

doi: 10.3788/gzxb20124104.0446

一维掺杂光子晶体缺陷模的共振理论

刘启能

(重庆工商大学 废油资源化技术与装备教育部工程研究中心; 计算机科学与信息工程学院, 重庆 400067)

摘要: 为了得到一维掺杂光子晶体的共振理论, 建立了一维掺杂光子晶体的谐振腔模型, 利用谐振腔的共振条件推导出缺陷模频率满足的解析公式, 从理论上解释了产生一维掺杂光子晶体缺陷模的物理机理. 利用频率的解析公式对缺陷模的频率随入射角、杂质光学厚度以及杂质折射率的变化规律进行了研究, 解释了一维掺杂光子晶体缺陷模的变化规律. 与特征矩阵法的计算结果相比, 其结果完全吻合, 从而证明了共振理论的正确性, 弥补了一维光子晶体研究中数值计算方法的不足.

关键词: 光子晶体; 缺陷模; 共振理论; 谐振腔

中图分类号: O436

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2012)04-0446-5

0 引言

光子晶体的概念是由 S. John 和 E. Yablonovitch 在 1987 年分别提出来的^[1-2]. 所谓光子晶体就是其材料的光电属性呈周期性变化的人造带隙材料. 光在光子晶体中传播时会与光子晶体的周期结构发生相互作用, 从而产生带隙. 利用光子晶体的带隙可以十分方便地控制光波的传播, 因此光子晶体在现代科学技术上有着十分广泛的应用前景. 这使得对光子晶体的研究成为目前光学的前沿领域内一个活跃的问题.

在一维光子晶体中掺入杂质时会在光子晶体的带隙中产生缺陷模, 缺陷模的出现为一维光子晶体在光滤波中的应用提供了理论基础^[3-6]. 因此对一维掺杂光子晶体缺陷模的研究成为光子晶体研究领域内一个十分重要的内容^[7-15], 其中对一维掺杂光子晶体缺陷模的研究方法的研究也就成为一个重要的课题. 目前在研究一维掺杂光子晶体缺陷模的方法中最常用的方法是特征矩阵法, 特征矩阵法是一种数值计算方法, 它是通过数值计算绘出光子晶体缺陷模的图像, 通过图像分析缺陷模的特征, 并得出缺陷模的有关数据. 特征矩阵法的弱点是: 不能给出缺陷模的波长(或频率)与光子晶体的结构参量间的解析公式, 也不能得到缺陷模的波长(或频率)的精确值, 因此不能对一维掺杂光子晶体的缺陷模的波长(或频率)与光子晶体的结构参量间的关系进行解析分析, 难于对缺陷模的产生原因给出清晰的物理解

释. 为了克服特征矩阵法的弱点, 文献[16]利用多光束干涉原理推导出一维掺杂光子晶体缺陷模波长的解析公式, 并对缺陷模的产生原因和特征作了物理解释和解析分析. 但是在文献[16]中只推导出光正入射一维掺杂光子晶体情况下缺陷模波长的解析公式, 而光正入射一维掺杂光子晶体是一种非常特殊的入射情况. 因此文献[16]中推导出的缺陷模的波长公式不具有普遍意义, 不能用于光以任意角度入射一维掺杂光子晶体的情况. 为了弥补文献[16]的不足, 本文将利用光的共振理论推导出光以任意角度入射一维掺杂光子晶体其缺陷模频率满足的解析公式, 分析缺陷模的频率与光子晶体结构参量之间的依赖关系, 并将共振理论的结果与特征矩阵法的结果进行比较研究.

