

doi: 10.3788/gzxb20124106.0732

# 基于随机相位调制的数字全息相移量提取方法

巩琼, 秦怡, 马毛粉, 吕晓东

(南阳师范学院 物理与电子工程学院, 河南 南阳 473061)

**摘 要:**提出了一种在相移数字全息中提取相移角的方法. 该方法通过在相移数字全息中引入随机相位板对物光波的相位进行调制, 使得物光波在全息面上的相位分布成为近似理想的随机分布, 进而根据这种随机分布的统计性质对相移角进行提取. 计算机模拟结果表明, 该方法提取出的相移角与设定的相移角之间的相对误差小于千分之一. 同时, 经过对比采用随机相位板和不采用随机相位板的计算结果发现, 物体衍射光波在全息面上的相位分布具有一定的相关性.

**关键词:**全息术; 数字全息; 相移量; 随机相位板

**中图分类号:** TP877

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1004-4213(2012)06-0732-5

## 0 引言

数字全息技术是一种吸引力日益增强的光学形貌测量术, 它能够对被测量的物体同时进行光强和相位的重建, 其中重构的相位能够对物体的三维形貌提供定量的数据信息, 这是其最显著的优点<sup>[1-8]</sup>. 目前, 数字全息在应用中遇到最大的困难是 CCD 的低分辨率问题. 为了解决这个问题, I. Yamaguchi 等人首次提出利用相移技术消除全息图中的物光波零级像及共轭像, 该方法极大的加速了数字全息技术的应用进程<sup>[9-11]</sup>. 在移相的这一阶段, 有很多因素会导致实际的相移量和标定的相移量之间产生误差, 这些因素一方面产于相移器本身, 例如标定不准, 相移器自身的不稳定等; 另一方面来自外部, 比如气流、振动等干扰. 因此有学者试图从提高相移的准确性入手来解决问题, 例如, M. Atlan 等通过对光波进行频移的方法来实现精确相移<sup>[12]</sup>, 秦怡等采用相关系数法来实现准确相移<sup>[13]</sup>. 近年来, 由于相移器的昂贵造价及其复杂的标定程序, 人们的研究重点从追求精密的相移转变到了实际相移量的盲提取, 也即根据图像传感器(例如 Charge Coupled Device, CCD)记录的全息图像及相关衍射图像来获取相移中的实际相移角. 此研究方向上, 山东大学的蔡履中小组取得了尤为丰硕的研究成果<sup>[14-17]</sup>. 本文提出一种对数字全息中相移量的盲提取方法, 该方法在全息光路中引入随机相位板, 把位于全息面的物体衍射光波的相位调制成近似随机分布, 进而

根据这种随机分布的统计性质对相移量进行提取. 该方法原理简单, 完全依靠 CCD 所记录的强度图像来进行计算, 省去了同类算法中繁杂的迭代过程, 也省去了对相移器复杂的标定程序. 计算机模拟结果表明, 该方法能够准确地提取相移数字全息中的相移量.

## 1 理论分析

### 1.1 相移数字全息原理

为了对该算法原理进行说明, 我们以最简单的二步相移数字全息为例. 在二步相移数字全息中, 为了能够实现对物光波的重建, 至少要对参考光波进行一次移相, 且重建过程要利用四幅图像: 物光波强度、参考光波强度及两幅全息图强度. 假设  $I_k(x, y)$  ( $k=1, 2, 3, 4$ ) 为 CCD 记录的这四幅强度图像, 有

$$I_1(x, y) = I_R(x, y) + I_O(x, y) + \sqrt{I_O(x, y)I_R(x, y)} \cdot \exp[i\varphi(x, y)] + \sqrt{I_O(x, y)I_R(x, y)} \cdot \exp[-i\varphi(x, y)]$$
$$I_2(x, y) = I_R(x, y) + I_O(x, y) + \sqrt{I_O(x, y)I_R(x, y)} \cdot \exp\left[i\left[\varphi(x, y) - \frac{\pi}{2}\right]\right] + \sqrt{I_O(x, y)I_R(x, y)} \cdot \exp\left[-i\left[\varphi(x, y) - \frac{\pi}{2}\right]\right]$$
$$I_3(x, y) = I_O(x, y)$$
$$I_4(x, y) = I_R(x, y) \quad (1)$$

