

doi: 10.3788/gzxb20124104.0456

像面滤波技术在无透镜傅里叶变换数字全息中的应用

彭祖杰, 李俊昌

(昆明理工大学 理学院, 昆明 650093)

摘 要:无透镜傅里叶变换数字全息波前重建主要采用全息图的一次快速傅里叶变换方法,重建图像不能充分占有重建平面.本文基于像平面滤波技术,提出对物体局部区域光波场进行放大重建并让重建图像布满重建平面的方法,给出具有精细结构物体的数字全息波前重建实例.此外,将数字全息光波场重建视为具有方形出射光瞳的光学系统的相干光成像过程,导出了物体放大图像的分辨率与光学系统相关参量的关系,并通过实验给予证明.

关键词:数字全息;图像重建;数字全息检测

中图分类号:O438.1;O438.2

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2012)04-0456-5

0 引言

随着计算机及 CCD 技术的进步,用 CCD 代替全息感光板的数字全息^[1-3]逐渐成为研究及应用的热点^[3-15].由于 CCD 面阵尺寸及分辨率显著小于传统全息感光板,如何利用 CCD 充分获取物光场信息,高质量地重建物光场,是一个基本的研究内容.在物光场重建过程中,菲涅耳衍射积分是广泛采用的计算工具^[3],由于该积分可以表示为傅里叶变换形式^[16],用一次快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)计算菲涅耳衍射积分重建物光场,是目前广泛采用的方法(以下将该方法称为 1-FFT 法).但是,1-FFT 重建像的尺寸是光波长、记录距离及取样数的函数,当需要分析具有微细结构的物体时,必须通过补零扩大全息图的宽度,增加较大的计算量才能让观测区域达到需要的取样数^[4].相较而言,用球面波为重建波,通过角谱衍射公式进行物光场的可变放大率重建是一种便捷的途径^[5].由于该方法需要进行正反两次 FFT 计算,可以简称为 2-FFT 法.然而,2-FFT 方法重建场通常带有较强的零级衍射光干扰,虽然可以在全息图的频谱面上设计滤波窗提取物光频谱,但由于损失了与零级衍射光频谱混叠区域的物光频谱,重建图像质量仍然不高.针对这个问题,文献[9]提出了在 1-FFT 像平面上取出物体的像(或局部像)的像面滤波技术,通过衍射的逆运算获取无干扰数字全息图,然后再

进行可变放大率重建的 FIMG4FFT 方法.对像面滤波技术的深入研究表明^[10],FIMG4FFT 方法不但较好地解决了重建图像的干扰问题,而且可以对需要精细检测的区域进行高质量的重建.

由于无透镜傅里叶变换数字全息图的频谱图像与 1-FFT 重建图像完全相似,在全息图的频谱面上设计滤波窗,取出需要进行放大的物体“图像”,通过反变换形成无干扰全息图.利用无干扰全息图,不但能通过 2-FFT 方法获得无零级衍射干扰的重建场,而且能对物体的局部区域用较高的放大率进行重建,满足对物体精细结构检测的需要.

本文将具有微细结构的“分辨率板”作为物体,利用无透镜傅里叶变换数字全息对“分辨率板”微细结构的重建像进行了研究.并且,将数字全息重建图像的过程视为出射光瞳为 CCD 窗口的光学系统的成像过程,建立了重建图像的分辨率与数字全息记录系统相关参量的关系,通过实验证明了所得的结论.

1 无透镜傅里叶变换数字全息可变放大率局域重建算法

图 1 是无透镜傅里叶变换数字全息系统的简化光路. x_0y_0 是与被测量物体相切的平面, x_iy_i 是球面波为重建光时物体的像平面.两平面到 CCD 窗口平面 xy 的距离分别是 z_0 和 z_i .参考光是物平面上坐标为 $(\xi, \eta, -z_0)$ 的点源发出的均匀球面波.

