

doi: 10.3788/gzxb20124102.0144

相位光栅分离双波长宽角度光线的理论分析

谢洪波, 杨童, 李富琳, 李韬

(天津大学 光电信息科学技术教育部重点实验室, 天津 300072)

摘要:使用衍射光栅的分色分光方式一般以平行光入射情况为讨论基础,对于非平行光入射的情况讨论较少.本文基于菲涅尔衍射理论和角谱理论,将球面波与平面波的衍射波场联系起来,从而在传播函数中引入角度参量,结合分数泰伯效应的理论基础,推导出双波长宽角度入射光线经相位光栅衍射后的波场分布函数,并对推导出的函数进行数值模拟,得到像面不同位置衍射波场分布.与平行光入射时的标准波场分布相比较,得到宽角度入射时的衍射波场的横向展宽量和偏移量.通过调节光栅台阶的宽度,改变衍射场的展宽和偏移,使各个单一波长的衍射波场宽度小于光栅周期的一半,从而减少双波长光衍射波场的混叠.同时本文给出波场宽度与光栅台阶宽度的变化关系,选取光栅面上多个位置作为台阶宽度的计算点,并对整个光栅的台阶宽度进行曲线拟合,得到可以使双波长宽角度入射光实现良好空间分离的光栅参量.该结果可用于各类宽角度入射光线的光谱分离场合,如双波长成像、液晶显示和液晶投影等.

关键词:衍射分光;宽角度入射;相位光栅;双波长;泰伯效应

中图分类号:O436.1

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2012)02-0144-4

0 引言

入射角度相同的多色光照射相位光栅时,不同波长的光会衍射到不同的空间位置,在光栅后产生彼此分离的亮线,因此可用于多种颜色光的空间分离^[1].例如,谭峭峰等人使用双台阶光栅分离红绿双波长光^[2],Ben Layet 等使用三台阶光栅分离 RGB 用于液晶显示^[3-4],李在哲等人使用相位光栅得到 CCD 前置低通滤波器用以替代现有的双折射晶体^[5]等等.该类讨论普遍采用的结构是在像面放置衍射光栅,以光栅的泰伯效应为基础,通过调节像面到光栅的距离、台阶数量和台阶高度,得到清晰的光栅自成像(又称阵列像)^[6].根据衍射原理,控制光栅周期及台阶数量可以控制不同波长的衍射角,使不同波长光衍射成像到不同的 CCD 像元,在像面形成与 CCD 像元一一对应的波场分布,从而得到清晰可分辨的彩色条纹.

现有分析讨论都是以平面波(平行光)或单一点光源为入射条件^[7],通过光栅透过函数得到波场的振幅分布模型,而对于对称或非对称宽角度入射光的情况几乎没有讨论.本文基于菲涅尔衍射理论和角谱理论,将角度参量作为一个单独因子引入,最终得到双波长($\lambda_1 + \lambda_2$)宽角度光线入射衍射光栅的波场分布,通过调节光栅的周期 d 、占空比 w/d 和台

阶高度 h 等参量,改变衍射场的展宽和偏移,使两种波长的光衍射到相互分离的不同位置.本文从理论上证明了使用相位光栅对双光谱宽角度入射光进行空间分离的可行性,由于角度因子不与光栅结构的其他参量挂钩,因此文中推导过程可以适用于各类非平行光入射光栅的情况,同时本文给出了光栅台阶宽度和波场分布展宽情况的对应关系,使得该方法可以适用于各类像元尺寸的需求,如双波段成像、液晶显示和液晶投影等光谱分离场合.

1 球面波入射模型的理论近似

为了分析宽角度光线入射相位光栅的波场分布,首先要将入射光线的波面模型简化.由于任何复杂的波场都可以用简单的球面波的线性组合来表示^[8],根据球面波和平面波衍射理论,可以认为以惠更斯-菲涅耳原理为基础的球面波理论和以傅里叶理论为基础的平面波理论,用于计算菲涅耳衍射可以得到相同的结果^[9].因此通过在角谱中引入角度参量,可以将宽角度入射光的复杂波面等效为多个有角度平面波的叠加,只需计算多角度平面波的衍射场的叠加效果,即可得到宽角度光线经光栅后的衍射分布.

为简化推导过程,只讨论一维宽角度入射光的分光结构,分光光栅使用条形台阶相位光栅,如图 1.