这里,  $I_1(x, y)$  和  $I_2(x, y)$  分别是参考光移相  $\theta$  前后记录的两幅全息图,  $\varphi(x, y)$  是物光波和参考光

基金项目: 南阳师范学院青年基金(No. QN2012052)资助

第一作者: 巩琼(1982-), 女, 讲师, 硕士, 主要研究方向为光电信息处理. Email: 27191249@qq.com

导师(通讯作者): 秦怡(1981-), 男, 讲师, 硕士, 主要研究方向为信息光学及图像处理. Email: 641858757@qq.com

收稿日期: 2011-12-07; 修回日期: 2012-02-18

波在全息面(CCD面)上的相对相位分布.  $I_O(x, y)$ 和  $I_R(x, y)$ 分别是物光波和参考光波在全息面上的强度分布. 为了方便起见, 此处假定参考光是初始位相为零的平面光波. 二步相移数字全息的原理即根据式(1)中的四项来提取出物光波在 CCD 面上的表达式  $O_d(x, y)$ . 首先, 根据式(1)有

$$I_1 - I_3 - I_4 = \sqrt{I_O(x, y)I_R(x, y)} \times \{ \exp [i\varphi(x, y)] + \exp [-i\varphi(x, y)] \} \quad (2)$$

$$I_2 - I_3 - I_4 = \sqrt{I_O(x, y)I_R(x, y)} \times \{ \exp(-i\theta) \exp [i\varphi(x, y)] + \exp(i\theta) \exp [-i\varphi(x, y)] \} \quad (3)$$

联立式(1)~(3), 可重建出物光波在 CCD 面上的复振幅分布  $O_d(x, y)$ .

$$O_d(x, y) = \frac{I_1 - I_3 - I_4 - \exp(-i\theta)[I_2 - I_3 - I_4]}{\sqrt{I_4}[1 - \exp(-i2\theta)]} \quad (4)$$

对  $O_d(x, y)$  进行逆衍射就得到了原始物光场的分布. 显然, 只要我们正确地提取出来相移量  $\theta$ , 那么就可以准确地重建出来  $O_d(x, y)$ , 进而可以通过菲涅尔逆衍射重建物体的原始光波复振幅.

### 1.2 相移量提取算法

为了提取相移量  $\theta$ , 首先在物体后面放置一块随机相位板, 该相位板能够在每个点上随机地产生一个位于  $[0, 2\pi]$  的相移, 即把物光波的相位进行随机的调制, 对经过相位调制后的物光波做二步相移全息的记录. 为了区分相位调制前与调制后的物光波, 在与调制后物光波的相关变量右下角使用 M 表示. 根据式(1), 并省略所有变量的坐标, 可得

$$I_{M_1} = I_R + I_{M_0} + 2\sqrt{I_{M_0}I_R} \cos(\varphi_M) \quad (5)$$

$$I_{M_2} = I_R + I_{M_0} + 2\sqrt{I_{M_0}I_R} \cos(\varphi_M - \theta) \quad (6)$$

为了防止在下面的计算中出现相位模糊, 我们假定  $0 < \theta < \pi$ . 式(5)与式(6)相加之后, 得到

$$I_{M_1} + I_{M_2} = 2I_R + 2I_{M_0} + 2\sqrt{I_{M_0}I_R} [\cos(\varphi_M - \theta) + \cos(\varphi_M)] \quad (7)$$

对式(7)进行化简, 得到

$$\frac{I_{M_1} + I_{M_2} - 2I_R - 2I_{M_0}}{2\sqrt{I_{M_0}I_R}} = 2 \left[ \cos\left(\varphi_M - \frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \quad (8)$$

