传输矩阵法求解的 $\nu=7$ 时长周期光纤光栅透射谱  
Fig. 3 Long-period fiber grating transmission spectrum for  $\nu=7$  solved by transfer matrix method

## 2 三种方法求解长周期光纤光栅透射谱的比较与分析

积分法、公式法可对均匀长周期光纤光栅的透射谱进行求解. 积分法可直接得到较宽波长范围内纤芯模与多个包层模耦合后光纤光栅透射谱的精确解,但求解过程繁琐,运算量大. 在计算程序中若光纤光栅的包层模式序数只取一个值,还可以得到纤芯模与单个包层模耦合的透射谱. 包层模式序数为7时,积分法计算的透射谱如图4所示. 可以看出,谱分布与多模式透射谱中模式序数为7的损耗峰分布情形几乎相同. 公式法虽然在表述和计算上较为方便,但每次只能求解某一个阶次包层模式对应的透射谱,无法直接给出总的透射谱,必须将多个单模式透射谱叠加之后才能求得总的透射谱. 对于均匀长周期光纤光栅,在纤芯中一阶奇次包层模的能量较大,而一阶偶次包层模的能量很小,几乎可以忽略,因此在模式耦合中主要是纤芯模与一阶奇次包层模之间的耦合,而纤芯模与一阶偶次包层模之间的耦合很弱,可以忽略. 所以求解总透射谱时,在较多个耦合的包层模中,可以考虑最能有效耦合的几

个模式,可先计算出纤芯模与某几个一阶低奇次包层模的耦合,然后再将这几个单模式的透射谱进行叠加,即可得到总的透射谱. 将公式法求解的包层模式序数由1至9的单模式的透射谱叠加,可以得到模式序数 $\nu=1\sim 9$ 的多个模式的透射谱,如图5所示. 但需要注意的是这两种求解方法在折射率调制较大的情况下将都不再适用<sup>[17]</sup>.

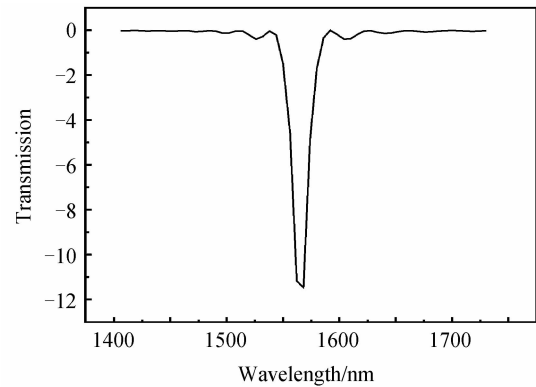


图4 积分法求解的 $\nu=7$ 时的透射谱  
Fig. 4 Transmission spectrum for  $\nu=7$  solved by integral method

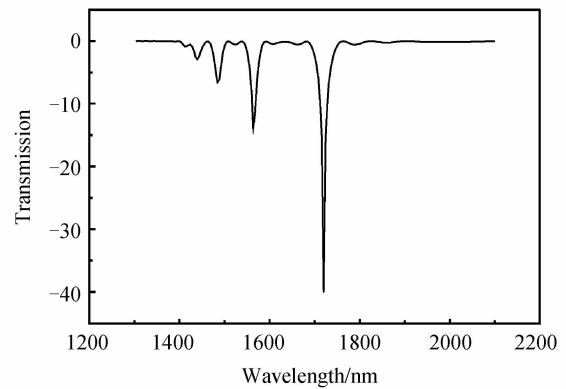


图5 公式法求解的9个单模式透射谱叠加后总的透射谱( $\nu=1\sim 9$ )  
Fig. 5 Transmission spectrum for  $\nu=1\sim 9$  solved by formula method

与公式法类似,传输矩阵法在求解非均匀光纤光栅透射谱时每次也只能直接求解某一个阶次包层模式对应的透射谱,在求解纤芯模与多个包层模耦合的总的透射谱时,也需将几个单模式的透射谱叠加才可得总的透射谱,图6为传输矩阵法求解的包层模式序数 $\nu=1\sim 9$ 的长周期光纤光栅透射谱. 传输矩阵法最大的优点在于可直接借助数值计算的方法,模拟分析出光波在不同波导中的传播行为,特别适用于较规则非均匀(如啁啾、相移、各种变迹等)长周期光纤光栅透射谱的计算,但对于有一定随机性的任意轴向折变分布的长周期光纤光栅透射谱的计算则比较繁琐和困难.

