doi:10.3788/gzxb20124111.1347

与光场依赖强度耦合下运动纠缠双原子的周期量子回声

刘小娟,周并举,姜春蕾,彭朝晖,刘明伟
(湖南科技大学 物理学院,湖南 湘潭 411201)

摘　要:本文将 Tavis-Cummings(T-C)模型推广到同时考虑原子运动及与光场依赖强度耦合的情况.运用全量子理论,研究了与光场依赖强度耦合下运动纠缠双原子量子态保真度演化.采用数值计算的方法,探讨了双原子初始纠缠因子 ϑ、光场平均光子数 $\bar{n}$ 以及场模结构参量 p 对双原子量子态保真度演化的影响,解析分析了双原子周期量子回声的形成规律,揭示了其物理实质.结果表明,在场模结构参量 $p=1$ 的情况下,无论光强和双原子初始纠缠因子如何取值,双原子均产生周期 2π 的量子回声;在强相干场 $\bar{n}=30$ 条件下,改变 p 从 1 到小于 800 时,Bell 态双原子产生 $2\pi/p$ 周期量子回声.当 $p\geqslant 800$ 时,无论光场是真空场、弱相干场或强相干场,双原子量子态保真度恒为 1,即第一类 Bell 态原子持续处于保真态;而当双原子初始纠缠因子为 $3\pi/4$ 时,无论 $\bar{n}$、p 取何值,双原子量子态保真度保持为 1,双原子持续处于第二类 Bell 态的保真态.其结论表明,该推广模型具有很好的双原子周期量子回声性质,为纠缠双原子信息高保真输出及噪音环境下量子信息处理的实验实现提供了理论参量和物理载体.

关键词:依赖强度耦合;运动纠缠双原子;量子态保真度;周期量子回声
中图分类号:O431.2　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1004-4213(2012)11-1347-7

0 引言

双原子系统是实现量子通信和量子计算的重要信息载体,并发挥着越来越重要的作用.如,二能级原子作为量子比特在量子通用逻辑门实现[1]后,双原子的两量子比特逻辑操作也得已应用[2];纠缠双原子不仅是量子隐形传态[3]中的量子信道,而且是量子编码和量子纠错[4]、量子密匙分配[5]和量子计算[6]中的关键要素.

然而,量子比特、逻辑门、量子信道等量子器件不可避免地会与环境相互作用,总会受到环境(如光场)噪音的影响.研究表明,环境噪音导致量子比特消相干或退纠缠,给量子信息处理带来错误,严重阻碍了量子储存器的规模化,是阻碍量子通信和量子计算的主要因素[7].因此,在存在环境噪音条件下,量子通信的信息传输和量子计算机的正常运转必然要考虑量子态的保真度问题[8].保真度是量度量子态在外界干扰下回复的准确性,而在外界扰动下,保真度经过周期 T 之后,完全回复到初值,称之为量子态具有周期为 T 的量子回声[9],有着广泛的应用.如在核磁共振实验中,量子自旋回声振幅的变化,是描述多体量子系统特性的有用工具[10].因此,获得双原子量子回声是实现量子信息处理的重要任务.

近来,文献[11-13]研究了双光子通道中任意初态原子比特周期量子回声的调控、与单模光场和双模光依赖强度耦合下多光子通道中原子周期量子回声产生和控制,但双原子系统的量子回声研究未见涉及.

T-C 模型[14]是描述光场与双原子相互作用的理想模型,人们对此展开了研究[15-16].然而,对同时考虑原子运动和与光场依赖强度耦合的 T-C 模型研究未见开展.本文将 T-C 模型推广到这一情况.研究与光场环境依赖强度耦合下运动纠缠双原子量子态保真度演化,探讨双原子周期量子回声的形成规律.分别考察双原子初始纠缠因子、光场强度以及场模结构参量对双原子量子态保真度演化的影响,研究结果表明该推广模型具有较好的双原子周期量子回声性质,对噪音环境下的纠缠双原子信息持续高保真输出和量子信息处理的实验是有价

基金项目:国家自然科学基金(No. 11074072)、湖南省自然科学湘潭联合基金(No. 10JJ9002)、湖南省教育厅重点项目(No. 10A032)和中国科学院红外物理国家重点实验室(No. 201118, No. 201119)资助
第一作者:刘小娟(1959—),女,博士,教授,主要研究方向为量子光学与量子信息. Email:lxjdx1987@163.com
收稿日期:2012-07-10;**修回日期**:2012-09-09

值的.

