doi:10.3788/gzxb20124110.1222

针对标定图像中 Harris 伪角点的自动修正算法

刘宁,卢荣胜,夏瑞雪,李琪

(合肥工业大学仪器科学与光电工程学院,合肥230009)

摘 要:针对 Harris 算子在提取标定图像中的特征点时可能出现的伪角点,提出了一种新的自动 修正算法.通过对伪角点邻域内图像进行 X 和 Y 两个方向上的一维亚像素扫描,然后用基于正交 距离的直线或曲线拟合算法计算两条边缘线条,最后用两边缘线条的交点来估计正确角点位置.本 文对机器视觉标定中的棋盘格图像进行大量实验,结果证明该方法具有较好的鲁棒性,达到了预期 的两个目的:1)修正图像中的伪角点;2)得到高准确度的亚像素角点.

关键词:Harris 算子; 伪角点; 自动修正

中图分类号:TP391.41 **文献标识码:**A

0 引言

基于灰度值相关运算的 Harris 算子是一种在 图像中提取角点的常用算法^[1],它简单易行,具有较 好的角点定位准确度和平移、旋转的不变性.在相机 标定中有大量应用^[2].由于 Harris 算子的准确度是 像素级的,因此一些学者在此基础上添加了一些后 续处理算法,能将定位准确度提高到亚像素级^[3].还 有一些学者对算子进行了改进,能提升 Harris 算子 的其它性能(例如抗噪能力)^[4].但目前为止,很少有 学者提出当角点检测结果出现错误时,应当如何处 理.由于 Harris 算子在计算前需要人工预先指定多 项参量,对特定条件下调试得到的合适参量,在测量 环境改变(照明条件改变、目标物体距离变化等)后, 完全可能是不合适甚至是错误的.对于特定环境下 的输入参量值,只有一个较小的容许范围.

本文旨在解决两个问题,一是去掉错误提取的 伪角点,找到伪角点附近的真实角点;二是对所有角 点进行亚像素计算以提高准确度.采用本文的角点 算法,在环境改变后,不需要反复调试合适的参量, 可以直接应用,特别适合于那些需要提取特征点进 行标定,但对参量与结果的关系了解不深的非专业 用户.

1 Harris 角点算法的特点

Harris 角点检测大致可分为 4 个步骤:1) 差分

文章编号:1004-4213(2012)10-1222-8 算子计算水平、垂直一阶导数;2)对水平垂直导数及 二者乘积进行高斯滤波;3)计算角点量兴趣值;4)非 极大值抑制和角点阈值判别.针对不同的图像,在上 述的几个步骤中,需要指定不同的参量:在第一步 中,需要指定差分算子的模板宽度(常用的是3×3 模板,例如 Sobel 模板);在第二步中,需要指定高斯 滤波的标准差σ;在第四步中,需要指定非极大值抑 制的模板半径 r 和最终确定角点的兴趣值的阈值 threshold. 对某幅具体的图像, 若指定的参量不合 适,则会带来以下几个后果:1)提取的角点过多或过 少;2)角点位置发生偏移;3)在理想角点位置的附近 出现两个(或多个)伪角点,如图1中箭头位置所示. 对于第一种情况,可以通过增大或减小阈值来调节; 对于第二种情况,往往是高斯滤波标准差σ过大导 致,可减小 σ 来消除;对于第三种情况下的伪角点是 最难处理的,需要综合调整4项参量来消除.



图 1 伪角点示意图 Fig. 1 A view of false corners

基金项目:国家自然科学基金(No. 50875074)和国家高技术研究发展计划(No. 2009AA04Z114)资助 **第一作者**:刘宁(1982-),男,博士研究生,主要研究方向为精密测量中的数字图像处理技术。Email:longredhair@163.com. 收稿日期:2012-03-16;修回日期:2012-05-29

2 伪角点的修正

因为单独调整 threshold 或 σ 中的一项来消除 上一节所述的前两个后果较为容易,所以本文重点 解决出现伪角点的情况,伪角点通常是由于图像质 量不高,在理想角点位置存在局部模糊导致,它特别 容易出现在黑白矩形角连接处.

