

doi: 10.3788/gzxb20124111.1297

# 基于遗传算法的全息光栅逆向优化设计

朱苏云, 张国斌, 刘正坤, 孔帅, 崔胜涛, 孙喆

(中国科学技术大学 国家同步辐射实验室, 合肥 230029)

**摘要:**光栅是单色仪的核心器件, 光栅的像差校正能力对单色仪性能有着决定性作用. 本文研究了基于光线追迹点列图数值分析的遗传算法实现, 建立了针对全息光栅成像质量的评价函数, 并利用遗传算法实现了全息光栅的优化设计. 结果表明, 利用遗传算法可以简化求解过程, 降低最优参量的误差, 并克服局部极值的问题, 明显优于阻尼最小二乘法.

**关键词:**全息光栅; 点列图; 遗传算法; 优化设计

**中图分类号:** O439      **文献标识码:** A

**文章编号:** 1004-4213(2012)11-1297-4

## 0 引言

同步辐射应用、空间光学等高端光谱仪器的需求促进了消像差光栅的发展<sup>[1-3]</sup>, 各种采用具有一定消像差能力的光栅为核心的单色器越来越普遍, 对消像差光栅的设计方法也提出了更高的要求. 目前国际上发展了三种消像差光栅单色仪的设计方法<sup>[4]</sup>, 即基于光程函数、基于 Chrisp 的波前像差理论法和点列图法. 其中, 点列图法基于对严格的光线追迹计算获得的点列图的数值分析, 建立光栅成像质量评价函数, 能够将所有影响像差的参量考虑进优化函数中去, 包括像差(包含到三级像差)、光栅照射面积、狭缝高度、光谱覆盖范围等等, 相比之下, 更具优越新、实用性. 国内对点列图方法的研究尚未见报道, 通常多采用基于光程函数的优化方法<sup>[5-8]</sup>.

本文主要介绍针对全息光栅的点列图基本数学过程和优化函数的选择方法及遗传算法求解非线性方程的应用, 以实现全息光栅的逆向优化设计. 遗传算法在搜索过程中既不受目标函数是否连续性的约束, 也没有目标函数必须能求导的要求, 而且具有很好的全局搜索能力, 可以克服其它方法中经常出现的局部极值问题, 能较好地处理复杂线性问题, 且基于遗传算法的点列图法具有更好的消像差能力.

## 1 点列图方法简介

### 1.1 光线追迹计算

如图 1, 设想一个配置了凹面全息光栅的模型单色仪. 直角坐标系  $xyz$  的原点为凹面全息光栅基

底的顶点,  $x$  轴指向光栅法线方向,  $z$  轴沿着过光栅顶点处刻槽切线方向. 单色仪入缝中心点  $A_0$  发出的光线被光栅顶点  $O$  衍射后于像平面交于  $B_0$ , 入缝上一点  $A(x, y, z)$  发出的光线被光栅上点  $P(\xi, \omega, l)$  衍射后与像面  $\Sigma$  交于点  $B$ . 设光栅顶点  $O$  位于第 0 条刻槽, 点  $P$  位于第  $n$  条刻槽, 像平面垂直于  $OB_0$ .  $C, D$  分别是全息光栅制作过程中曝光点光源所在位置, 位于  $XY$  平面内, 到  $O$  点的距离分别为  $r_C, r_D$ ,  $OC, OD$  与  $X$  轴夹角分别为  $\gamma, \delta$ .

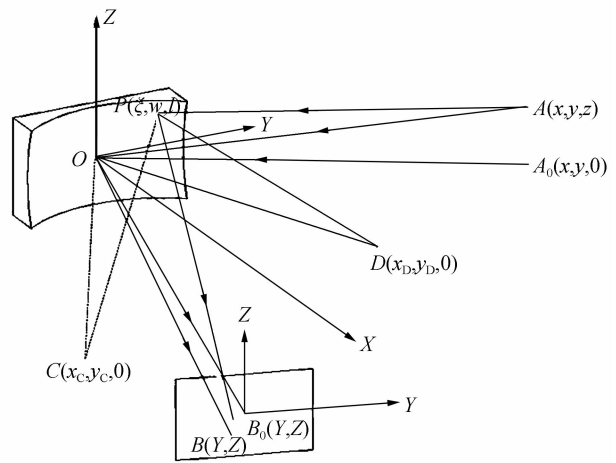


图 1 单色仪光路  
Fig. 1 Schematic of monochromator

为方便起见, 在像平面  $\Sigma$  中重新引入直角坐标系  $XYZ$ , 其中  $Y$  轴在  $xy$  平面上,  $Z$  轴平行于  $z$  轴, 根据光线追迹理论, 像点  $B(Y, Z)$  的坐标可以表示为

$$Y = \omega f_{100} + \omega^2 f_{200} + l^2 f_{020} + lz f_{011} + z^2 f_{002} + \omega^3 f_{300} + \omega l^2 f_{120} + \omega l z f_{111} + \omega z^2 f_{102} + O(\omega^4/R^3) \quad (1)$$