1 模型及其解

将文献[15]中的 T-C 模型推广到同时考虑双原子运动和与光场依赖强度耦合情况. 旋波近似下该系统的哈密顿量为

$$H=H_0+H_{\mathrm{I}} \tag{1}$$

$$H_0=\omega a^+a+\omega_0\sum_{j=1}^{2}S_3^{(j)} \tag{2}$$

$$H_{\mathrm{I}}=gf(z)\sum_{j=1}^{2}[S_+^{(j)}a\sqrt{a^+a}+\sqrt{a^+a}a^+S_-^{(j)}] \tag{3}$$

式中，a^+ 和 a 是频率为 ω 的光场的产生和湮灭算符，S_3^j 和 $S_\pm^j$ 是第 j 个二能级原子的赝自旋算符，ω_0 为原子的跃迁频率，g 是光场和两原子的耦合常量，$\sqrt{a^+a}$ 为耦合强度相关量.

设原子沿腔场的 z 轴方向运动，只需考虑场模 $f(z)$ 形式函数对 z 的依赖关系. 原子运动可具体表述为[8]

$$f(z)\rightarrow f(vt)=\sin\left(\frac{p\pi vt}{L}\right) \tag{4}$$

式中，ν 表示原子运动速度，p 是长度为 L 的腔模的半波数. 本文仅考虑共振情况，即 $\omega_0=\omega$. 假设双原子初始处于一般纠缠态

$$|\psi_a(0)\rangle=\cos\vartheta|1,0\rangle+\sin\vartheta|0,1\rangle \tag{5}$$

式中，$0\leqslant\vartheta\leqslant\pi$ 为双原子初始纠缠因子，$|1\rangle(|0\rangle)$ 为原子的激发态(基态).

本文设定

$\vartheta=\pi/4$，称为第一类 Bell 态.

$$|\beta_1\rangle=\sqrt{2}/2(|1,0\rangle)+|0,1\rangle) \tag{6}$$

$\vartheta=3\pi/4$ 称为第二类 Bell 态.

$$|\beta_2\rangle=\sqrt{2}/2(|1,0\rangle)-|0,1\rangle) \tag{7}$$

考虑光场初始处于相干态

$$|\psi_f(0)\rangle=|\alpha\rangle=\sum_n F_n|n\rangle \tag{8}$$

其中

$$F_n=\exp\left(-\frac{\bar{n}}{2}\right)\frac{\bar{n}^{\frac{n}{2}}}{\sqrt{n!}}\exp(\mathrm{i}\beta) \tag{9}$$

式中 $\bar{n}$ 为光场的平均光子数，β 为光场的位相角，本文取 $\beta=0$.

特别地，当 $n=0$，$\bar{n}=0$，$|\psi_f(0)\rangle=|0\rangle$，光场为真空态，是相干态的特例.

设初始时刻双原子与光场处于分离态

$$|\psi_s(0)\rangle=\sum_n^{\infty}F_n|1n\rangle\otimes(\cos\vartheta|1,0\rangle+\sin\vartheta|0,1\rangle) \tag{10}$$

在相互作用绘景中，任意 t 时刻处于纯态

$$|\psi_s(t)\rangle=A_n|1,1,n-1\rangle+B_n|1,0,n\rangle+C_n|0,1,n\rangle+D_n|0,0,n+1\rangle \tag{11}$$

式(11)满足薛定谔方程

$$\mathrm{i}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}|\psi_s(t)\rangle=H_{\mathrm{I}}|\psi_s(t)\rangle \tag{12}$$

利用正交性关系以及初始条件，解方程式(12)可得

$$A_n(t)=\sum_{n=0}^{\infty}-\mathrm{i}\frac{nF_n}{\sqrt{4n^2+4n+2}}(\cos\vartheta+\sin\vartheta)\cdot\sin(\sqrt{4n^2+4n+2})g\theta(t)) \tag{13}$$

$$B_n(t)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2}F_n\{(\cos\vartheta+\sin\vartheta)\cos(\sqrt{4n^2+4n+2})\cdot g\theta(t))+(\cos\vartheta-\sin\vartheta)\} \tag{14}$$

$$C_n(t)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2}F_n\{(\cos\vartheta+\sin\vartheta)\cos(\sqrt{4n^2+4n+2})\cdot g\theta(t))-(\cos\vartheta-\sin\vartheta)\} \tag{15}$$

$$D_n(t)=\sum_{n=0}^{\infty}-\mathrm{i}\frac{(n+1)F_n}{\sqrt{4n^2+4n+2}}(\cos\vartheta+\sin\vartheta)\cdot\sin(\sqrt{4n^2+4n+2})g\theta(t)) \tag{16}$$

式(13)～(16)是态 $|\psi_s(t)\rangle$ 的四个概率幅，满足归一化条件. 其中时间因子[8]

$$g\theta(t)=[1-\cos(pgt)]/pg \tag{17}$$

与此同时，对式(11)中光场求迹，在双原子基矢 $|10\rangle$，$|01\rangle$，$|11\rangle$ 和 $|00\rangle$ 中，双原子的约化密度矩阵为

$$\rho_a(t)=\rho_{11}|1,1\rangle\langle1,1|+\rho_{22}|1,0\rangle\langle0,1|+\rho_{33}|0,1\rangle\langle1,0|+\rho_{44}|00\rangle\langle00|+\rho_{23}|1,0\rangle\langle1,0|+\rho_{32}|0,1\rangle\langle0,1| \tag{18}$$