1 模型与现象

一维掺杂光子晶体结构见图 1. 它的两边由两层介质 A、B 周期性叠置组成: 介质层 A 的折射率 $n_1 = 2.38$, 厚度为 d_1 ; 介质层 B 的折射率 $n_2 = 1.38$, 厚度为 d_2 (一个周期的厚度 $d = d_1 + d_2$); 中间是掺一层杂质, 即 C 层, 其折射率 $n_3 = 1.8$, 厚度为 d_3 , 形成 $(AB)^N C (BA)^N$ 的结构. 设入射空间和出射空间的介质都为空气 ($n_0 = 1$), $N = 5$. 取中心波长 $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$, $n_1 d_1 = n_2 d_2 = \lambda_0 / 4$, 中心频率 $f_0 = c / \lambda_0$, c 为真空中的光速. 令归一化频率 $g = f / f_0$, f 为入射光的频率.

基金项目: 重庆市教委科技项目基金(No. KJ100717)资助

第一作者: 刘启能(1957-), 男, 教授, 主要研究方向为光学与声学研究. Email: liuqineng@yahoo.com.cn

收稿日期: 2011-11-10; 修回日期: 2011-12-31

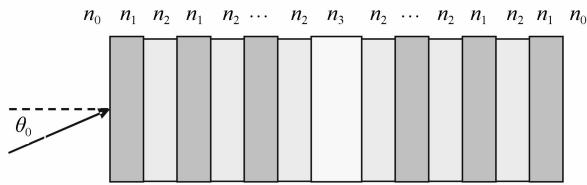


图1 一维掺杂光子晶体
Fig. 1 1D doping photonic crystal

为了对一维掺杂光子晶体的缺陷模特征有一个直观的认识,先利用特征矩阵法进行研究,该一维掺杂光子晶体的整体特征矩阵 M 为

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = (M_1 M_2)^5 M_3 (M_2 M_1)^5 \quad (1)$$

式中

$$M_i = \begin{bmatrix} \cos \delta_i & -\frac{i}{p_i} \sin \delta_i \\ -i p_i \sin \delta_i & \cos \delta_i \end{bmatrix} \quad (i=1, 2, 3) \quad (2)$$

式(2)中 $\delta_i = (2\pi/\lambda) n_i d_i \cos \theta_i$ 、 $p_i = n_i \cos \theta_i$ (TE波). 当光入射该一维掺杂光子晶体时,其反射系数 r 为

$$r = \frac{(M_{11} + M_{12} p_0) p_0 - (M_{21} + M_{22} p_0)}{(M_{11} + M_{12} p_0) p_0 + (M_{21} + M_{22} p_0)} \quad (3)$$

其透射率 T 为

$$T = 1 - |r|^2 \quad (4)$$

取 $n_3 d_3 = \lambda_0/2$, 利用式(1)~(4)计算出光(TE波)以入射角 $\theta_0 = 0.1 \text{ rad}$ 入射该一维掺杂光子晶体其透射率随归一化频率的响应曲线,如图2. 由图2可知,当光以入射角 $\theta_0 = 0.1 \text{ rad}$ 入射该一维掺杂光子晶体时,归一化频率 g 在 $0.8 \sim 1.2$ 范围内形成一级禁带,在一级禁带的中间 $g=1$ 附近出现了一个缺陷模;归一化频率 g 在 $2.8 \sim 3.2$ 范围内形成二级禁带,在二级禁带的中间 $g=3$ 附近也出现了另一个缺陷模;归一化频率 g 在 $1.2 \sim 2.8$ 范围内是该一维掺杂光子晶体的导带.

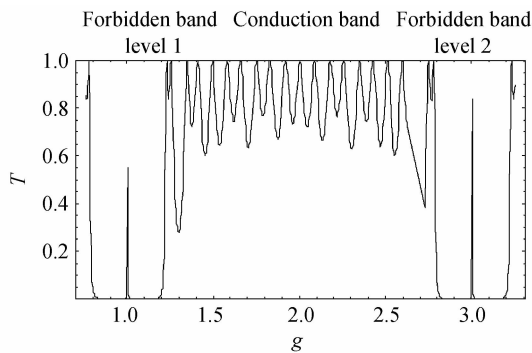


图2 透射率随归一化频率响应曲线(特征矩阵法)
Fig. 2 Response curves of transmissivity versus frequency