基金项目: 国家自然科学基金(No. 11105145, No. 11275205)和国家高技术研究发展计划(No. 2012CB922000)资助

第一作者: 朱苏云(1988-), 男, 硕士, 主要研究方向为同步辐射光学技术. Email: syzhu1988@mail.ustc.edu.cn

责任作者/导师(通讯作者): 张国斌(1967-), 男, 研究员, 主要研究方向为真空紫外光谱技术. Email: gbzhang@ustc.edu.cn

收稿日期: 2012-03-06; 修回日期: 2012-07-16

$$Z = z_{g_{001}} + l_{g_{010}} + \omega l_{g_{110}} + \omega z_{g_{101}} + \omega^2 l_{g_{210}} + l^3 g_{030} + l^2 z_{g_{012}} + \omega^2 z_{g_{201}} + O(\omega^4/R^3) \quad (2)$$

式中  $f_{ijk}$  和  $g_{ijk}$  具体表达式见文献[9].

### 1.2 评价函数建立

为了评价单色仪的成像质量,要建立一个合适的评价函数,它应该包含各种像差、光栅单色器的具体结构参量以及工作参量.为此选取评价函数  $Q^{[9]}$

$$Q = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} (\lambda) Q(\lambda) d\lambda \quad (3)$$

式中

$$Q(\lambda) = \frac{1}{WLH} \int_{-W/2}^{W/2} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-H/2}^{H/2} [(Y-\bar{Y})^2 + \mu Z^2] d\omega d\omega dz \quad (4)$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{WHL} \int_{-W/2}^{W/2} Y d\omega \quad (5)$$

式中,  $\lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max}$  确定了扫描范围,  $\epsilon(\lambda)$ 、 $\mu$  为权重因子,取值范围都在 0 和 1 之间;  $W$  和  $L$  是光栅的宽度和长度,  $H$  是入缝的高度. 该评价函数建立在对光线追迹点列图的数值分析基础之上,包含了与具体单色器结构参量和工作参量密切相关的所有像差.

实际应用中可以用扫描范围内选择有限个波长  $\lambda_i$  取代式(3),则评价函数可以简化为

$$Q = \sum_i \epsilon(\lambda_i) Q(\lambda_i) \quad (6)$$

一旦式(6)评价函数确立后,单色仪的优化设计就变的很直接了,对光学仪器参量和全息光栅曝光参量的优化过程可以直接归结为评价函数的最小化过程.在单色器结构参量、工作参量以确定的情况下,优化设计过程实际上就是求得最佳的全息曝光参量,亦即曝光光源  $C$ 、 $D$  的位置参量  $r_C$ 、 $\gamma$ 、 $r_D$ 、 $\delta$ .

## 2 基于遗传算法的全息光栅曝光参量优化

遗传算法(Genetic Algorithm,GA)是一种借鉴生物界自然选择和自然遗传机制的随机化搜索算法<sup>[10-11]</sup>,利用简单的编码技术和繁殖机制来表现难以用传统搜索方法解决的复杂和非线性的问题.通过随机选择、交叉和变异等遗传操作,使群体一代代进化到搜索空间中越来越好的区域,直至最优解.其固有的并行性和不易陷入局部最优的特点,使之非常适合于大规模搜索空间的寻优.

假设图 1 中模型单色仪的参量为:固定出入缝;固定包含角为  $2K = 174^\circ$ ;光栅到狭缝之间的距离  $r = r'_0 = 1\,914.522$  mm;入缝高度  $H = 1$  mm;波长扫描范围  $1.5 \sim 6.5$  nm;使用 +1 级衍射;全息记录波长:457.93 nm;球面光栅基底半径 38 000 mm,光栅

常量  $1/300$  mm;光栅有效大小  $W = 50$  mm,  $L = 30$  mm.待求曝光参量为  $r_C$ 、 $\gamma$ 、 $r_D$ 、 $\delta$ .