其中，矩阵元为

$$\rho_{11}=|A_n(t)|^2,\rho_{22}=|B_n(t)|^2\rho_{33}=|C_n(t)|^2$$
$$\rho_{44}=|D_n(t)|^2\rho_{23}=B_n(t)C_n^*(t)=\rho_{32}^* \tag{19}$$

2 双原子量子态保真度及周期量子回声

2.1 量子态保真度

量子态是量子信息的载体. 为了描述输入量子态 $\rho(0)$ 和输出量子态 $\rho(t)$ 的偏差程度，人们引入了量子态保真度概念，其定义为[8]

$$F(t)=\left[\mathrm{Tr}(\sqrt{\rho(0)}\rho(t)\sqrt{\rho(0)})^{1/2}\right]^2 \tag{20}$$

保真度 $F(t)$ 取值范围在 0～1 之间，当 $F(t)=0$ 时，表示初态和末态相互正交，量子态(信息)在传输过程中完全失真；当 $F(t)=1$ 时，表示初态和末态完全重叠，量子信息理想传输，. 一般情况下，$0<F(t)<1$，表示量子信息传输过程中存在失真现象.

根据式(5)和式(18)，双原子量子态保真度表达式为

$$F_a(t)=\cos^2\vartheta\rho_{22}+2\mathrm{Re}(\cos\vartheta\sin\vartheta\rho_{23})+\sin^2\vartheta\rho_{33} \tag{21}$$

其中 ρ_{22}，ρ_{23}，ρ_{33} 由式(19)确定.

2.2　周期量子回声

当双原子量子态保真度满足以下等式

$$F_a(t)=F_a(t+nT),n=0,1,2,\cdots \tag{22}$$

$$F_a(0)=F_a(nT)=1 \tag{23}$$

关系成立时，称双原子产生了周期为T的量子回声[9].

3　数值讨论及解析分析

本节通过考察双原子初始纠缠因子 ϑ、光场平均光子数 $\bar{n}$(光强)及场模结构参量 p 对双原子量子态保真度的影响，探讨双原子周期量子回声的产生规律.

3.1　纠缠因子的影响

本小节考察 $\bar{n}=0$，$p=1$，而 ϑ 从 $0\to\pi/8\to\pi/4$ 情况下，$F_a(t)$的时间演化，如图1. 显然，$F_a(t)$均呈 2π 周期演化.

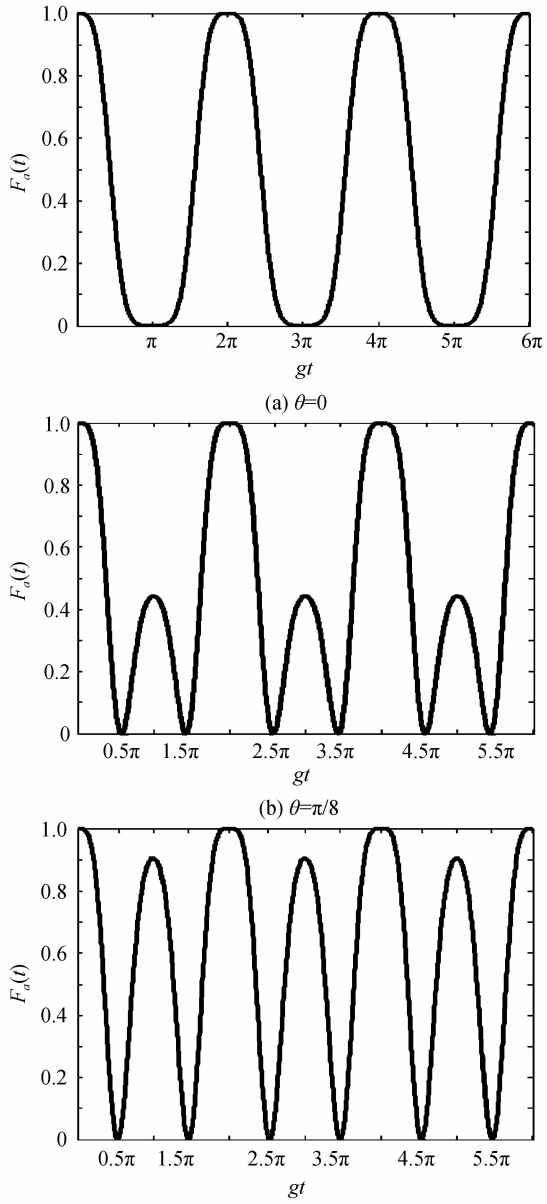

图 1　保真度时间演化($\bar{n}=0,p=1$)

Fig. 1　The time evolution of the fidelity($\bar{n}=0,p=1$)