由于在被测物体后面加入了随机相位板, 因此全息面上的物体相位分布  $\varphi_M$  为空间随机分布. 由于  $\theta$  为常量, 所以  $\varphi_M - \theta/2$  与  $\varphi_M$  具有相同的统计特性, 均为取值  $[0, 2\pi]$  之间二维均匀分布. 所以有

$$\left\langle \left| \cos\left(\varphi_M - \frac{\theta}{2}\right) \right| \right\rangle = \langle |\cos(\varphi_M)| \rangle = \frac{2}{\pi} \quad (9)$$

其中, 符号  $\langle \rangle$  表示对全息面所有像素取平均值. 对式(8)两边取绝对值后再在全息面上取平均, 得到

$$\left\langle \left| \frac{I_{M_1} + I_{M_2} - 2I_R - 2I_{M_0}}{2\sqrt{I_{M_0}I_R}} \right| \right\rangle = \left\langle \left| \cos\left(\varphi_M - \frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right| \right\rangle = \frac{2}{\pi} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (10)$$

注意到,  $I_{M_1}, I_{M_2}, I_R, I_{M_0}$  均可以被 CCD 所记录, 均为已知量. 因此, 公式(10)中的  $\theta$  可以确定下来.

$$\theta = 2 \arccos \left[ \frac{\pi}{2} \left\langle \left| \frac{I_{M_1} + I_{M_2} - 2I_R - 2I_{M_0}}{2\sqrt{I_{M_0}I_R}} \right| \right\rangle \right] \quad (11)$$

这样, 就成功地通过被 CCD 记录物光波、参考光波强度及全息图把相移角提取了出来.

注意到在随机相位板放置前可以记录下  $I_O(x, y)$  和  $I_R(x, y), I_1(x, y)$ , 把参考光移相之后将随机相位板移开又可以记录  $I_2(x, y)$ . 因此对物光波的重建的四幅强度图像也全部被记录下来.

## 2 计算机模拟

为了证实所提方法的有效性, 我们进行了计算机模拟, 图 1 给出了用来模拟的相移全息的实验装置. 光源发出线偏振平面光波被透镜 L 准直之后进入改造过的马赫-曾德干涉仪, 之后该光波被分束镜  $BS_1$  所分束, 一束被反射镜  $M_2$  反射形成参考光波, 另一束用来照射被测物体 (OBJ) 而形成物光波, 物光波经过衍射之后和参考光波在全息面上产生干涉条纹, 该条纹被 CCD 所记录. 为了对参考光波进行移相, 反射镜  $M_2$  被固定到压电陶瓷微位移器 (PZT) 上. 由于我们采用盲提取的方法来计算相移量, 因此压电陶瓷微位移器不需要精确的标定. 用于提取相移角的随机相位板 RPP 在物体后面放置, 可以插入或者移开. 被 CCD 记录下的全息图经并行接口送至计算机进行处理.

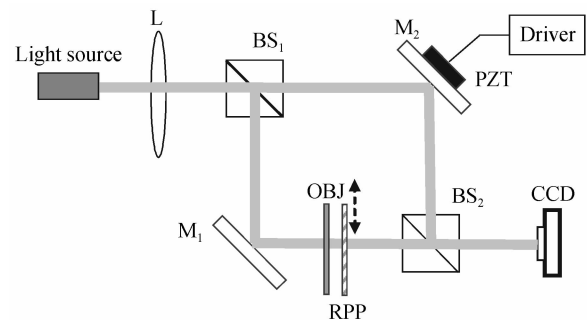


图 1 二步相移数字全息实验装置

Fig. 1 Experimental setup of two-step phase-shifting digital holography

实验中用来模拟的物体为一振幅透射型物体,

其振幅分布如图 2, 大小为  $512 \times 512$  像素, 物体至全息面的距离  $d = 300$  mm.

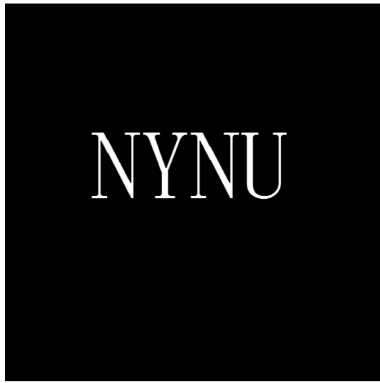


图 2 模拟物体的振幅

Fig. 2 Amplitude distributions of the object simulated

在模拟中, 参考光波的相移角度被设置为  $\pi/2$ . 按照第 2 部分所述的方法, 首先在物体后插入随机相位板 RPP, 然后使用 CCD 记录下用于计算的四幅强度图像, 如图 3.