### 2.1 编码方式

把遗传算法应用于光栅曝光参量的优化中,首先要解决编码问题.在四个曝光参量中,  $\gamma$  和  $\delta$  具有相关性,即:中心线密度满足  $\sigma = \lambda_0 / (\sin \delta - \sin \gamma)$ ,其中  $\sigma$  为光栅常量,  $\lambda_0$  为激光波长,在特定的单色仪系统内,皆为常量.所以可以将整个优化函数减少为三个变量  $\gamma$ 、 $r_C$ 、 $r_D$ .根据遗传算法,每一组曝光参量可以利用如图 2 所示的代码串表示,每一个字段代表一个候选参量的状态.设定参量范围为:  $-80 < \gamma < 0$ ,  $0 < r_C < 25\,000$ ,  $0 < r_D < 25\,000$ ,  $\gamma$ 、 $r_C$ 、 $r_D$  三个参量的准确度分别为  $10^{-4}$  度、 $10^{-3}$  mm、 $10^{-3}$  mm,基因串总长度为 64.

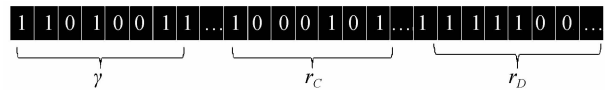


图 2 编码方式  
Fig. 2 Encoding

### 2.2 适应度函数

遗传算法中的目标函数为式(6),计算中,分别取权重因子  $\epsilon(\lambda_i) = 1$ ,  $\mu = 0$ ,则函数变为

$$Q = \sum_i \frac{1}{WHL} \int_{-W/2}^{W/2} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-H/2}^{H/2} [(Y-\bar{Y})^2] d\omega d\omega dz \quad (7)$$

由于,此目标函数的值域是非负的,且优化目标为求函数的最小值,故可以简单取种群中染色体的适应度等于其目标函数值.

### 2.3 GA 参量设定

本文采取的运行参量为:种群大小  $M = 60$ ;终止代数  $G = 350$ ;交叉概率  $P_c = 0.7$ ;变异概率  $P_m = 0.010\,94$ .达到最大进化代数以后,以进化过程中得到的具有最大适应度个体作为最优解.

## 3 遗传算法优化结果及其与阻尼最小二乘法的比较

表 1 是分别根据阻尼最小二乘法(Damped Least Squares, DLS)和遗传算法得出的曝光参量

表 1 曝光参量和优化函数值

Table 1 Exposure parameters and merit function value

Exposure parameters	Merit function value from DLS	Merit function value from GA
$\gamma/(\circ)$	-61.727 4	-69.686 3
$r_C/\text{mm}$	21 008.188	3 114.5
$\delta/(\circ)$	-48.016 2	-53.177 5
$r_D/\text{mm}$	9 513.894	4 808.7
Q	0.999 4	0.604 8

值和优化函数  $Q$  值. 图 3~图 6 分别是对应于上述两种优化算法得到的光栅的光线追迹计算点列图, 其中每一个像图由一千条光线得到, 下方对应的光斑分布是通过统计落在单位宽度为  $1\ \mu\text{m}$  的直条中

光斑点个数而得到. 表 2 是在不同波长下两种算法得到的每个点列图  $Y$  值的标准方差  $\sigma_Y$ , 由结果可以看出, 遗传算法得出的结果光栅成像质量明显优于最小二乘法的结果.

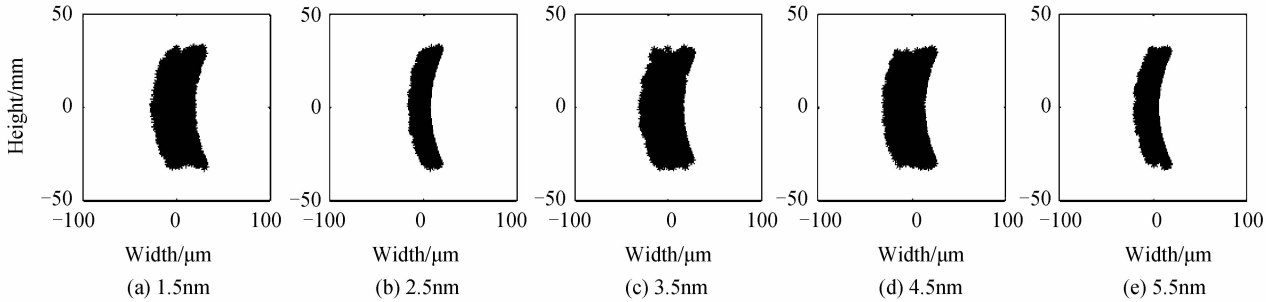


图 3 由文献[9]中阻尼最小二乘法得到的点列图  
Fig. 3 Spot diagrams by DLS from reference[9]