图 1(a)表明，双原子初始处于分离态($\vartheta=0$) $|\psi_a(0)\rangle=|1,0\rangle$时，$F_a(t)$的演化规律为周期 2π 的余弦平方函数；在 $t=2n\pi(n=0,1,2\cdots)$时刻附近，$F_a(t)$取值为 1，在$(2n+1)\pi$ 时刻附近，$F_a(t)=0$. 随着双原子之间纠缠产生及纠缠度增加，即 $\vartheta\to\pi/8\to\pi/4$，$F_a(t)$的演化周期不变，在 $t=n2\pi$ 时刻$F_a(t)$仍为 1；但在$(2n+1)\pi$ 时刻附近区域，$F_a(t)$的振幅由零变化为开口朝下的抛物线演化，取值范围在 $0<F_a(t)<1$，振幅的极大值随着 ϑ 的增加而增加(见图 1(b)-(c))，表明 ϑ 的增加，使时域$(n+0.5)\pi\sim(n+1.5)\pi(n=0,1,2\cdots)$内双原子量子态保真度增加. 从式(22)解析分析这些演化规律.

首先，当 $\vartheta=0$ 时，$F_a(t)$只有第一项

$$F_a(t)=\rho_{22}=\{\frac{1}{2}\cos(\sqrt{2}g\theta(t)+1)\}^2 \tag{24}$$

显然是余弦平方函数.

一方面，由于时间因子 $g\theta(t)=[1-\cos(pgt)]/p$. 当 $t=2n\pi$ 时 $g\theta(t)=0$，对应 $F_a(n2\pi)=F_a(0)=1$，满足式(23).

另一方面这些时刻，$A_n(t)=C_n(t)=D_n(t)=0$，而 $B_n(t)=1$. 由式(18)可得 $\rho_a(t)=\rho_{22}|1,0\rangle\langle 0,1|$，即

$$|\psi_a(n2\pi)\rangle=|1,0\rangle=|\psi_a(0)\rangle \tag{25}$$

也验证了双原子产生了周期为 2π 的量子回声. 而在 $t=(2n+1)\pi(n=0,1,2\cdots)$时刻，$A_n(t)=0$，$B_n(t)=0$，$C_n(t)=0$ 和 $D_n(t)=0$，即

$$\rho_a(t)=\rho_{33}|0,1\rangle\langle 1,0| \tag{26}$$

所以

$$|\psi_a((2n+1)\pi)\rangle=|01\rangle$$

与初态$||\Psi_a(0)\rangle=|10\rangle$正交，故

$$F_a((2n+1)\pi)=0 \tag{27}$$

其次，随着 ϑ 增大，保真度表达式为

$$F_a(t)=\cos^2\vartheta\rho_{22}+2\mathrm{Re}(\cos\vartheta\sin\vartheta\rho_{23})+\sin^2\vartheta\rho_{33} \tag{28}$$

式中第 2、3 项对第 1 项起调制作用，使 $F_a(t)$不再是余弦平方函数，但仍是 2π 的周期函数. 特别地，当 $\vartheta=\pi/4$时

$$F_a(t)=\frac{1}{2}(\rho_{33}+\rho_{22})+\mathrm{Re}(\rho_{23}) \tag{29}$$

在 $t=2n\pi$ 时刻 $\rho_{22}=\rho_{33}=\rho_{23}=1/2$，因此

$$F_a(2n\pi)\equiv 1 \tag{30}$$

在 $t=(2n+1)\pi(n=0,1,2\cdots)$时刻

$$\rho_{22}=\rho_{33}=0.4525,\rho_{23}=0.4525,F_a(t)=0.905.$$

即验证了

$$0<F_a((2n+1)\pi)<1 \tag{31}$$

本节结论，在真空场条件下，$p=1$ 时，无论初始纠缠因子取值如何，双原子均产生 2π 周期的量子回声.

3.2 光场平均光子数的影响

首先考察 $\vartheta=\pi/4$，$p=1$ 时，弱场 $\bar{n}=1$ 和强场 $\bar{n}=30$情况.

图 2 表明，双原子初始纠处于第一类 Bell 态 $|\beta_1\rangle(\vartheta=\pi/4)$，光场平均光子数 $\bar{n}$ 从 $1\rightarrow30$ 时，