基金项目:国家自然科学基金(No. 60977007)资助

第一作者:彭祖杰(1983—),女,助理实验师,硕士研究生,主要研究方向为数字全息计算及应用研究. Email: cxiutang@163.com

导师(通讯作者):李俊昌(1945—),男,教授,博导,主要研究方向为信息光学理论及数值计算等方面. Email: jcli@vip.163.com

收稿日期:2011-09-19; **修回日期:**2011-12-20

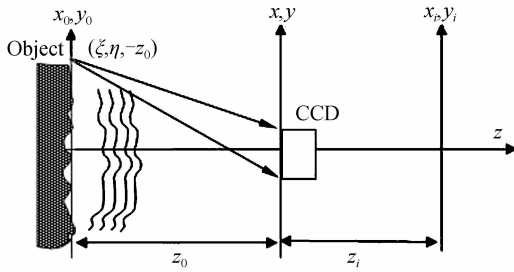


图1 无透镜傅里叶变换数字全息系统的简化光路及坐标定义

Fig. 1 Simplified optical path of lensless Fourier transform digital holographic system and its coordinate definition

放大率为1的无透镜傅里叶变换全息的物光场重建运算比较简单^[3],只需要对全息图进行一次傅里叶变换计算.若全息图的像素数为 $N \times N$,宽度为 L ,照明光波长为 λ ,重建平面宽度为^[17-18]

$$L_0 = \lambda z_0 N / L \quad (1)$$

这时,在重建平面中央有零级衍射光,在零级衍射光两边是中心坐标为 (ξ, η) 的物体倒像以及中心坐标为 $(-\xi, -\eta)$ 的物体正像.

如果将全息图的傅里叶变换视为全息图的频谱,频谱面宽度则为^[10] N/L .在频谱面中央是零级衍射光的频谱,在频谱面上存在中心在 $(\frac{\xi}{\lambda z_0}, \frac{\eta}{\lambda z_0})$ 的物体“倒像”以及中心在 $(-\frac{\xi}{\lambda z_0}, -\frac{\eta}{\lambda z_0})$ 的物体“正像”.

令参考光是振幅 A_r 的均匀球面波

$$R(x, y) = A_r \exp \left\{ \frac{jk}{2z_0} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2] \right\}$$

物平面光波场为 $U_0(x_0, y_0)$,需要进行放大重建的物体局部光波场为

$$u_0(x_0, y_0) = P(x_0, y_0) U_0(x_0, y_0)$$

式中, $P(x_0, y_0)$ 为物平面窗口函数,该光波传到CCD平面的光场为 $u(x, y)$.

由于频谱面上存在物体的“正像”及“倒像”,可以在频谱面上较精确地设计与 $P(x_0, y_0)$ 相似的滤波窗,取出局部图像的频谱 $F\{R^*(x, y)u(x, y)\} \cdot (f_x, f_y)$.将取出的频谱移到频谱面中央,通过周边补零,形成 $N \times N$ 点的局部图像频谱 $F\{R^*(x, y) \cdot u(x, y)\} \left(f_x + \frac{\xi}{\lambda z_0}, f_y + \frac{\eta}{\lambda z_0} \right)$.对该频谱进行逆傅里叶变换并根据位移定理^[16]有

$$U_p(x, y) = A_r u(x, y) \exp \left\{ -\frac{jk}{2z_0} [x^2 + y^2] \right\} \quad (2)$$

按照无透镜傅里叶变换重建像的理论,若重建波是焦距为 z_i 的会聚球面波,则在距离 z_i 处将得到放大率 $M = z_i / z_0$ 的实像.重建像的复振幅可根据角谱衍射公式^[10]表示为

$$U_i(x, y) = F^{-1} \left\{ F \left\{ U_p^*(x, y) \exp \left[-\frac{jk}{2z_i} (x^2 + y^2) \right] \cdot \exp [jkz_i \sqrt{1 - \lambda^2 (f_x^2 + f_y^2)}] \right\} \right\} \quad (3)$$

若在频谱图上选择了 $N_s \times N_s$ 像素的区域为放大重建区.为让重建图像充满 $N \times N$ 点的重建平面,现研究如何确定放大率 M 的问题.

将全息图的频谱图视为1-FFT重建图像,由于式(3)的计算结果宽度仍然为 L ^[17-18],放大率 M 将满足 $(N_s/N)L_0M = L$.根据式(1)有

$$M = L^2 / \lambda z_0 N_s \quad (4)$$

为便于实际应用,将重建物体局部图像的步骤归纳为:

- 1)对 $N \times N$ 像素的数字全息图作傅里叶变换;
- 2)设计 $N_s \times N_s$ 像素的滤波器取出物体的局部“像”,按照式(4)确定放大率 M ;
- 3)将局部“像”移到频率平面中心,周边补零后作傅里叶逆变换求出 $U_p(x, y)$;
- 4)根据放大率 $M = z_i / z_0$ 确定 z_i ;
- 5)按照式(3)重建局部物光场.