伪角点的特点是:出现在真实角点的附近,与真 实角点的几何距离短,并且对于由同一个真实角点 产生的多个伪角点,彼此之间距离也较近.然而对某 些图像来讲(例如黑白棋盘标定板图像),真实角点 彼此之间的距离不可能像伪角点之间那么短.根据 这个特点,可以用搜索算法判别哪些角点是伪角点: 对于 Harris 算子检测得到的点序列,遍历每个点, 计算当前遍历点与其余点的几何距离,若距离小于 某阈值,则认为两点配成一个伪点对,其过程如图 2 所示;遍历完成后,将其中交集不为零的多个伪点对 合并成为一个伪点组.每一个伪点组存在两个点或 多个点.对于每个伪点组,计算其质心(x_e, y_e),作为 寻找亚像素级真实角点的初始定位加入到已有 n 个 点中,同时从角点结果序列中删除所有伪点组对应 的每个角点.随后,以每个初始位置为中心,取一定 半径内的邻域图像作为子图像,例如取该角点初始 位置周围 10×10 像素的图像作为子图像,子图像的



图 2 伪角点修正流程

Fig. 2 Flow chart of false corner correction 半径应人工指定,一般取小于棋盘格边长的值.通过 分析该子图像中的边缘来确定真实角点的位置.

对于这种方法,角点间距离小到何种程度才被 判断为一对伪点,必须指定一个阈值.但是由于相机 二维图像与空间世界坐标系的关系是投影变换关 系,在图像中距离极近的点,在空间中可能距离较 远,因此,不能简单地取全局像素阈值(例如小于 5 像素)如图 3(c)、(e)中标定板倾斜较大的图像.实 验中给定的阈值应为实际空间物理距离(例如小于 5 mm),图像中角点应换算到空间坐标系下,通过计 算其物理距离来确定是否为伪点.



图 3 估算摄像机外参矩阵时采用的一些特征

Fig. 3 Some features used to estimate external parameters of camera

对于标定板来说,有一些特征是用来将标定板 与背景分离开来的,如图 3(a)、(c)、(e)中的标定板 周围的白边和黑框,用于帮助分割出图 3(b)、(d)、 (f)中的标定区域.图中黑框与外部白边之间有4个 角点,与内部白底之间也有4个角点,这8个角点属 于单拐点,有别于内部矩形块之间的连接点,由于形 状的关系,它本身出现伪角点概率很低,并且彼此距 离较远,即使出现伪角点也能轻易发现并找到真实 角点,我们将其认为是较稳定的点.另外,在标定板 中间有2个白圆和1个黑圆,这三个圆是用来在标 定中确定靶标坐标系以及将特征点与世界坐标点一 一对应的,它可能通过椭圆拟合法找到中心,它不存 在伪角点,也认为是较稳定的.在这里拿这11个点 来作别的用途:估算外参矩阵.

单次成像中相机内部参量是不变的,而靶标的 特征角点是共面的,相机的内参矩阵可以用厂家提 供的相机参量进行估算,内参矩阵表示为

$$A = \begin{bmatrix} a_{x} & \gamma & u_{0} \\ 0 & a_{y} & v_{0} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(1)

由于是估算,设不垂直因子 γ=0,不考虑相机 畸变,内参矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} a_x & 0 & u_0 \\ 0 & a_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{dX} & 0 & u_0 \\ 0 & \frac{1}{dY} & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (2)$$

因此估算出 A,其中 dX、dY、f 由相机参量可知, $(u_0, v_0) = (w/2, h/2)$,其中 w 和 h 为图像宽高.

不失一般性,设世界坐标系原点为靶标平面中 心,世界坐标系 *x* 轴和 *y* 轴的方向与靶标 *xy* 轴方 向一致.任意角点的世界坐标 *z*_{ui}=0,世界坐标点与 图像坐标点的对应关系为

$$s \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A} (\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{r}_3 \quad \mathbf{t}) \begin{bmatrix} x_{\omega i} \\ y_{\omega i} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A} (\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{t} \quad) \begin{bmatrix} x_{\omega i} \\ y_{\omega i} \\ 1 \end{bmatrix}$$
(3)