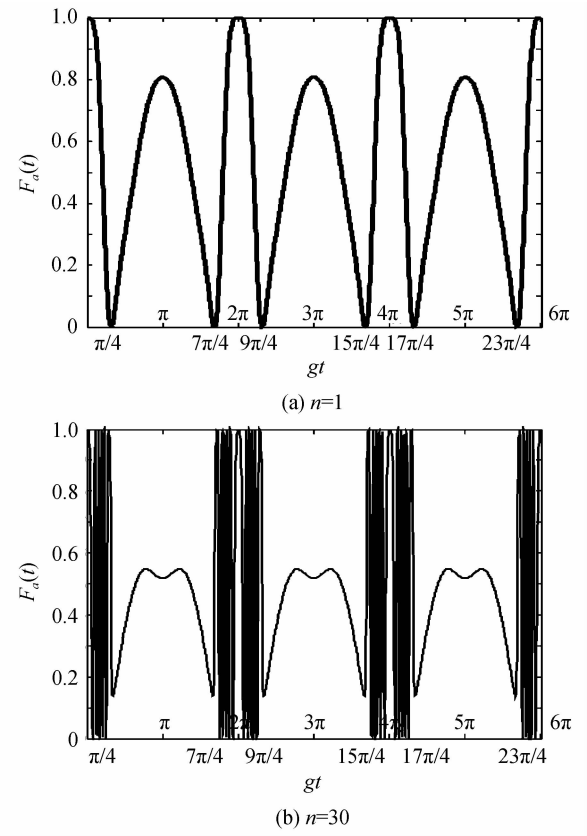

图 2 保真度时间演化($\vartheta=\pi/4$，$p=1$)

Fig. 2 The time evolution of the fidelity ($\vartheta=\pi/4$，$p=1$)

$F_a(t)$的时间演化. 而保真度的表达式为

$$F_a(t)=\frac{3}{4}\sum_{n=0}^{\infty}|F_n|^2\{\cos(\sqrt{4n^2+4n+2})\cdot g\theta(t)\}^2 \tag{32}$$

显然，$F_a(t)$是由带权重 $\exp(\bar{n})\frac{\bar{n}^n}{n!}$的无穷多个频率为$\sqrt{4n^2+4n+2}$余弦函数叠加，导致 $F_a(t)$随时间的演化不再是余弦振荡，但仍是 2π 周期函数. 弱相干光场条件($\bar{n}=1$)下，$F_a(t)$的演化规律与真空场情况相似. 而在强场条件($\bar{n}=30$)下，函数形式发生变化，这是由于权重因子非线性改变所致，但 $F_a(t)$周期性不变. 定量分析这些规律. 将 $\vartheta=\pi/4$，$p=1$，$\bar{n}=1$和 $\bar{n}=30$ 代入式(13)～(16)，数值计算表明，$t=2n\pi(n=0,1,2\cdots)$时刻，$\rho_a(t)$的矩阵元 $\rho_{22}=\rho_{33}=\rho_{23}=\frac{1}{2}$代入式(20)，总满足关系

$$F_a(2n\pi)=1=F_a(0) \tag{33}$$

即双原子总是回到初始第一类 Bell 态

$$|\psi_a(2n\pi)\rangle=\frac{\sqrt{2}}{2}(|0,1\rangle+|1,0\rangle)=|\beta_1\rangle \tag{34}$$

结果表明，初始处于第一类 Bell 态的双原子，无论光强($\bar{n}$)取值如何，均有 2π 周期的量子回声产生.

其次，考察 $\vartheta=3\pi/4$ 的情形.

图 3 为 $\vartheta=3\pi/4$ 时，即双原子初始处于第二类 Bell 态$|\beta_2\rangle$，而 $\bar{n}$，p 的取值为任意值时，$F_a(t)$的时间演化曲线. 显然，在整个时间演化过程中 $F_a(t)\equiv1$，意味着双原子始终保持初始$|\beta_2\rangle$态.

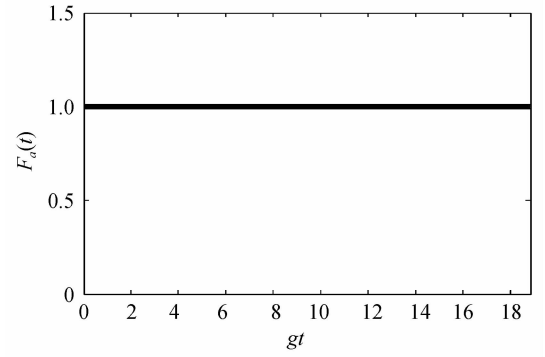

图 3 保真度时间演化

Fig. 3 The time evolution of the fidelity

数学上，此时四个概率幅为

$$A_n(3\pi/4)=D_n(3\pi/4)\equiv0$$

$$B_n(3\pi/4)=-C_n(3\pi/4)\equiv-\frac{\sqrt{2}}{2} \tag{35}$$

由式(11)可知，系统任意时刻均处于分离态

$$|\psi_s(t)\rangle=\frac{\sqrt{2}}{2}(|0,1\rangle-|1,0\rangle)\otimes|n\rangle \tag{36}$$

即验证了双原子持续地处于第二类 Bell 态

$$|\psi_a(t)\rangle=\frac{\sqrt{2}}{2}(|0,1\rangle-|1,0\rangle)=|\beta_2\rangle \tag{37}$$

分析其物理实质. 调节纠缠因子 $\theta=3\pi/4$，实质上是控制了一个原子被激发到高能态和另一个原子辐射到低能态的概率相等，但位相相反，两者产生消相干作用，抑制了两个原子同时被激发到高能态和辐射到低能态的概率恒为 0. 效果上屏蔽了光场对原子的耦合作用，这使得无论是在真空场、弱相干场还是强相干场条件下，控制了双原子在腔中持续地保持$|\beta_2\rangle$态，为利用该双原子制作为最大纠缠储存器提供了理论参量和物理系统.