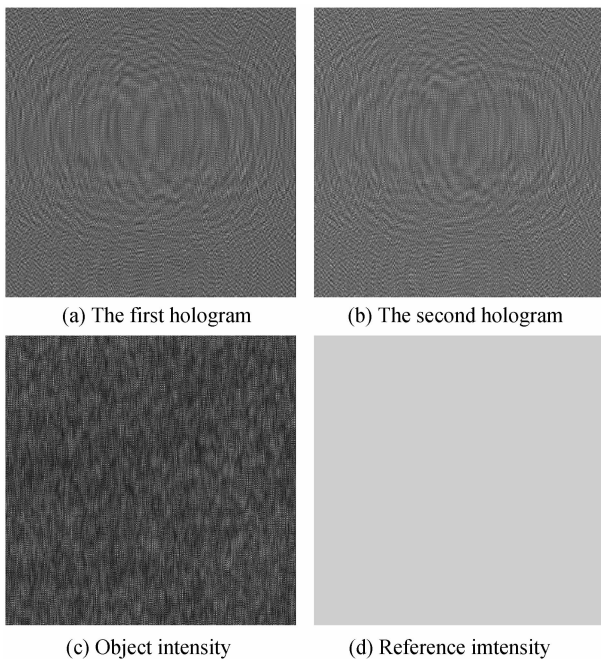


图 3 物体被调制后全息面上的强度图像

Fig. 3 Intensity images on hologram plane after phase modulation

其中, 图 3(a) 和图 3(b) 是参考光移相前和移相后的全息图像. 图 3(c) 是被相位调制后的物体在全息面上的衍射光波强度, 即式 (5) 中的  $I_{MO}$ , 图 3(d) 为参考平面光波的强度, 即  $I_R$ . 获取这几幅强度图像之后, 采用式 (11) 进行计算, 得到  $\theta = 1.5696$ , 几乎跟设定的相位角  $\theta = \pi/2 \approx 1.5707$  完全吻合, 二者之间的相对误差为  $0.7\%$ , 这表明该方法成功地提取出了参考光的相移量. 事实上, 由图 3(a) 及图 3(b) 可以看出, 被随机相位板调制后的物光波的相位分布并非完全不相关. 但是利用“各点相位不相

关”这一假设计算出的相位与实际相移非常吻合, 这表明, 在加入随机相位板之后, 相位之间的相关性已经降到了非常小的程度, 相位之间不相关的假设已近似成立.

在插入随机相位板之前, 我们记录了没有被随机相位板调制的物体的原始衍射光波、参考光波及第一幅全息图. 在相移完成之后将随机相位板撤去, 记录了第二幅全息图. 这四幅图像在图 4 中给出. 因此, 一旦相移量被提取出来, 即可以根据式 (4) 计算出来  $O_d(x, y)$ , 进而重建出来原始物光波的振幅及相位.