2 共振理论

从一维掺杂光子晶体的结构特点以及光的反射

特征入手进行分析. 该一维掺杂光子晶体为 $(AB)^N C (BA)^N$ 结构, 形成一个以杂质层 C 为中心层的对称结构, 整个掺杂光子晶体形成一个以 C 层为腔体的谐振腔, 如图3. 当光进入 C 层后会在 C 层的前后两个平行界面间往复地反射, 由谐振腔的理论可知, 满足下列驻波条件的光才能在 C 层发生共振而稳定的存在, 即

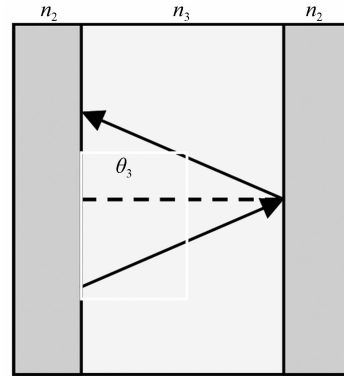


图3 谐振腔模型
Fig. 3 Resonant cavity model

$$2n_3 d_3 \cos \theta_3 = j\lambda \quad (j=1, 2, 3 \dots) \quad (5)$$

式中 λ 为入射光的波长, θ_3 为光在 C 层中的折射角. 满足式(5)波长的光会在 C 层中由于共振而产生足够的能量, 并且满足式(5)的光在谐振腔内相邻两次往复反射所产生的透射光会发生相长干涉, 从而在透射空间产生缺陷模的透射峰. 这就是一维掺杂光子晶体中产生缺陷模的物理机理, 式(5)就是缺陷模波长满足的解析公式. 由于上述共振理论是波在空间受限区域内传播的重要理论, 它不仅能够从本质上解释波在空间受限区域内产生的一系列现象, 如共振现象、隧穿现象、模式现象等, 而且能够得出谐振频率与各参量间的解析关系. 因此, 共振理论对于研究光子晶体和声子晶体这类空间受限系统是一种十分重要的理论方法, 特别是在研究光子晶体和声子晶体中一些现象的形成机理方面共振理论能够给出清晰的物理图像, 这是其他数值计算方法所不及的.

由式(5)和折射定律可以得出缺陷模的归一化频率 g_j 满足的解析公式为

$$g_j = f_j / f_0 = \lambda_0 / \lambda_j = j\lambda_0 / 2n_3 d_3 \sqrt{1 - n_0^2 \sin^2 \theta_0 / n_3^2} \quad (j=1, 2, 3 \dots) \quad (6)$$

式中 θ_0 为入射角, 由式(6)可知: 缺陷模的归一化频率 g_j 与自然数变量 j 有关, $j=1$ 对应的缺陷模的频率最低, 称它为一级缺陷模, 随着 j 取值的增加对应的缺陷模的频率增大, 分别称为二级缺陷模、三级缺陷模……, 因此把 j 称为缺陷模的级数.

由式(6)可看出缺陷模的归一化频率由 j 、 θ_0 、 $n_3 d_3$ 、 n_3 四个参量决定.

2.1 归一化频率随入射角变化

固定 $n_3 d_3 = \lambda_0/2$, 由式(6)得出一级、二级、三级缺陷模的归一化频率随入射角 θ_0 的变化关系为

$$\begin{aligned} g_1 &= 1/\sqrt{1-n_0^2 \sin^2 \theta_0/n_3^2} \\ g_2 &= 2/\sqrt{1-n_0^2 \sin^2 \theta_0/n_3^2} \\ g_3 &= 3/\sqrt{1-n_0^2 \sin^2 \theta_0/n_3^2} \end{aligned} \quad (7)$$

由式(7)绘出 g_1, g_2, g_3 随入射角的响应曲线, 如图 4(a). 利用特征矩阵法绘出 g_1, g_2, g_3 随入射角的响应曲线, 如图 4(b). 图 4(b)中的白色区域为该一维掺杂光子晶体的导带, 频率较低的那条黑色带为该一维掺杂光子晶体一级禁带, 频率较高的那条黑色带为该一维掺杂光子晶体二级禁带. 在一级和二级禁带中间各有一条白色点构成的细带就是缺陷模. 比较图 4(a)和(b)有:

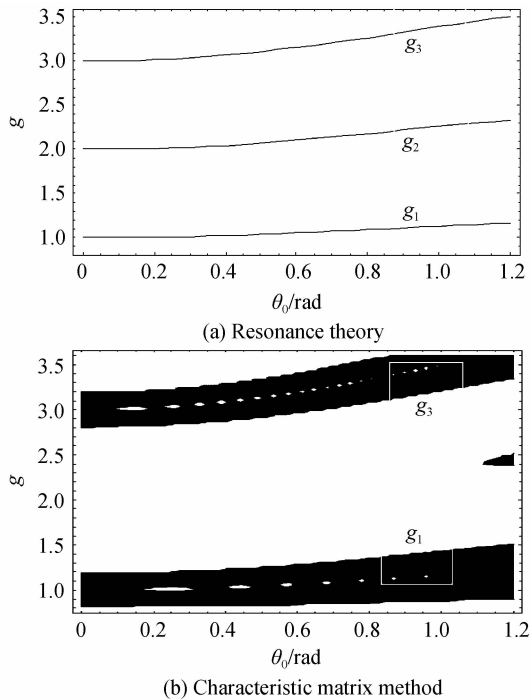


图 4 归一化频率随入射角的响应曲线

Fig. 4 Response curves of frequency versus incident angle

1) 由式(7)和图 4 可知, 一级、二级、三级缺陷模的归一化频率都随入射角的增加而增加. 在入射角 $\theta_0=0$ 处, 一级、二级、三级缺陷模的归一化频率分别为 $g_1=1, g_2=2, g_3=3$. 在图 4(b)中两条缺陷模的归一化频率也随入射角的增加而增加, 并且在入射角 $\theta_0=0$ 处, 两条缺陷模的归一化频率也分别为 1 和 3, 这两条缺陷模分别对应解析理论中的一级和三级缺陷模. 而二级缺陷模的归一化频率在 $g_2=2$ 附近的区域内, 这个区域正好处于导带区域内, 即二级缺陷模被导带淹没了, 因此在图 4(b)中不能看到. 由此表明共振理论的结果与特征矩阵法的结果是吻合的.

2) 根据一维掺杂光子晶体导带的周期性变化规

律, 不仅二级缺陷模会被导带淹没, 其他偶数级缺陷模也会被导带淹没. 因此, 能够在禁带中出现的缺陷模只能是奇数级缺陷模, 即它们的归一化频率满足

$$g_j = j\lambda_0/2n_3 d_3 \sqrt{1-n_0^2 \sin^2 \theta_0/n_3^2} \quad (j=1, 3, 5, \dots) \quad (8)$$

式(8)才是能够在禁带中出现的缺陷模的归一化频率公式.

2.2 归一化频率随杂质光学厚度变化

杂质光学厚度就是式(8)中的 $n_3 d_3$, 为了研究方便令 $n_3 d_3 = X\lambda_0$, X 为无量纲的参变量, 杂质光学厚度的变化通过 X 的变化实现. 则式(8)化为

$$g_j = j/2X \sqrt{1-n_0^2 \sin^2 \theta_0/n_3^2} \quad (j=1, 3, 5, \dots) \quad (9)$$

由式(9)计算出光以 $\theta_0=0.2$ rad 入射时其一级、三缺陷模的归一化频率为

$$\begin{aligned} g_1 &= 1/2X \sqrt{1-n_0^2 \sin^2 \theta_0/n_3^2} \\ g_3 &= 3/2X \sqrt{1-n_0^2 \sin^2 \theta_0/n_3^2} \end{aligned} \quad (10)$$

由式(10)绘出一级、三级缺陷模的归一化频率随杂质光学厚度的响应曲线, 如图 5(a). 利用特征矩阵法计算出一级、三级缺陷模的归一化频率随杂质光学厚度的响应曲线, 如图 5(b). 由式(10)、图 5(a)和(b)可知:

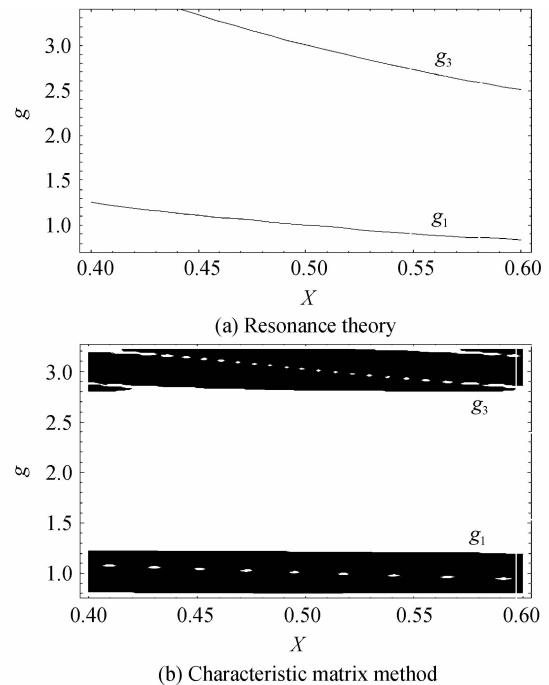


图 5 归一化频率随杂质光学厚度的响应曲线

Fig. 5 Response curves of frequency versus thickness

1) 式(10)给出一级、三级缺陷模的归一化频率随杂质光学厚度成反比变化, 这一个结论与特征矩阵法的结果(图 5(b)中的图像)吻合.

2) 由图 5(a)看出得出一级缺陷模的归一化频率随杂质光学厚度的变化速度较三级缓慢. 图 5(b)中一级、三级缺陷模的归一化频率随杂质光学厚度

也有相同的特征. 这表明共振理论的结果与特征矩阵法的结果吻合.

2.3 归一化频率随杂质折射率变化

为了便于研究杂质折射率 n_3 对缺陷模归一化频率的影响, 固定 $n_3 d_3 = \lambda_0/2$, 由式(8)得出为一级、三级缺陷模的归一化频率为

$$\begin{aligned} g_1 &= 1/\sqrt{1-n_0^2 \sin^2 \theta_0/n_3^2} \\ g_3 &= 3/\sqrt{1-n_0^2 \sin^2 \theta_0/n_3^2} \end{aligned} \quad (11)$$

由式(11)绘出光以 $\theta_0=0.5$ rad 入射时其一级、三级缺陷模的归一化频率随杂质折射率的响应曲线, 如图 6(a). 利用特征矩阵法计算出一级、三级缺陷模的归一化频率随杂质折射率的响应曲线, 如图 6(b). 比较图 6(a)和(b)可知:

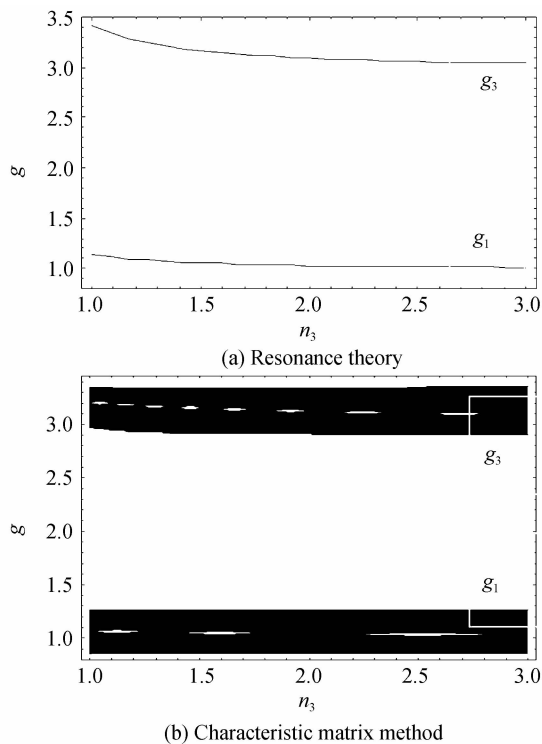


图 6 归一化频率随杂质折射率的响应曲线
Fig. 6 Response curves of frequency versus incident angle

1) 一级、三级缺陷模的归一化频率随杂质折射率的增加而减少, 这一个结论共振理论与特征矩阵法的结果吻合.