由于获取 $U_p(x, y)$ 需要一次FFT及一次IFFT计算,式(3)的计算还需要一次FFT及一次IFFT计算,可以将该方法简称为4-FFT法.

2 局域光场的可变放大率重建实验

被测物体为美国空军分辨率测试板,物体到全息记录面的轴向距离 $z_0 = 44.5$ mm,照明光波长 $\lambda = 532$ nm, CCD像元大小为 $6.8 \times 6.8 \mu\text{m}^2$,总像素为 1024×1024 ,对应于 $L \times L = 7 \times 7$ mm².为便于对重建图像分辨率的讨论,用 1024×1024 像素的全息图以及从该全息图中央截取 512×512 像素的全息图进行图像重建.

按照重建步骤1,图2给出这两幅全息图的1-FFT重建图像.将图像视为物体的菲涅耳衍射重建

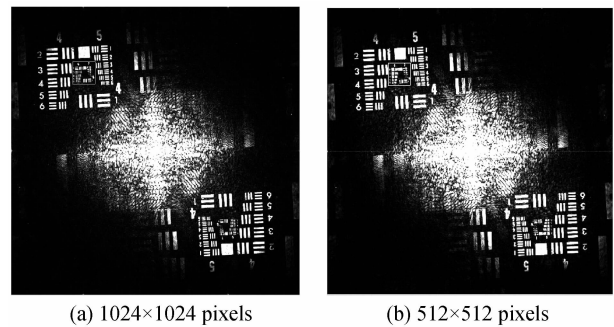


图2 无透镜傅里叶变换全息图的1-FFT图像

(3.463 2mm × 3.463 2mm)

Fig. 2 1-FFT image (3.463 2 mm × 3.463 2 mm) of lensless Fourier transform hologram

像时,两幅图像的物理宽度均为 $L_0 = 1\ 024\lambda z_0/L = 512\lambda z_0/(L/2) = 3.463\ 2\ \text{mm}$.

可以看出,虽然两幅图像均给出了物体照明区域的重建图像,但由于 1-FFT 图像的像素数量限制,在分辨率板图像中央的微细结构只能用很少的取样数描述,不便于实际应用.

按照步骤 2,在图 2(a)及图 2(b)第二象限的图像中央分别选择 80×80 像素及 40×40 像素区域(见图中方形框),由式(4)求得 $M = 26.153\ 9$ 以及 $z_i = Mz_0 = 1\ 163.8\ \text{mm}$. 按照步骤 3)、4),两放大重建图像分别示于图 3(a)和图 3(b).

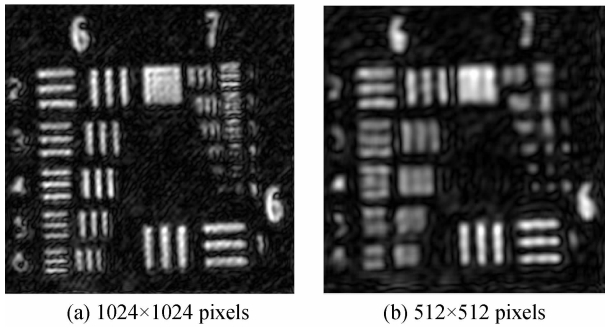


图 3 选择区域放大 26.1539 倍的重建图像(7 mm×7 mm)
Fig. 3 Reconstructed image (7 mm×7 mm) of magnification 26.153 9

讨论知,两图像所代表的物光场实际宽度为 $L/M = 0.269\ 1\ \text{mm}$. 很明显,4-FFT 方法能够基于全息图的最大像素数 N 对物体的精细结构进行显示. 可以想象,如果采用 1-FFT 方法获得同一分辨率的显示,需要进行像素数为 $MN \times MN$ 的 1-FFT 计算,庞大的计算很难在常用微机上实现.