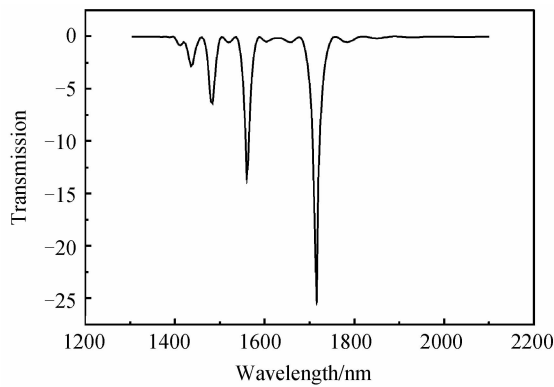


图6 传输矩阵法求解的9个单模式透射谱叠加后总的透射谱( $\nu=1\sim 9$ )

Fig. 6 Transmission spectrum for  $\nu=1\sim 9$  solved by transfer matrix method

图7给出了相同光栅参量下三种方法分别求出的 $\nu=1\sim 9$ 的透射谱,表1列出了该图中对应三条透射谱线的不同阶次包层模对应的衰减峰的波长值,可以看出,公式法与积分法的计算结果较为接近,当 $\nu=5$ 时,两种方法计算的波长差值最大为3 nm;而传输矩阵法的计算的结果则与积分法的计算结果相差较大,所得谱线沿短波长方向发生了偏移,当 $\nu=5$ 时波长偏移量达到了6 nm.原因是传输矩阵法在求解过程中忽略了包层模式之间的耦合和光栅周期的啁啾化,致使式(12)中的 $\hat{\sigma}$ 变小,从而使求得的谐振波长峰值变小<sup>[18]</sup>.

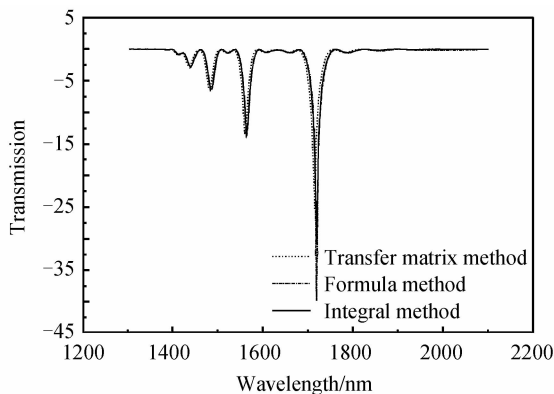


图7 三种方法求解长周期光纤光栅透射谱的比较

Fig. 7 Comparison of the three methods for solving long-period fiber grating transmission spectra

表1 三种方法求解的透射谱中不同包层模式对应的衰减峰谐振波长值比较

Table 1 Comparison of resonance wavelengths corresponding different attenuation peaks in transmission spectra that solved respectively by three methods

Cladding mode order	Integral method/nm	Formula method/nm	Transfer matrix method/nm
$\nu=3$	1 440	1 440	1 437
$\nu=5$	1 484	1 485	1 482
$\nu=7$	1 564	1 565	1 561
$\nu=9$	1 720	1 715	1 714

表2列出了三种方法求解的透射谱中不同包层模式对应的衰减峰的透射率.可以看出,公式法求解的透射谱中各损耗峰的透射率较积分法所得结果差别较大,模序越高,差值越大,当 $\nu=9$ 时,最大差值达到了9.192 51 dB;而用传输矩阵法求解时,较低阶次包层模对应的损耗峰透射率稍大于积分法的结果,较高阶次包层模对应的损耗峰透射率则会小于积分法的结果,当 $\nu=9$ 时,损耗峰透射率较积分法的计算结果减小了5.178 65 dB.所以,当光纤光栅应用于灵敏度较高的传感器并将损耗峰透射率作为被测参量时,公式法将会产生较大误差,不宜选用.但当光纤光栅用于宽带带阻滤波器等领域时,某个阶次包层模对应的损耗峰透射率则对滤波器带宽影响较小,所以在分析长周期光纤光栅的滤波特性时,可选择较为简便的公式法.