第一作者:谢洪波(1969—),男,副教授,博士,主要研究方向为光学设计及仿真. Email: hbxie@tju.edu.cn

收稿日期:2011-09-14;修回日期:2011-10-28

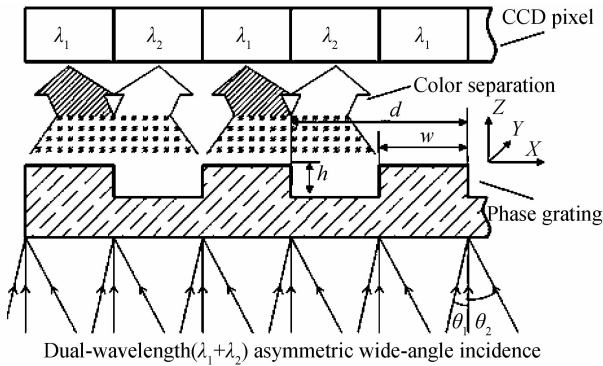


图1 宽角度入射光栅分光结构

Fig. 1 Schematic diagram of light separation with dual-wavelength and wide-angle incident

该光栅的侧剖面为矩形函数周期重复结构,其透过率函数可写为

$$t(x) = \left[\text{rect} \left(\frac{x}{d/2} \right) \exp(i\varphi) \right] \frac{1}{d} \text{comb} \left(\frac{x}{d} \right) \quad (1)$$

式中 $\varphi = k(N-1)h$, N 为光栅折射率, h 为台阶高度。

使用傅里叶级数表示的透过率函数为

$$t(x) = C_n \exp(i2\pi f_x x) \quad (2)$$

式中 f_x 为光栅的角谱, $C_n = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [dgsinc(ng) \cdot \exp(i\varphi)]$, g 为光栅占空比 w/d , n 为光栅周期个数。

一维平面波的传播因子为 $\exp(ikz) \exp(-i\pi\lambda z f_x^2)$, 在一确定平面上, $\exp(ikz)$ 是一常量, 因此分析时可将其忽略。 $\exp(-i\pi\lambda z f_x^2)$ 部分为相位函数, 在理想平面波下的角谱可以表示为 $f_x = n/d$, 在单一角度平面波入射情况下, 角谱可以表示为 $f_x = \frac{n \cos \theta}{d}$, 其中 θ 为入射波面法线相对光栅法线(主光轴)的角度。对于绝大多数应用场合, 入射光以非对称角度入射光栅, 其最大角度相对于光栅法线成 θ_1 和 θ_2 角, 如图1。

根据上面分析, 倾斜平面波照明相位光栅, 其复振幅分布可写为

$$t(x) = C_n \exp \left[i2\pi \frac{n}{d} \cos(\theta) x \right] \quad (3)$$

式中 θ 为倾斜平面波法线相对光栅法线的倾斜角。

波场从光栅表面($z=0$)传播到距离为 z 处时的传播因子为^[10]

$$\nu(z, f) = \exp(-i\pi\lambda z f^2) \quad (4)$$

将传播因子和光栅波场的复振幅分布相乘后进行傅里叶逆变换, 即得到衍射平面上的复振幅分布

$$u(x) = \int_{-\infty}^{\infty} T(f) \nu(z, f) \exp(i2\pi f x) df \quad (5)$$

式中 $T(f)$ 是波场透过率函数 $t(x)$ 的傅里叶变换

$$T(x) = C_n \delta \left[f - \frac{n}{d} \cos(\theta) \right] \quad (6)$$

因此经过抽样函数的筛选作用得到波场分布为

$$u(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{d^2}{w} \text{sinc} \left(\frac{dn}{w} \right) \exp(i\varphi) \cdot \exp \left[-i\pi\lambda z \frac{n^2}{d^2} \cos^2(\theta) \right] \exp \left[i2\pi x \frac{n}{d} \cos(\theta) \right] \quad (7)$$

考虑多角度平面的叠加作用公式(7)可写为

$$u(x)' = \sum_{\theta_1}^{\theta_2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{d^2}{w} \text{sinc} \left(\frac{dn}{w} \right) \exp(i\varphi) \cdot \exp \left[-i\pi\lambda z \frac{n^2}{d^2} \cos^2(\theta) \right] \exp \left[i2\pi x \frac{n}{d} \cos(\theta) \right] \quad (8)$$

式(8)中的 sinc 函数表示单一矩形台阶形成的波场衍射, 当无数个抽样函数叠加后形成标准的矩形波场。光栅占空比 w/d 可以控制每一个抽样函数的半高宽, 从而控制叠加后的矩形波场展宽。对于如图1所示的双波长等距分离情况, 占空比取 $1/2$ 是一个合理的选择。 φ 是关于台阶高度 h 和波长 λ 的参量, $\varphi = 2\pi(n-1)h/\lambda$, 其值在像面范围内不随 x 的位置变化, 对于占空比为 $1/2$ 的透射光栅, φ 应取 $\pi/2$, 以达到在像面保持占空比 $1/2$ 的成像效果^[11]。