3 重建图像分辨率与全息记录系统的关系研究

分析图 3 的两幅图像可知,尺寸较小的全息图重建的图像分辨率较小. 并且,重建的条纹图像随条纹宽度及条纹间隔的不同而有不同的亮度. 在面积较大的方形图案边沿区域还出现了明亮的边界;当条纹间隔较小时,条纹相互重叠而不能分辨.

将物光场波前重建过程视为出射光瞳为全息图孔径的相干光成像过程,研究重建图像的分布及分辨率与记录全息图的光学系统相关参数的关系.

根据图 1,若理想像复振幅为 $U_g(x_i, y_i)$,像平面光场可以表示为^[4]

$$U(x_i, y_i) = \iint_{-\infty}^{\infty} \iint_{-\infty}^{\infty} U_g(x, y) h_p(x - x_i, y - y_i) dx dy \quad (5)$$

式中, $h_p(x, y)$ 是系统的脉冲响应. 对于边长为 L 的方形出射光瞳的光学系统有^[3]

$$h_p(x, y) = h_p(x) \times h_p(y) = \frac{1}{T} \text{sinc}\left(\frac{x}{T}\right) \times \frac{1}{T} \text{sinc}\left(\frac{y}{T}\right) \quad (6)$$

式中

$$T = \lambda z_i / L \quad (7)$$

将相关参量代入式(6)得

$$T = \lambda z_i / L = \lambda M z_0 / L = 0.088\ 4\ \text{mm}.$$

参照 Joseph W. GOODMAN 对于阶跃图像上边界出现亮纹(即振铃振荡 ringing)的研究方法^[16],将理想像抽象为在第一象限的高为 b 宽为 a 的一个单位振幅矩形光斑,光斑两边分别与坐标重合,根据式(5),相干照明的像强度则为

$$I_C(x_i, y_i) = \left[\int_0^a h_p(x - x_i) dx \right]^2 \times \left[\int_0^b h_p(y - y_i) dy \right]^2 \quad (8)$$

显然,只需要研究在 x 方向的成像即可了解成像性质. 图 4 给出当宽度 $a \gg T$ 时相干照明情况的成像的卷积计算形成的像与理想像的比较^[19]. 可以看出,图中 x_i 点数值取决于图中 $x > 0$ 区域脉冲响应曲线与 x 轴所围区域面积之和. 对于图示情况,该区域脉冲响应数值接近零,因此图中 x_i 点的像强度也只有很小的数值. 卷积计算过程中当 x_i 逐渐接近原点时,脉冲响应曲线与 x 轴所围区域面积逐渐增加,于是形成了图中的成像曲线(细线),粗实线是像的强度曲线.

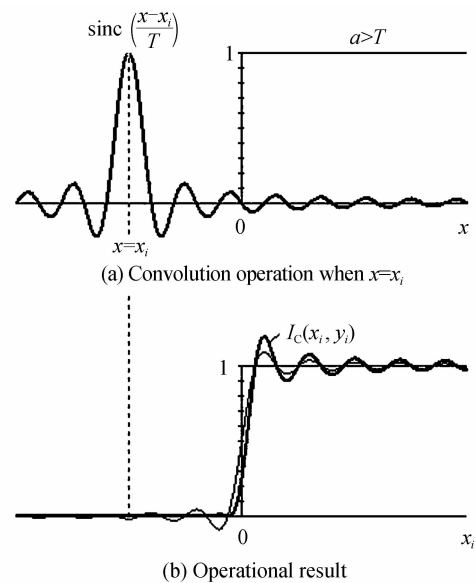


图 4 宽度 $a \gg T$ 时的成像计算
Fig. 4 Imaging calculation when $a \gg T$

对于图 3(a)及图 3(b)所示的成像系统,振铃振荡的周期分别为 $2T = 0.176\ 8\ \text{mm}, 0.353\ 6\ \text{mm}$. 考察这两幅图像中方形斑上的亮纹分布可以看出,方形斑每一侧面均受“振铃振荡”的影响,亮纹周期的