2) 一级缺陷模的归一化频率随杂质折射率的减少速度较三级缓慢, 这一个结论共振理论与特征矩阵法的结果也吻合.

3 结论

通过建立一维掺杂光子晶体的谐振腔模型, 利用谐振腔的共振条件推导出—维掺杂光子晶体的缺陷模频率满足的解析公式, 建立起—维掺杂光子晶体缺陷模的共振理论, 从理论上解释了产生—维掺杂光子晶体缺陷模的物理机理. 利用频率的解析公

式对缺陷模的频率随缺陷模级数、入射角、杂质光学厚度以及杂质折射率的变化规律进行了解析研究, 解释了一维掺杂光子晶体缺陷模的变化规律. 将共振理论与特征矩阵法的计算结果进行了比较, 结果发现两种方法得出的结论是完全吻合的. 由于共振理论和特征矩阵法是建立在不同的理论基础上, 这种吻合表明本文建立的一维掺杂光子晶体的谐振腔模型以及推导出的缺陷模频率的解析公式都是正确的.

共振理论的建立不仅从理论上找到了产生—维掺杂光子晶体缺陷模的原因, 而且得出了一维掺杂光子晶体缺陷模的频率与各参量间的内在联系. 由于共振理论能十分便于对各参量间的依赖关系进行解析研究, 弥补了一维光子晶体研究中数值计算方法的不足.

参考文献

- [1] YABLONOVITCH E. Inhibited spontaneous emission solid-state physics and electronics [J]. *Physical Review Letters*, 1987, **58**(20): 2059-2061.
- [2] JOHN S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices [J]. *Physical Review Letters*, 1987, **58**(23): 2486-2489.
- [3] FANG Yun-tuan, SHEN Ting-gen, TAN Xi-lin. Study on one dimensional photonic crystal with impurity defect [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(11): 1557-1560.
方云团 沈廷根 谭锡林. 一维光子晶体掺杂缺陷模研究 [J]. *光学学报*, 2004, **24**(11): 1557-1560.
- [4] MAO Hui-bing, YANG Chang-li, LAI Zong-sheng. Theoretical study of the tunable optical filter properties based on photonic crystals [J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(7): 2201-2205.
茅惠兵, 杨昌利, 赖宗声. 光子晶体可调谐滤波特性的理论研究 [J]. *物理学报*, 2004, **53**(7): 2201-2205.
- [5] GU Pei-fu, CHEN Hai-xing, QIN Xiao-yun. Design of polarization band-pass filters based on the theory of thin film photonic superlattice [J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(2): 773-776.
顾培夫, 陈海星, 秦小芸. 基于薄膜光子晶体超晶格理论的偏振通带滤波器 [J]. *物理学报*, 2005, **54**(2): 773-776.
- [6] XU Jing-ping, WANG Li-gang, YANG Ya-ping. Realization of an angular filter using one-dimensional photonic crystal containing negative refractive metamaterials [J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(6): 2765-2768.
许静平, 王立刚, 羊亚平. 利用含负折射率材料的光子晶体实现角度滤波器 [J]. *物理学报*, 2006, **55**(6): 2765-2768.
- [7] SHANG Ting-yi, ZHENG Yi, ZHANG Hui-yun. Omnidirectional gap and defect mode of one-dimensional photonic crystals with negative-index materials [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(4): 663-666.
尚廷义, 郑义, 张会云. 含负折射率材料—维光子晶体的全方位带隙和缺陷模 [J]. *光子学报*, 2007, **36**(4): 663-666.
- [8] LIU Qi-neng. Effect of impurity absorption on one-dimensional photonic crystal defect mode [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2007, **34**(6): 777-780.
刘启能. 杂质吸收对—维光子晶体缺陷模的影响 [J]. *中国激光*, 2007, **34**(6): 777-780.
- [9] LIU Qi-neng. Theoretic study of a novel kind of tunable filter