3.3 场模参量结构 p 的影响

图 4 表明了双原子初始为$|\psi_a(0)\rangle=|\beta_1\rangle$态($\vartheta=\pi/4$)，一定强场条件下，改变 p 时，双原子量子态保真度演化.

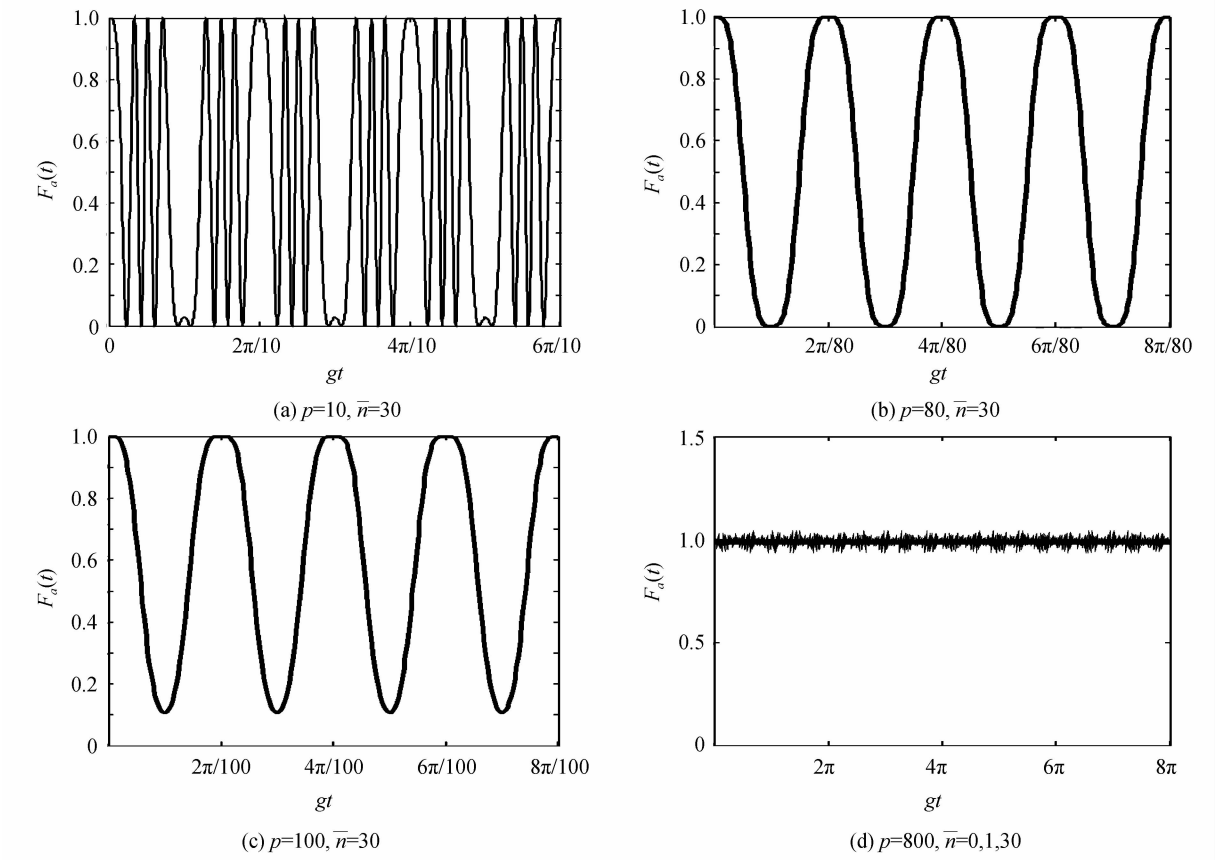

图 4　保真度时间演化($\vartheta=\pi/4$)

Fig. 4　The time evolution of the fidelity ($\vartheta=\pi/4$)

比较图 4(a)～(c)可知，强场条件下($\bar{n}=30$)，p 由 10 增大到 30、80 时，$F_a(t)$演化规律性越来越好，演化周期为 $2\pi/p$. 振荡频率增大，振幅极小值也增大，并在 $2n\pi/p$ 时刻回到初始值 1，满足

$$F_a(t)=F_a(t+n2\pi/p),n=0,1,2,\cdots \tag{38}$$

$$F_a(0)=F_a(n2\pi/p)=1 \tag{39}$$

即原子产生了周期为 $2n\pi/p$ 的量子回声. 而继续增大 $p=800$ 时，无论光场是真空场($\bar{n}=0$)、弱相干场($\bar{n}=1$)还是强相干场($\bar{n}=30$)，与时间无关(见图 4(d)).