理论计算与重建结果吻合甚好。

为进一步对成像细节亮度的变化进行解释,图5给出理想像有不同宽度 a 的成像情况. 基于对卷积计算过程的分析,不难理解宽度 a 接近振铃振荡周期时成像的结果. 例如,当 $a=4T$ 时,像斑中心对应于脉冲响应从 $-2T$ 到 $+2T$ 积分值,脉冲响应曲线两侧"负半周"对积分有最大负向影响,从而在像斑中心呈现极小值. 对于 $a=2T$ 的情况,像斑中心对应于脉冲响应从 $-T$ 到 $+T$ 积分值,这时无任何负向影响,像斑中心呈现整个图像的极大值. 可以想

象,如果是 $a=b$ 的方形物, $a=b=4T$ 时像的总体亮度将进一步减弱,而 $a=b=2T$ 时亮度将进一步增强. 以上分析对图3中不同间隔及不同宽度条纹亮度的变化作出了解释,因为条纹宽度及条纹间隔的变化经历了从大于 $4T$ 到小于 T 的变化过程. 当图像细节的宽度小于振铃振荡的半周期 T 时,图像细节将不能分辨. 因此,参量 T 成为描述数字全息重建图像分辨率的重要参量. 由式(7)可知,全息图尺寸越大,检测距离越小,分辨率越高.

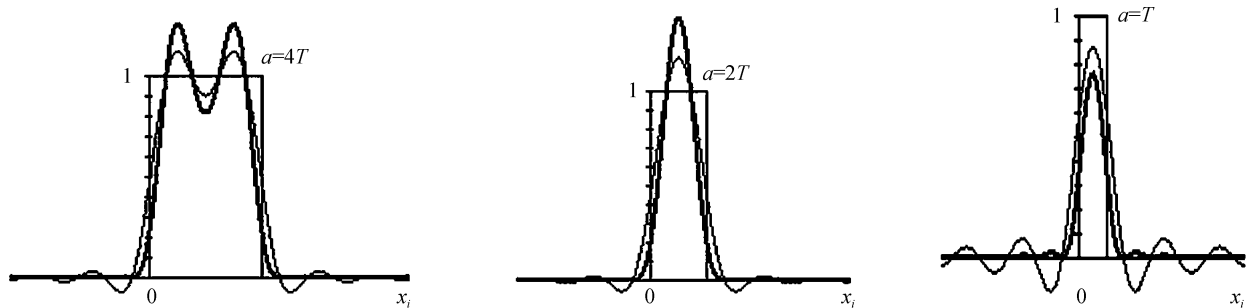


图5 物体微细结构接近系统振铃振荡周期时的成像分析

Fig. 5 Imaging analysis when the object fine structure close to the period of system ringing vibration

根据记录全息图时光学系统的相关参量,可以预先知道重建图像能够达到的最佳分辨率. 并且,由于能够准确地知道系统的脉冲响应 $h_p(x, y)$,能通过逆卷积运算^[20]求出较理想的重建场 $U_g(x_i, y_i)$,获得更准确的物体微细结构.

4 结论

本文提出了无透镜傅里叶变换数字全息局域光波场可变放大率重建方法,给出了实验证明. 并且,基于相干光成像理论,研究了重建图像的分辨率与数字全息记录系统相关参量的定量关系. 所进行的研究对数字全息探测物体微细结构的研究具有实际意义.

参考文献

- [1] GOODMAN J W, LAWRENCE R W. Digital image formation from electronically detected holograms[J]. *Applied Physics Letters*, 1967, **11**(3): 77-79.
- [2] HUANG T. Digital holography[J]. *IEEE*, 1971, **59**(9): 1335-1346.
- [3] KREIS T. Handbook of holographic interferometry: optical and digital methods[M]. Wiley-VCH, 2004.
- [4] PASCAL P, JULIEN L. General theoretical formulation of image formation in digital Fresnel holography[J]. *JOSA A*, 2008, **25**(7): 1744-1761.
- [5] LI Jun-chang, PATRICE T, PENG Zu-jie, et al. Digital holographic reconstruction of large objects using a convolution approach and adjustable magnification[J]. *Optics Letters*, 2009, **34**(5): 572-574.
- [6] PASCAL P, PATRICE T, DENIS M, et al. Spatial bandwidth extended reconstruction for digital color Fresnel holograms[J]. *Optics Express*, 2009, **17**(11): 9145-9156.