- based on 1-D photonic crystal[J]. *Journal of Optoelectronics Laser*, 2007, **18**(5): 574-577.
- 刘启能, 一种新型可调谐光子晶体滤波器的理论研究[J]. *光电子·激光*, 2007, **18**(5): 574-577.
- [10] LIU Qi-neng. Filtering feature of 1D rectangle doping photonic crystal[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2010, **37**(8): 2041-2044.
- 刘启能. 一维矩形掺杂光子晶体的滤波特性[J], *中国激光*, 2010, **37**(8): 2041-2044.
- [11] LIU Qi-neng. The mode and defect mode of electromagnetic wave in rectangular doped photonic crystal[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(4): 2551-2555.
- 刘启能. 矩形掺杂光子晶体中电磁波的模式和缺陷模[J]. *物理学报*, 2010, **59**(4): 2551-2555.
- [12] LIU Qi-neng. Theoretic study of total reflection through effect polarization filter of photonic crystal[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2011, **23**(4): 1091-1094.
- 刘启能. 光子晶体全反射贯穿偏振滤波器的理论研究[J]. *强激光与粒子束*, 2011, **23**(4): 1091-1094.
- [13] LIU Qi-neng. The defect mode and the quantum effect of light wave in cylindrical anisotropic photonic crystal[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, **60**(1): 0142171-0142174.
- 刘启能. 各向异性圆柱掺杂光子晶体的缺陷模及其量子效应[J]. *物理学报*, 2011, **60**(1): 0142171-0142174.
- [14] LIU Qi-neng. Total reflection through effect of light in 1d photonic crystal [J]. *Acta Photnica Sinica*, 2011, **40**(2): 232-235.
- 刘启能. 光在一维光子晶体中的全反射贯穿效应[J]. *光子学报*, 2011, **40**(2): 232-235.
- [15] LIU Qi-neng. Theoretical study of multi-channel polarization tunable filter of photonic crystal[J]. *Acta Photnica Sinica*, 2008, **37**(2): 305-308.
- 刘启能. 光子晶体多通道可调谐偏振滤波器的理论研究[J]. *光子学报*, 2008, **37**(2): 305-308.
- [16] LIU Qi-neng. A new method of study the defect mode of One-dimensional photonic crystal [J]. *Laser & Infrared*, 2008, **38**(8): 799-802.
- 刘启能. 一种研究一维光子晶体缺陷模的新方法—解析法[J]. *激光与红外*, 2008, **38**(8): 799-802.
- [17] MAX BORN. EMIL WOLF 1999 principles of optics 7thed [M]. (New York Cambridge) 299- 301.

Resonance Theory of the Defect Mode of 1-D Doping Photonic Crystal

LIU Qi-neng

(Engineering Research Center for Waste Oil Recovery Technology and Equipment (Ministry of Education);
Computer Science and Information Engineering College, Chongqing Technology and Business University,
Chongqing 400067, China)

Abstract: In order to obtain resonance theory of 1D doping photonic crystal, a resonant cavity model is set up and the analytical formulas of the defect mode frequency of 1D doping photonic crystal is deduced by resonance conditions of the resonant cavity. The physical mechanism of the defect mode of 1D doping photonic crystal is explained. The use of analytical formulas for the variation, which defect mode frequency with the incident angle and thickness of impurities and refractive index of impurities changes, is studied. Resonance theory results and characteristic matrix method results are compared and their results are the same, and the resonance theory is the right way. The resonance theory to analyze variable relationship is convenient, which makes up the deficiency of the numerical calculation method of 1D photonic crystal.

Key words: Photonic crystal; Defect mode; Resonance theory; Resonant cavity