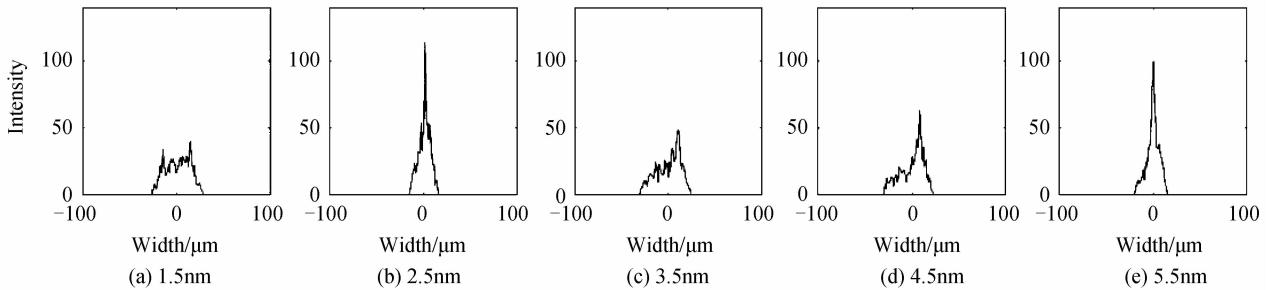


图 4 由文献[9]中阻尼最小二乘法得到的统计线图  
Fig. 4 Line profiles design by DLS from reference[9]

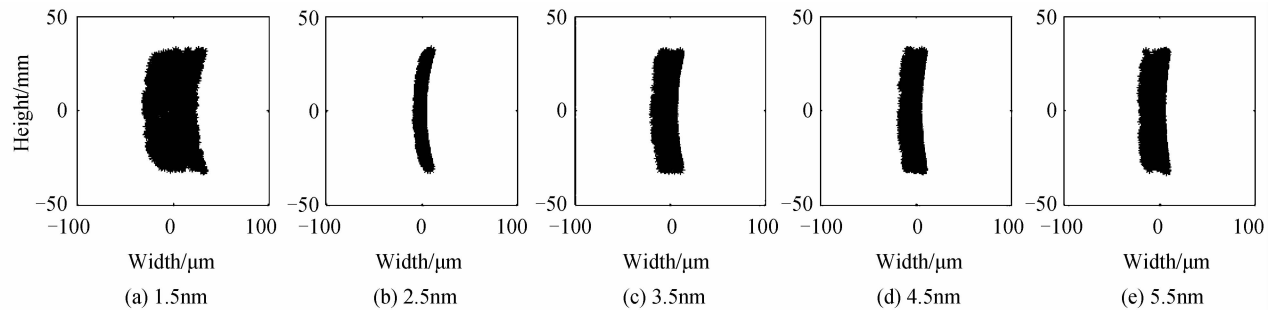


图 5 由遗传算法得到的点列图  
Fig. 5 Spot diagrams by GA

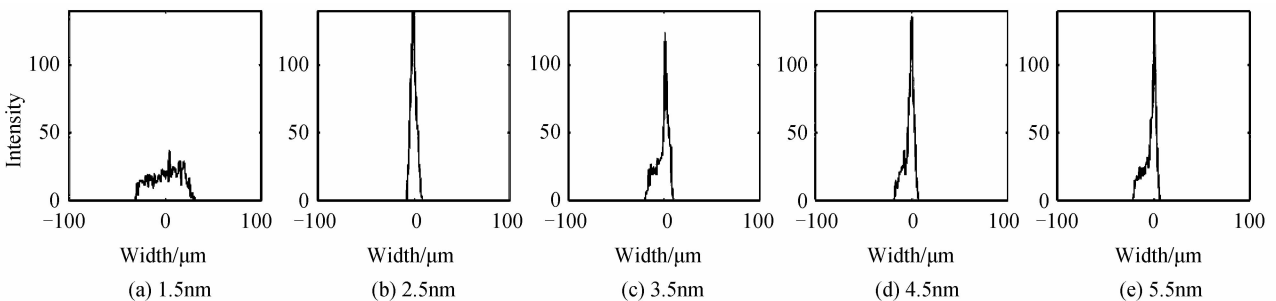


图 6 由遗传算法得到的统计线图  
Fig. 6 Line profiles design by GA

表 2 不同波长下 Y 的标准方差值

Table 2 Standard deviation of Y in different wavelengths

Wavelength/nm	$\sigma_Y$ from DLS	$\sigma_Y$ from GA
1.5	12.453 4	15.066 1
2.5	6.232 9	2.895 6
3.5	12.737 5	6.596 3
4.5	12.164 8	5.261 0
5.5	6.725 7	6.316 9

## 4 结 论

基于对严格光线追迹计算点列图的数值分析,得到了包含所有像差、单色仪结构及工作参量在内的全息光栅成像质量评价函数,并引入遗传算法实现了全息光栅的逆向优化设计.该方法具有如下特点:

1)利用该方法可以更加直观地看到光栅成像质量,并能将更多可能影响像差的因素考虑进优化函数中.