表2 三种方法求解的透射谱中不同包层模式对应的衰减峰透射率比较

Table 2 Comparison of transmissivity corresponding different attenuation peaks in transmission spectra that solved respectively by three methods

Cladding mode order	Integral method/dB	Formula method/dB	Transfer matrix method/dB
$\nu=3$	-2.833 16	-2.894 69	-2.841 69
$\nu=5$	-6.304 85	-6.578 83	-6.425 30
$\nu=7$	-13.550 87	-13.924 21	-13.472 17
$\nu=9$	-30.614 83	-39.807 34	-25.436 18

需要指出的是,三种方法都存在两个共同的缺陷,一是在计算均匀长周期光纤光栅透射谱或非均匀长周期光纤光栅分段后的透射谱时,都没有考虑制作光栅时将光纤置于光强空间变化的紫外光中曝光所产生的折射率改变量的初始相位的变化.实际上曝光过程中产生的初始相位对光栅谱特性的影响很大<sup>[19]</sup>,如 $\pi/2$ 的初始相位在光栅两端将产生较大的反射而出现 Fabry-Perot 腔干涉.二是分析过程中都忽略了长周期光纤光栅折射率微扰的高次谐波量.采用一般方法写入的光纤光栅,其折射率变化量不会是标准的正弦或余弦函数,因此可以把折射率变化量展开为傅里叶级数,这样实际制作的光栅可以看作是由周期为 $L/N$ 的一系列正弦或余弦光纤光栅叠加而成,当 $N$ 大于1时所对应的模式称为高次谐波.若考虑纤芯模与高次谐波的耦合,当周期较大时,透射谱中有可能出现较多的高次谐波.实际长周期光纤光栅总是有限长和非理想(非均匀)的,都存在非基频谐波量,所以会产生计算误差.

### 3 结论

在设计和制作不同应用背景的传感器、滤波器

和增益均衡器等光纤器件时,能够恰当选择分析透射谱的方法具有重要意义.积分法可得到较宽波长范围内透射谱的精确解,但求解过程繁琐,运算量大.公式法虽然在表述和计算上较为方便,但每次只能求解某一个确定阶次包层模式对应的透射谱,无法直接求出总的透射谱,必须将多个单模式透射谱叠加之后才能求得总的透射谱.这两种方法适合求解均匀长周期光纤光栅的透射谱,但在折射率调制较大的情况下都不再适用.传输矩阵法在解决非均匀长光纤光栅问题时运算速度快,运算量小,每次可以直接求解纤芯模与某一个阶次包层模耦合的透射谱,特别适合求解较规则的非均匀的光纤光栅透射谱,但不适合分析折射率突变区域和比较复杂的波导结构.在相同光栅参量下,三种方法求解的透射谱中不同阶次衰减峰对应的谐振波长值和透射率的比较发现,公式法与积分法计算的各衰减峰对应的谐振波长值差别较小,但透射率差别较大,传输矩阵法所得谱线相对于积分法求得的谱线沿短波长方向会发生几个纳米的偏移,但对各衰减峰对应的透射率影响则较小.该结论为长周期光纤光栅器件的优化设计和其在光纤通信、光纤传感等领域的实际应用提供理论依据.