式(8)中 $\exp[-i\pi\lambda z \frac{n^2}{d^2} \cos^2(\theta)]$ 函数的主要作用是对波场沿 z 轴方向传播的参量修正。对于确定的平面 z 和确定的入射角度来说, 该参量同样为定值。取光栅周期为 $18 \mu\text{m}$, 其包含两个像元大小。为使到达像面的光谱之间可以清晰分辨, 应使得不同波长的衍射距离同时满足为 $z = NZ_T/2 - Z_T/4$, 其中 N 为整数, $Z_T = 2d^2/\lambda$ 为泰伯距离^[11]。设红光中心波长 $\lambda_r = 0.63 \mu\text{m}$, 蓝光中心波长 $\lambda_b = 0.45 \mu\text{m}$, 因此颜色分离平面的位置取为 $(1+3/4)Z_{Tr}$, 其值等于 $(1+1/4)Z_{Tb}$, 其中 Z_{Tr} 和 Z_{Tb} 分别表示为红光和蓝光的泰伯距离, 最后计算得到 $z = 1800 \mu\text{m}$ 。

2 数值模拟及实例分析

角度为 0 的平面波入射相位光栅, 其波场函数呈标准矩形分布, 但在宽角度入射情况下, 其波场分布会发生展宽和偏移, 如图2所示(计算点为距离光

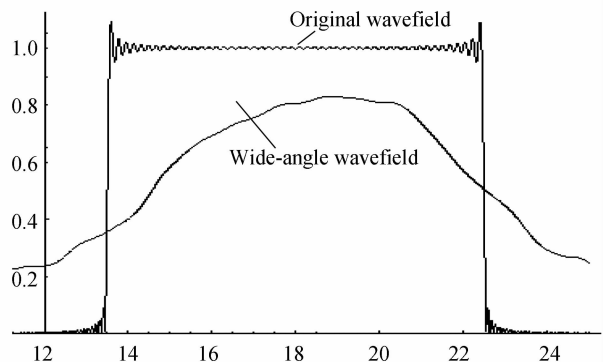


图2 原始波场及宽角度波场分布

Fig. 2 Original and wide-angle diffraction wavefield distribution

栅中心 12 mm 处一点). 可以看出波场发生了较大的展宽,其宽度大于像元尺寸 $9 \mu\text{m}$,双波长入射情况必然发生混叠.由前面分析可知,该展宽可以通过调节占空比来控制.同时图 2 显示波场中心发生以光栅中心为原点,向边缘方向的偏移.

双波长成像是指入射光包含两种波长或两个互不干扰的窄带波段,本文以红蓝两色光为计算基准.双波长入射光经物镜成像到像面位置,再经光栅衍射分光为彼此分离的红蓝两色亮线,被 CCD 感光接收,结构如图 3.

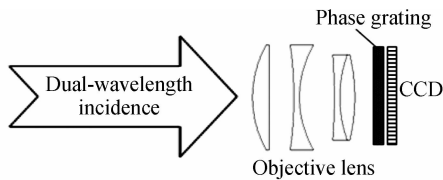


图 3 双 CCD 成像系统结构示意图

Fig. 3 Schematic diagram of dual-CCD imaging system

物镜出瞳到像面的入射角度可以通过简单的三角函数求得,对于像面上任意一点 x ,其正负方向最大入射角度分别为

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \arctan(D/2-x)/L \\ \theta_2 &= \arctan(D/2+x)/L \end{aligned} \quad (9)$$

式中 D 为物镜出瞳直径, L 为出瞳距像面距离,全画副 CCD 半高 18 mm. 将式(9)及前面所述的周期 d , 距离 z 等参量带入式(8)得到像面的波场分布. 由图 3 可以看出,原始波场在每周期内均有 $d/2$ 大小的光强为 0,而新波场由于加入了角度因素,整个像面的光强均大于 0,因此新波场的宽度以 30% 全宽为基准进行计算,在实际应用中,CCD 像元前可以设置颜色滤镜(Color filter),将非正常位置的光强过滤,以达到清晰分辨的目的.表 1 为所取的 9 个像面位置的波场宽度和展宽的数据统计.