数学上，原子运动在系统哈密顿量中体现为腔模场的形状函数，通过适当地选择原子的运动速度，使得腔模场的形状函数仅依赖于场模结构参量. 使考虑原子运动的时间因子 gt 变为

$$g\theta(t)=[1-\cos(pgt)]/p=\sum_{0}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{(pgt)^{2n}}{p(2n)!} \tag{40}$$

显然，$g\theta(t)$是 gpt 的周期函数，角频率为 p. 当 $p\geqslant 800$ 时的高频振荡下，四个概率幅为

$$A_n(t)=D_n(t)\equiv 0,B_n(t)=C_n(t)\equiv\frac{\sqrt{2}}{2} \tag{41}$$

且其取值与时间无关. 物理上，是抑制了态$|1,1,n-1\rangle$，$|0,0,n+1\rangle$的发生，概率为 0.

由式(11)可知，全系统持续地处于解纠缠态

$$|\psi_s(t)\rangle=\frac{\sqrt{2}}{2}(|1,0\rangle+|0,1\rangle)\otimes|n\rangle \tag{42}$$

即原子任意时刻总处于

$$|\psi_a(t)\rangle=\frac{\sqrt{2}}{2}(|1,0\rangle+|0,1\rangle)=|\psi_a(0)\rangle \tag{43}$$

至此表明，只要控制场模结构参量 $p\geqslant 800$ 时，$|\beta_1\rangle$态原子信息可持续地保真.

4　结论

本文将 T-C 模型推广到同时考虑原子运动及与光场依赖强度耦合的情况. 运用全量子理论，通过研究与光场依赖强度耦合过程中运动双原子量子态保真度的演化，探讨了双原子周期量子回声的形成规律，发现双原子初始纠缠因子 ϑ、光场平均光子数 $\bar{n}$ 以及场模结构参量 p 对双原子周期量子回声产生具有显著影响. 得出新的结论如下：

1)在场模结构参量 $p=1$ 的情况下，无论光强 $\bar{n}$ 和双原子初始纠缠因子 ϑ 如何，双原子均产生 2π 周期的量子回声；

2)强相干场条件 $\bar{n}=30$ 下，改变 p 从 1 到小于 800 时，Bell 态双原子产生 $2\pi/p$ 周期量子回声.

3)控制场模结构参量 $p\geqslant 800$，或选取双原子初始纠缠因子 $\theta=3\pi/4$，均可以长期屏蔽光场(环境噪

音)对原子的影响. 实现了初始为第一类和第二类Bell态原子信息在腔场中的持续保真. 为将双原子制作为最大纠缠储存器提供了两种可能的途径.

该结论表明，该推广模型展示出很好的双原子周期量子回声和信息持续保真性质,为运动纠缠双原子信息高保真输出以及噪音环境下量子信息处理的实验实现提供了理论参量和物理载体.

参考文献

[1] MEIER F, LEVY J, LOSS D. Quantum computing with spin cluster qubits[J]. *Physical Review Letters*, 2003, **90**(04): 047901-047904.

[2] ROBLEDO L, ELZENNAN J, JUNDT G, *et al*. Conditional dynamics of interacting quantum dots[J]. *Science*, 2008, **320**(05): 772-775.

[3] ZHONG Feng, YU Li-zhi, L I Chun-shu. Quantum teleportation with linear cluster-class states [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(10): 1800-1805.
钟锋，于立志，李春树. 量子隐形传态的类簇态信道方案[J]. 光子学报,2010,**39**(10): 1800-1805.

[4] PETER W S. Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory[J]. *Physical Review A*, 1995, **52**(04): 2493-2496.

[5] DEUSCH D, EKERT A, JOZSA R, *et al*. Quantum privacy amplification and the security of quantum cryptography over noisy channels[J]. *Physical Review Letters*, 1996, **80**(09): 2022.

[6] GOVER L K, Quantum mechanics helps in searching for a needle in a haystack[J]. *Physical Review Letters*, 1997, **79**(02): 325-328.

[7] LONG Giu-lu, YAN Song-li, ZHANG Wei-lin, *et al*. Dominant Gate Imperfection in grover′s quantum search aglorith[J]. *Physical Review A*, 2000, **61**(4): 23051-23055.

[8] LIU Tang-kun, WANG Ji-sou, LIU Xiao-jun, *et al*. Fidelity of quantum information in a pair atoms of entanglement state interacting with cohere state[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(11): 1449-1455.
刘堂昆,王继锁,柳晓军,等. 纠缠态原子与相干光场作用的量子信息保真度[J]. 光学学报, 2000, **20**(11): 1449-1455.

[9] SANKARANARAYANAN R, JANC H, LAKSHMANAN M. Quantum dynamical echo in two-levelsystems[J]. arxiv: org/abs/nlin/050618vl, 2005, **8**(6): 1-6.