#### 参考文献

- [1] YARIV A. Coupled-mode theory for guided-wave optics[J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1973, **9**(9): 919 - 933.
- [2] 张自嘉. 光纤光栅理论基础与传感技术[M]. 北京: 科学出版社, 2009: 143-148.
- [3] HILL K O. A periodic distributed parameter optics [J]. *Applied Optics*, 1974, **13**(8): 1853-1856.
- [4] KERMISCH D. Nonuniform sinusoidally modulated dielectric grating[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1969, **11**(59): 1409-1414.
- [5] KOGELNIK H. Filter response of nonuniform almost-periodic structures[J]. *The Bell System Technical Journal*, 1976, **55**(1):109-126.
- [6] PERAL E, CAPMANY J. Generalized bloch wave analysis for fiber and waveguide grating [J]. *Lightwave Technology*, 1997, **15**(8): 1295-1302.
- [7] POLDIAN L. Graphical and WKB anlysis of nonuniform Bragg gratings[J]. *Physical Review E*, 1993, **48**(6): 4758-4767.
- [8] LIU Yong, YE Zhi-qing. A comparison between using runge-kutta method and matrix method to analyze non-uniform long optical fiber grating [J]. *Journal of Jiangxi Normal University*, 2001, **25**(2): 57-61.
- 刘勇,叶志清. 龙格-库塔法和传输矩阵法求解非均匀长光纤光栅问题的比较[J]. *江西师范大学学报*, 2001, **25**(1): 57-61.
- [9] BOUZID A, ABUSHAGUR M A G. Scattering analysis of slanted fiber gratings[J]. *Applied Optics*, 1977, **36**(3): 558-562.
- [10] ERDOGAN T. Cladding-mode resonances in short and long period fiber grating filters[J]. *JOSA A*, 1997, **14**(8): 1760-1773.
- [11] ERDOGAN T. Fiber grating spectra [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 1997, **15**(8): 1277-1294.
- [12] CHUNG K W, YIN S. Analysis of a widely tunable long-period grating by use of an ultrathin cladding layer and higher-order cladding mode coupling [J]. *Optics Letters*, 2004, **29**(8): 812-814.
- [13] ZHANG Zi-jia, SHI Wen-kang, JI Xiao-jun. The cladding mode dispersion relation and HE/EH mode of three-layered optical fiber[J]. *Journal of Optoelectronics · Laser*, 2003, **14**(6): 501-504.
- 张自嘉,施文康,吉小军. 三层介质光纤包层模色散方程及包层 HE/EH 模[J]. *光电子·激光*, 2003, **14**(6): 501-504.
- [14] HE Wan-xun, SHI Wen-kang, HE Shuo, et al. Application of coupled mode theory on modeling for circularly symmetric LPPG[J]. *Optical Technique*, 2002, **28**(2): 155-157.
- 何万迅,施文康,何朔等. 模式耦合理论在圆周对称长周期光纤光栅建模中的应用[J]. *光学技术*, 2002, **28**(2):155-157.
- [15] ZENG Xiang-kai, RAO Yun-jiang. Long period fiber grating Fourier mode coupling theory[J]. *Acta Physic Sinica*, 2010, **59**(12): 8607-8614.
- 曾祥楷,饶云江. 长周期光纤光栅傅里叶模式耦合理论[J]. *物理学报*, 2010, **59**(12):8607-8614.
- [16] AGRAWAL G P, BOBECK A H. Modeling of distributed feedback semiconductor lasers with axially-varying parameters[J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1988, **24**: 2407-1414.
- [17] ZHANG Zi-jia, SHI Wen-kang. Characteristics of the transmission spectrum of the long-period fiber gratings based on the coupling of core mode to the higher order Cladding modes[J]. *Chinese Optics Letters*, 2003, **1**(10):573-576.
- [18] GREGORY D V, THOMAS K. Tuning, attenuating, and switching by controlled flexure of long-period fiber gratings [J]. *Optics Letters*, 2001, **26**(2): 61-63.
- [19] XU Xin-hua, WANG Qing. Linearly chirped long period gratings used for EDFA gain flattening[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(8): 2063-2065.
- 徐新华,王青. 线性啁啾长周期光纤光栅用作 EDFA 增益平坦滤波器的理论研究[J]. *光子学报*, 2009, **38**(8):2063-2065.

## Comparing and Analysis of Calculation Methods of Long-period Fiber Gratings Transmission Spectra

YANG Ying<sup>1a,1b,2</sup>, GU Zheng-tian<sup>1b</sup>

(1a. *School of Optical-Electrical and Computer Engineering*; b. *Laboratory of Photo-electric Functional Film Sensors, College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China*)

(2 *School of Automobile Engineering, Linyi University, Linyi, Shandong 276005, China*)

**Abstract:** Many methods are considered for calculating long-period fiber gratings (LPFGs) transmission spectra such as integral method, formula method and transfer matrix method. In this paper, these methods are analyzed based on the coupled-mode theory and their characteristics and the conditions of application are pointed out. Exact solution for multi-mode transmission spectra can be obtained directly by integral method in a wide wavelength range, however, the computation process of integral method is complicated. The formula method is convenient for calculating and expressing, but it can only solve single mode transmission spectra directly in a narrow wavelength range. The transfer matrix method is suitable for calculating some transmission spectra of non-uniform fiber gratings, it is simple to implement, almost always sufficiently accurate, and general the fastest. Through the analysis and compare of the three methods, a best method with high precision and simple calculation is provided for long-period fiber gratings transmission spectra in theory, which is important for the research and application of LPFGs.

**Key words:** Coupled-mode theory; Long-period fiber grating; Integral method; Formula method; Transfer matrix method; Transmission spectra