2)遗传算法具有全局搜索能力,可以克服其它算法中容易出现的局部最优解问题.

3)算法具有快速性,鲁棒性,并且易于扩展到更多参量的光栅优化问题.

### 参 考 文 献

- [1] KONG Peng, Bayanheshig, LI Wen-hao, *et al.* Effect of recording parameters error on imaging performance of type I holographic concave gratings [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(6): 843-846.  
孔鹏,巴音贺希格,李文昊,等. I型全息光栅制作误差对于光谱像的影响分析[J]. *光子学报*, 2011, **40**(6): 843-846.
- [2] LIN Xiao-dong, Wei Lehan. Design of the cylindrical grating VUV time-space resolved spectrometer [J]. *Acta Photonica Sinica*, 1999, **28**(11): 1011-1014.  
林晓东,魏乐汉柱. 面光栅 VUV 时空分辨谱仪设计[J]. *光子学报*, 1999, **28**(11): 1011-1014.
- [3] LOU Jun, FU Shao-jun, LIU Zheng-kun, *et al.* Study on position sensor of holographic variable line-space plane gratings [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(4): 655-658.  
楼俊,付绍军,刘正坤,等. 全息平面变间距光栅位移传感器研究[J]. *光子学报*, 2007, **36**(4): 655-658.
- [4] KOIKE M, NAMIOKA T. Merit function for the design of grating instruments [J]. *Applied Optics*, 1994, **33**: 2048-2056.
- [5] ZENG Jin, Bayanheshig, Li Wen-hao, *et al.* One step method to design concave holographic grating for monochromator [J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2011, **31**(9): 2586-2589.  
曾瑾,巴音贺希格,李文昊,等. 一步法设计单色仪凹面全息光栅[J]. *光谱学与光谱分析*, 2011, **31**(9): 2586-2589.
- [6] LOU Jun, XU Xiang-dong, LIU Ying, *et al.* Study on line-profiles of variable line-space plane gratings with holographic recording [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2006, **14**(1): 12-15.  
楼俊,徐向东,刘颖,等. 全息平面变间距光栅刻线弯曲程度分析[J]. *光学精密工程*, 2006, **14**(1): 12-15.
- [7] YANG Jiu-juan, WU Jiang-hong, LI Chao-ming. Novel aberration free beam sampling grating with optical path compensation [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2009, **21**(9): 1365-1369.  
杨玖娟,吴建宏,李朝明. 具有消像差和光程补偿功能的新型取样光栅[J]. *强激光与粒子束*, 2009, **21**(9): 1365-1369.
- [8] SHI Lun, HAO De-fu. Theory and applications of varied line2space gratings [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2001, **9**(3): 284-287.  
时轮,郝德阜. 变栅距衍射光栅的原理及应用[J]. *光学精密工程*, 2001, **9**(3): 284-287.
- [9] NAMIOKA T. Analytical representation of spot diagrams and its application to design of monochromators [J]. *Nuclear Instrument Methods A*, 1992, **139**: 219-227.
- [10] WANG Li-ping, ZHANG Li-chao. Design of aspheric mirror for panoramic imaging system using multi-population genetic algorithm [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2009, **17**(5): 1020-1025.  
王丽萍,张立超. 采用多种群遗传算法的全景成像系统非球面设计[J]. *光学精密工程*, 2009, **17**(5): 1020-1025.
- [11] 雷英杰,张善文. MATLAB 遗传算法工具箱及应用[M]. 西安:西安电子科技大学出版社, 2005: 62-117.

## Reverse Design Method of Holographic Grating by Genetic Algorithm

ZHU Su-yun, ZHANG Guo-bin, LIU Zheng-kun, KONG Shuai, CUI Sheng-tao, SUN Zhe

(National Synchrotron Radiation Laboratory, University of Science and Technology of China, Hefei 230029 China)

**Abstract:** A grating is a key component of the monochromators, and its aberration correcting ability is a decisive factor for the properties of the monochromators. In this paper, a spot diagram method with the genetic algorithm is studied. The genetic algorithm is applied to optimize the merit function for its strong ability to search the extremum of nonlinear functions. A comparison between this method and the damped least squares method is given, and the result shows that the proposed method is much superior to the damped least squares method.

**Key words:** Concave holographic grating; Spot diagrams; Genetic algorithm; Optimization design