表 2 像面位置对应台阶高度分布

Table 2 Step width with the changing of image position

Image position/mm	0	2.174	4.348	6.522	8.696	10.87	13.044	15.218	17.392
Step width/ μm	6.86	6.8	6.76	6.72	6.51	6.35	6.11	5.79	5.44

对表 2 中数据进行曲线拟合,得到拟合函数式(11),其分布曲线如图 4. 该曲线符合像面上光线入射角度的变化规律,从像面中心到像面边缘,法线一侧角度变化范围从 $2^\circ \sim 16^\circ$,另一侧从 $-16^\circ \sim -28^\circ$. 由于光线对称性下降,光栅边缘部分仅有法线一侧光线入射,缺乏另一侧方向入射光线的波场叠加,造成展宽量逐渐增大.

$$\begin{aligned} h(x) &= 6.85879 - 0.0481506x + 0.0154637x^2 - \\ & 0.00273569x^3 + 1.57182 \times 10^{-4}x^4 - \\ & 3.30003 \times 10^{-6}x^5 \end{aligned} \quad (11)$$

表 1 像面等距 9 点位置波场分布

Table 1 Wave field distribution of nine equidistance positions of the image plane

Image position/mm	Positive angle/ $^\circ$	Negative angle/ $^\circ$	Wavefield width/ μm	Broadening/ μm	Offset/ μm
0	15.94	-15.90	11.14	2.14	0.06
2.174	14.29	-17.58	11.2	2.2	0.09
4.348	12.60	-19.18	11.24	2.24	0.16
6.522	10.90	-20.75	11.28	2.28	0.2
8.696	9.17	-22.29	11.49	2.49	0.265
10.87	7.43	-23.80	11.65	2.65	0.335
13.044	5.67	-25.27	11.89	2.89	0.375
15.218	3.91	-26.71	12.21	3.21	0.505
17.392	2.13	-28.11	12.56	3.56	0.64

由表 1 可以看出,波场的偏移量最大仅为 $0.6 \mu\text{m}$,远小于像元尺寸量级,对成像不会产生本质影响,因此可以忽略不计.而展宽量已达到像元大小的 30% 以上,其影响不可以忽略,可以通过减少台阶宽度 w ,即降低占空比 w/d 的方式来补偿波场展宽.台阶宽度可以直接影响达到像面位置的波场宽度,两参量之间呈非线性单调递增关系,台阶宽度 w 和波场宽度 M 的关系式可以表达为

$$M = 2.7 + 0.17w + 0.023w^2 \quad (10)$$

随着台阶宽度的减少,台阶部分对入射光线的相位补偿能力逐渐减弱,造成衍射波场的波峰宽度响应减小,同时也会造成衍射的波场分布逐渐趋于平坦,因此为保证衍射场的波峰与波谷具有足够的光强差,台阶宽度的减少应控制在合理范围内,参考上文选择的像元尺寸 $9 \mu\text{m}$,得到修正后的衍射光栅的台阶宽的分布数据,如表 2.

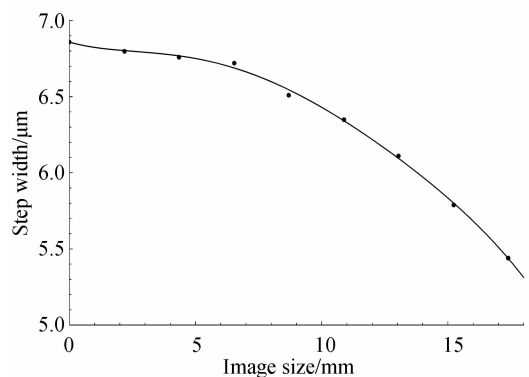


图 4 像面台阶宽度拟合曲线

Fig. 4 Fit curve of step width of image plane

为验证以上修正方案的效果,取距像面中心 12 mm处一点,计算其波场函数,得到如图 5 所示的波场分布效果,其波场宽度为 $8.88 \mu\text{m}$,小于预先设定的 $9 \mu\text{m}$ 最大值,中心峰值偏移量 $0.15 \mu\text{m}$,偏移量不会对波场产生重大影响.说明上述方法产生了良好波场分离的效果.