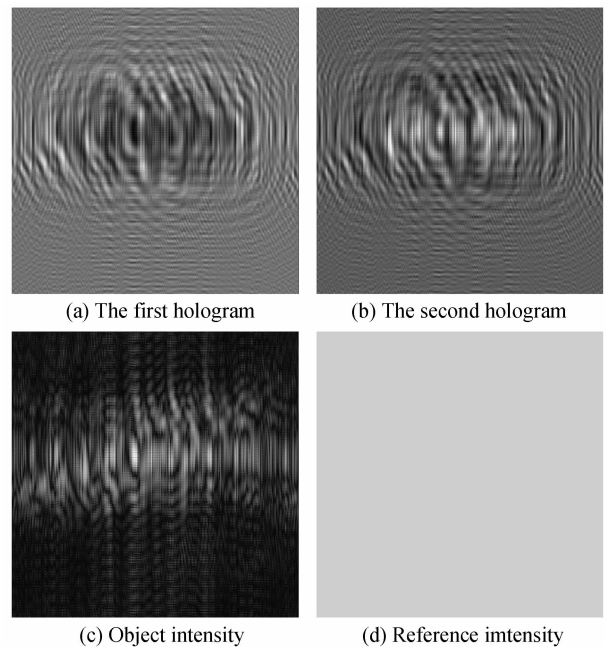


图 4 没有放置随机相位板时全息面上强度图像

Fig. 4 Four intensity images on the hologram plane without phase modulation

为了进行对比, 我们假设在没有放置随机相位板的情况下物体在全息面上衍射光波的相位分布也是随机的, 即全息面上的物光波相位之间不具备相关性. 那么把图 4 中的四幅强度图像数据代入式 (11) 中计算, 计算结果为  $\theta = 1.5982$ , 这与设定的相位角  $\theta = \pi/2 \approx 1.5707$  之间的相对误差为  $17.5\%$ , 可见引入的误差较大. 这说明, 物体经一段距离衍射之后在全息面上的相位分布并非随机分布, 各点相位之间存在明显的相关性.

最后利用获得的  $\theta = 1.5696$  计算出来  $O_d(x, y)$ , 再对其进行逆衍射就得到了物体的重建强度分布, 如图 5 所示.

比较图 (3) 和图 (5) 可见, 重建出来的物体的强度分布跟物体原始强度分布十分吻合, 该方法的可行性被进一步的证实.

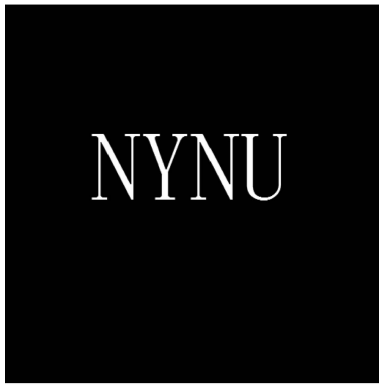


图5 重建物体的强度分布

Fig.5 Intensity distribution of the reconstructed object

### 3 结论

数字全息中对物光波进行重建时所用相移值与相移过程中所发生的相移量是否相同决定了重建物光波的质量,因此该相移角的准确提取便成为一个非常重要的问题.本文提出了一种新的方法来提取二步相移数字全息中的未知相移量.由于引入了随机相位板,因此物光波衍射到全息面上的相位分布成为近似空间随机分布的变量.利用该统计特性,可以从被 CCD 记录的强度图像中方便地提取实际的相移量.该方法该概念简单,对被测物体没有任何的限制.同时,由于不需要对相移器进行标定,因此抗干扰能力也非常强.计算机模拟对该方法的有效性给予了证实.