- [7] ZHANG Wen, ZHOU Hao, GU Ji-hua, et al. Multi-beam digital holography[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(3): 533-536.
张雯, 周皓, 顾济华, 等. 多光束数字全息的研究[J]. *光子学报*, 2010, **39**(3): 533-536.
- [8] QIAN Xiao-fan, WANG Zhan-liang, ZHANG Hai-tao, et al. Vibration amplitude distribution measurement using phase of reconstructed wave in time-average digital holography[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(3): 523-528.
钱晓凡, 王占亮, 张海涛, 等. 基于相位分析的时间平均数字全息测振研究[J]. *光子学报*, 2010, **39**(3): 523-528.
- [9] LI Jun-chang, PENG Zu-jie, PATRICE T, et al. Digital holographic reconstruction of a local object field using an adjustable magnification[J]. *JOSA A*, 2011, **28**(6): 1291-1296.
- [10] LI Jun-chang, SONG Qing-he, GUI Jin-bin, et al. Research of image plane filtering technique in digital holographic wavefront reconstruction[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(9): 0900135.
李俊昌, 宋庆和, 桂进斌, 等. 数字全息波前重建中的像平面滤波技术研究[J]. *光子学报*, 2011, **31**(9): 0900135.
- [11] PAN Feng, XIAO Wen, LIU Shuo. Digital holographic microscopy for long-term quantitative phase-contrast imaging of living cells[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2011, **38**(5): 0509001.
潘锋, 肖文, 刘烁. 一种适用于长期定量观察生物活细胞的数字全息显微方法[J]. *中国激光*, 2011, **38**(5): 0509001.
- [12] LI Jun-chang, PENG Zu-jie, PATRICE T, et al. Design of the spatial filter window for digital holographic convolution reconstruction of object beam field [J]. *Optics Communications*, 2010, **283**(21): 4166-4170.
- [13] MA Li-hong, WANG Hui, LI Yong, et al. Effect of system parameters on the reconstructed image quality in digital holographic microscopy[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(2): 300-306.
马利红, 王辉, 李勇, 等. 数字全息显微系统结构参量对再现

- 像质的影响[J]. 光子学报, 2011, **40**(2): 300-306.
- [14] TAKASHI K, RYOSUKE Y, TATSUKI T, *et al.* High-speed phase imaging by parallel phase-shifting digital holography[J]. *Optics Letters*, 2011, **36**(21): 4131-4133.
- [15] SPAGNOLO G S, SANTIS M De. Holographic watermarking for authentication of cut images[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2011, **49**(12): 1447-1455.
- [16] GOODMAN J W. Introduction to fourier optics[M]. 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1996.
- [17] DAVID M, JAVIER G, CARLOS F, *et al.* Fast algorithms for free-space diffraction patterns calculation [J]. *Optics Communications*, 1999, **164**(4-6): 233 - 245.
- [18] LI Jun-chang, PENG Zu-jie, FU Yun-chang. Diffraction transfer function and its calculation of classic diffraction formula[J]. *Optics Communications*, 2007, **280**(2): 243 - 248.
- [19] LI J C, MERLIN J, PEREZ J. Etude comparative de différents dispositifs permettant de transformer un faisceau laser de puissance avec une répartition énergétique gaussienne en une répartition uniforme[J]. *Revue de Physique Appliquée (Paris)*, 1986, **21**(7): 425-433.
- [20] SCHUON S, DIEPOLD K. Comparison of motion deblur algorithms and real world deployment [J]. *Acta Astronautica*, v 2009, **64**: 1050-1065.

Application of Image Plane Filtering Technique in Lensless Fourier Transform Digital Holography

PENG Zu-jie, LI Jun-chang

(Faculty of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China)

Abstract: A fast Fourier transform method is mainly used in the digital holographic wavefront reconstruction of lensless Fourier transform, but the reconstructed image will not fully lie in the reconstructed area. Based on the recent image plane filtering technique, a method used for enlarge reconstructing object local area wavefield is proposed and the method allows the reconstructed image fully lie in the reconstructed area. Moreover, a digital holographic wavefront reconstruction example of object with fine structure is also given. Additionally, regard the digital holographic wavefield reconstruction as a coherent imaging process of an optical system which has a square exit pupil, we can derive the relationship between the resolution of object enlarged image and the optical system parameters. Finally, experimental results confirm the suitability of the proposed method.

Key words: Digital holography; Image reconstruction; Digital holographic detection