[10] SANKARANARAYANAN R, JANC H, LAKSHMANAN M. Dynamical echo in two-state quantum systems [J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2007, **33**(5): 1618-1624.

[11] ZHOU Bing-ju, LIU Xiao-juan, ZHAN Jie, *et al*. Control of the periodical quantum echo of atom bit with arbitrary initial states in two-photon channel [J]. *Journal of Communication*, 2012, **33**(03): 177-182.
周并举,刘小娟,詹杰,等. 双光子通道中任意初态原子比特周期量子回声的调控[J]. 通信学报, 2012, **33**(03): 177-182.

[12] ZHOU Bing-ju, LIU Xiao-juan, LIU Ming-wei, *et al*. Preparation and control for periodic quantum echo of atom bit via two-mode light field intensity-dependent coupling multiphoton channel[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(12): 1803-1808.
周并举,刘小娟，刘明伟,等. 与双模场依赖强度耦合下多光子通道中原子比特周期量子回声产生和调控[J]. 光子学报, 2011,**40**(12):1803-1808.

[13] ZHOU Bing-ju, LIU Xiao-juan LIU Yi-man. Preparation and control for atom periodic quantum echo via light field intensity-dependent coupling multiphoton channel [J]. *Journal of atomic and molecular physics*, 2011, **28**(05): 930-936.
周并举,刘小娟,刘一曼. 与光场依赖强度耦合多光子通道中原子周期量子回声的产生和控制[J]. 原子与分子物理学报, 2011, **28**(05): 930-936.

[14] TAVIS M, CUMMINGS F M. Exact solution for an n-molectde-radiation-field hamihonian[J]. *Physical Review A*, 1986, **170**(2): 379-384.

[15] HUANG Chun-jia, HE Hui-yong, ZHOU Ming, *et al*. Entropy evolution of field interacting with two entangled-atoms[J]. *Acta Physics Sinica*, 2006, **55**(04): 1764-1768.
黄佳春,贺慧勇，周明,等. 光场与纠缠双原子相互作用过程中的熵演化特性[J]. 物理学报, 2006, **55**(04): 1764-1768.

[16] CAI Xun-ming, ZOU Guang-long. Population inversion of two moving atoms in a cavity[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(06): 944-948.
蔡勋明，邹光龙. 运动双原子与腔场作用模型中原子布居的演化[J]. 光子学报,2011,**40**(06): 944-948.

[17] JIANG Dao-lai, REN Xue-zao, CONG Hong-lu, *et al*. Entanglement properties of two entangled atoms without rotating wave approximation[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(10): 1636-1640.
姜道来，任学藻,丛红璐，等. 非旋波近似下两纠缠原子的纠缠特性[J]. 光子学报,2010, **39**(10): 1636-1640.

Periodic Quantum Echo of Moving and Entangled Two-atom via Light Field Intensity-dependent Coupling

LIU Xiao-juan, ZHOU bing-ju, JIANG Chun-lei, PENG Zhao-hui, LIU Ming-wei
(*Department of Physics, Hunan University of science and technology, Xiangtan, Hunan* 411201, *China*)

Abstract: In this paper, the Tavis-Cummings(TC) model is generalized to simultaneously consider atomic motions and fields via intensity dependent coupling. Evolution of the fidelity of quantum states of entangled two-atom with motion interacting with light field via intensity-dependence coupling is investigated by means of the full quantum theory. The effects on the evolution of the fidelity of quantum states from the initial entanglement factor ϑ of the two-atom and the average photon number $\bar{n}$ and field-mode structure parameter p of the field are researched by numerical calculations. The formation rule of quantum echoes of two-atoms is analyzed, and its physical essence is revealed. The results show that period quantum echo of the two-atom is always produced in the case of field-mode structure parameter $p=1$, independent of light intensity $\bar{n}$ and the initial entanglement factor ϑ of the two-atom. Bell-state atoms can produce quantum echo with $2\pi/p$ cycle on the conditions of strongly coherent field, via changing the p of from 1 to any value less than 800. When $p\geqslant 800$, no matter what value of ϑ takes, the light field is a vacuum field, weakly coherent field or strong coherent field, the fidelity of quantum states of the two-atom is always 1, that is the first class Bell state-atoms is in the fidelity state continuously. But when the initial entanglement factor ϑ of two-atom is $3\pi/4$, no matter how both values of $\bar{n}$, p are, the fidelity of quantum states of the two-atom maintains 1, namely the two-atom is in the fidelity state of the second class Bell-state continuously. The conclusions show that the extension model has good properties of periodic quantum echoes of two-atom, and provides the theoretical parameters and physical carrier for high fidelity output of entangled two-atoms information and experimental implementation of quantum information processing in the noise environment.

Key words: Intensity-dependent coupling; Moving and entangled two-atom; Fidelity of quantum states; Periodic quantum echo