#### 参考文献

- [1] QIAN Xiao-fan, WANG Zhan-liang, ZHANG Hai-tao, *et al.* Vibration amplitude distribution measurement using phase of reconstructed wave in time-average digital holography [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(3): 523-526.  
钱晓凡, 王占亮, 张海涛, 等. 基于相位分析的时间平均数字全息测振研究[J]. *光子学报*, 2010, **39**(3): 523-528.
- [2] ZHONG Li-yun, ZHANG Yi-mo, LÜ Xiao-xu, *et al.* Analysis of some fundamental issue about digital hologram[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **24**(4): 465-470.  
钟丽云, 张以谟, 吕晓旭, 等. 数字全息中的一些基本问题分析[J]. *光学学报*, 2004, **24**(4): 465-470.
- [3] CHEN Xiu-shan, LI En-pu, ZHAO Jian-lin, *et al.* Measurement and reconstruction of 3D acoustic standing wave field using digital holographic interferometry [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(1): 95-99.  
陈秀山, 李恩普, 赵建林, 等. 三维超声驻波场的数字全息测量与重建研究[J]. *光子学报*, 2010, **39**(1): 95-99.
- [4] WARNASOORIYA N, KIM M K. LED-based multi-wavelength phase imaging interference microscopy [J]. *Opt Express*, 2007, **15**(15): 9239-9247.
- [5] GRILLI S, FERRARO P, NICOLA S De, *et al.* Whole optical wavefields reconstruction by digital holography [J]. *Opt Express*, 2001, **9**(6): 294-302.
- [6] YUAN Cao-jin, ZHAI Hong-chen. Digital holographic super-resolution imaging with phase mask [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(3): 893-896.  
袁操今, 翟宏琛, 利用相位模板实现数字全息超分辨成像[J]. *光子学报*, 2010, **39**(3): 523-526.
- [7] SHEN Li-na, LI Jun, CHANG Hong-sen. Image encryption based on joint transform correlator and phase-shifting digital holography [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(10): 2114-2117.  
沈丽娜, 李军, 常鸿森. 基于联合变换相关及相移干涉的图像加密[J]. *光子学报*, 2008, **37**(10): 2114-2117.
- [8] LÜ Qie-ni, GE Bao-zhen, GAO Yan, *et al.* Simultaneous Measurement of size and velocity of alcohol spray with digital holography [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(2): 266-270.  
吕且妮, 葛宝臻, 高岩, 等. 乙醇喷雾场粒子尺寸和速度的数字全息测量[J]. *光子学报*, 2010, **39**(1): 95-99.
- [9] YAMAGUCHI I, ZHANG T. Phase-shifting digital holography [J]. *Opt Lett*, 1997, **22**(16): 1268-1270.
- [10] YAMAGUCHI I, OHTA S, KATO J, Surface contouring by phase-shifting digital holography [J]. *Optic Lasers Eng*, 2001, **36**: 417-428.
- [11] YAMAGUCHI I, ZHANG T. Three-dimensional microscopy with phase-shifting digital holography [J]. *Opt Lett*, 1998, **23**(15): 1221-1223.
- [12] ATLAN M, GROSS M, ABSIL E. Accurate phase-shifting digital interferometry [J]. *Opt Lett*, 2007, **32**(11): 1456-1458.
- [13] QIN Yi, GONG Qiong, YANG Xing-qiang. A method for accurate phase shift in two-step phase-shifting digital holography [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(8): 1282-1286.  
秦怡, 巩琼, 杨兴强. 一种在二步相移数字全息中实现准确相移的方法 [J]. *光子学报*, 2011, **40**(8): 1282-1286.
- [14] CAI L Z, LIU Q, YANG X L, *et al.* Phase-shift extraction and wave-front reconstruction in phase-shifting interferometry with arbitrary phase steps [J]. *Opt Lett*, 2003, **28**(19): 857-859.
- [15] XU X F, CAI L Z, MENG X F, *et al.* Fast blind extraction of arbitrary unknown phase shifts by an iterative tangent approach in generalized phase-shifting interferometry [J]. *Opt Lett*, 2006, **31**(13): 1966-1968.
- [16] XU X F, CAI L Z, WANG Y R, *et al.* Blind phase shift extraction and wavefront retrieval by two-frame phase-shifting interferometry with an unknown phase shift [J]. *Opt Comm*, 2007, **273**: 54-59.
- [17] XU X F, CAI L Z, WANG Y R, *et al.* Simple direct extraction of unknown phase shift and wavefront reconstruction in generalized phase-shifting interferometry: algorithm and experiments [J]. *Opt Lett*, 2008, **33**(8): 776-778.

## Extraction of Phase-shifting Value Based on Random Phase Modulation in Digital Holography

GONG Qiong, QIN Yi, MA Mao-fen, LÜ Xiao-dong

*(College of physics and electronic Engineering, Nanyang Normal University, Nanyang, Henan 473061, China)*

**Abstract:** An approach is proposed to determine the phase-shifting value in phase-shifting digital holography. By employing a random phase plate behind the object, we successfully made the phase distribution of the object on the holography plane a spatially approximation random distribution. Then an algorithm utilizing this character to extract phase-shifting value is proposed. Computer simulations indicate that the extracted phase-shifting value is very close to the predetermined, and the relatively error is less than 0.1%. At the same time, by comparing the calculation results with and without the random phase plate, we find that the phase distribution of an object has some correlation after diffraction.

**Key words:** Holography; Digital holography; Phase-shifting value; Random phase plate