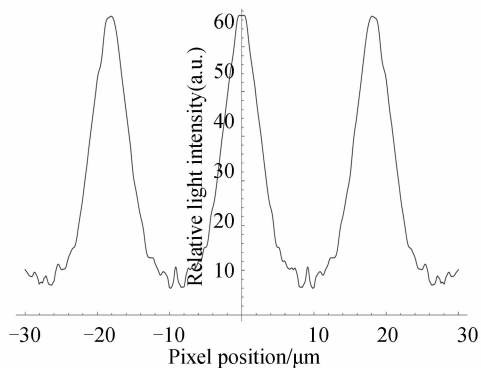


图 5 修正光栅的波场分布

Fig. 5 Wavefield distribution of the modified grating

3 结论

本文结合菲涅尔衍射理论和角谱理论,推导了宽角度光线经光栅衍射后的波场传播函数及像面位置的波场分布图,通过比对宽角度入射的波场和平行光入射的原始波场,得到新波场的展宽量和偏移量.通过变化的台阶宽度补偿了展宽情况,得到互不干扰的波场分布.从理论上证明了使用相位光栅对双光谱宽角度入射光进行空间分离的可行性,该方法可以广泛用于对称或非对称宽角度光线入射相位光栅的分光计算.由于该结构减少了入射光的准直

性要求,减小了对前端光源的限制,为液晶分光,分色成像等领域提供了良好的理论基础.

参考文献

- [1] DAMMANN H. Color separation gratings [J]. *Applied Optics*, 1978, **17**(15): 2273-2279.
- [2] TAN Qiao-feng, ZHANG Yan, YAN Ying-bai, et al. High-efficiency spatial color separation method based on fractional Talbot effect[J]. *Chinese Optics Letters*, 2009, **7**(11): 975-977.
- [3] LAYET B, LAIN G C, MOHANNAD R, et al. Stripe color separation with diffractive optics [J]. *Applied Optics*, 1999, **38**(35): 7193-7201.
- [4] YE Yan, ZHOU Yun, CHEN Lin-sen. Color filter based on a two-dimensional submicrometer metal grating [J]. *Applied Optics*, 2009, **48**(27): 5035-5039.
- [5] 李在哲,林成禹,金士浩,等.光学相位光栅型低通滤波器:中国,00120456.4[P]. 2001-05-09.
- [6] DONALD C, O'SHEA T J, SULESKI A D, et al. Diffractive optics: design, fabrication, and test [M]. US: SPIE-The International Society for Optical Engineering, 2004: 222-223.
- [7] DOSKOLOVICH L L, KAZANSKIY N L, REPETTO P, et al. Design and investigation of color separation diffraction gratings [J]. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2007, **9**(1): 123-127.
- [8] 梁铨廷.物理光学[M]. 3版.北京:电子工业出版社, 2008: 7-15.
- [9] LIANG Quan-ting, WU De-fen. Consistency of two diffraction theories[J]. *Journal of Guangzhou University*, 2001, **15**(2): 52-55.
梁铨廷,吴德芬.两种衍射理论的一致性[J].广州大学学报, 2001, **15**(2): 53-55.
- [10] LEE C, KURIYAGAWA T, WOO D K, et al. Optimizing the fabrication process of a high-efficiency blazed grating through diamond scribing and molding[J]. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2010, **20**(7): 1-7.
- [11] ARRIZON V, OJEDA-CASTANEDA J. Talbot array illuminators with binary phase gratings[J]. *Optics Letters*, 1993, **18**(1): 1-3.

Theoretical Analysis of dual Wavelength and Wide-angle Light Spatial Separation by Phase Grating

XIE Hong-bo, YANG Tong, LI Fu-lin, LI Tao

(Key Laboratory of Opto-Electronics Information Science & Technology, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: Existing color separation diffraction grating spectroscopic methods are generally discussed on parallel incident light, and there is little discussion of the case of non-parallel incident light. Based on the Fresnel diffraction theory and the angular spectrum theory, the spherical wave propagation field and plane wave diffraction wave field are linked together, and angle function parameters are imported. Combined with fractional Talbot effect theory, the dual-wavelength wide-angle incident wave field function is derived. The numerical simulation of the function is presented to calculate the diffraction distribution in different locations, which are compared to standard parallel incident wavefield distribution and calculated horizontal broadening and offsets. By adjusting the width of grating steps, the diffraction field broadening and offset is compensated. Each single-wavelength diffraction width is less than half of the grating period, thereby reducing the dual-wavelength optical diffraction aliasing. In this paper, the relation between the wave field width and grating step width is presented. The step width curve is fitted based on multi calculate points on the phase grating and the grating parameter can be used to achieve well spatial separation of dual-wavelength wide angle incident light. The result is available for a variety of wide angle incident situation, such as dual-wavelength imaging, LCD display, LCD projection, etc.

Key words: Diffraction light split; Wide-angle incidence; Phase grating; Dual wavelength; Talbot effect