令 $H = (h_1 \ h_2 \ h_3) = A(r_1 \ r_2 \ t)$,将式(3) 表示为 $\tilde{sm} = H\tilde{M}$, $H \ge 3 \times 3$ 的矩阵, f = 9 个未知数, 但只有 8 个独立参量, 如式(3),每一组对应的世界 坐标点与图像点提供 2 个方程,至少要 4 组这样已 知的点可以计算出 H, 计算时采用最小二乘法, 通过 使 min $\Sigma \parallel m_i - \tilde{m}_i \parallel$ 得到 H, 求出 $H \subseteq R$, 图像的外 参量为 $r_1 = A^{-1} h_1$, $r_2 = A^{-1} h_2$, $r_3 = r_1 \times r_2$, $t = A^{-1} h_3$. 再加上约束条件 $z_{\omega i} = 0$, 对于任意两个图像 角点 $\tilde{m}_i = (u_i, v_i, 1)^{T}$ 和 $\tilde{m}_j = (u_j, v_j, 1)^{T}$, 由式 $s \tilde{m} = A(R \ t) \tilde{M}$ 计算 其 对应的世界 坐标 $\tilde{M}_i = (x_{\omega i} \ y_{\omega i} \ 0)^{T}$, 两点的空 间距离为 $d_{ij} = \sqrt{(x_{ai} - x_{aj})^2 + (y_{ai} - y_{aj})^2}$. 假设空 间距离小于阈值 d = 5 mm 的一对点是伪角点,则可 以用 \tilde{m}_i 和 \tilde{m}_j 来计算出物理距离 d_{ij} ,与 d 进行比 较. 这样,就达到了采用三维物理距离阈值,而不是 二维平面图像像素阈值的目的.

对于其它的标定图像,只要找到4个这样的对 应点,就可以进行这样的运算,在标定过程中,这样 的对应点一般总是能找到的.例如图4中的另一种 标定板,也能找到黑框周边5+4=9个点进行运算.



3 一维搜索法寻找拟合点

对于每个子图像,分别在该图像的 X 和 Y 方向 上进行一维亚像素边缘检测,得到亚像素准确度的 拟合点.检测的方法为:以 X 方向上为例,对于图像 每一行的灰度值,若令其灰度分布为 f(x),对于定 义域内某点 x₀ 若要满足 f(x₀)=LocalMax,由极 值的必要条件,必然满足

 $\mathrm{d}f[x_0]/\mathrm{d}x_0=0.$

同时满足

$$\frac{d^{2} f(x_{0}^{-})}{(dx_{0}^{-})^{2}} \times \frac{d^{2} f(x_{0}^{+})}{(dx_{0}^{+})^{2}} < 0$$
(4)

因此可以通过求二阶导数过零点来寻找局部极 值. 在处理之前,先要对原函数 f(x)进行一维高斯 滤波,设高斯滤波标准差为 σ ,则滤波后函数为 h(x) = f(x) * g(x).滤波的目的是为了滤除图像 灰度曲线中的高频分量,避免求一阶导数极值时出 现过多局部极值干扰运算,如图 5,图 5(a)是原始灰





图 5 原始灰度曲线与滤波 Fig. 5 Orginal gray profile and filter

度曲线,图5(b)是滤波后曲线与其一阶导数曲线, 可观察到一阶高频非局部极值得到了有效抑制. σ 取得过小或过大都不好,取值范围应为 0.4 $\ll \sigma \ll$ 10,一般可取典型值 $\sigma = 1$.

由于图像灰度序列是离散函数 F_i(i=1,2… n),令滤波后序列为 H_i,本文采用三次样条函数插 值^[5]的方法,求各离散点处的一阶和二阶导数序列, 分别为 H_i和 H_i,然后遍历 H_i,寻找二阶导数对,使 之满足上式,根据图像的实际情况,只取所有正过零 点,或者负过零点.如图 6 所示,实线为图像灰度曲 线,虚线为其一阶导数,点划线为二阶导数,竖直方 向虚线代表二阶导数过零点位置,对应一阶导数极 值和灰度曲线边缘.



图 6 灰度曲线的一阶、二阶导数和二阶过零点

Fig. 6 1st, 2nd order derivatives and its cross zero points 随后,根据图像来求一维搜索,存在过零点的区

间 (x_n, x_{n+1}) ,计算

$$x = x_n - \frac{x_{n+1} - x_n}{h'(x_{n+1}) - h'(x_n)} f(x_n)$$
(5)

若 $x < (x_n + x_{n+1})/2$,则取三点 x_{n-1}, x_n, x_{n+1} 进行二次曲线拟合,否则取 x_n, x_{n+1}, x_{n+2} ,二次曲线 公式为 $y = l(x) = ax^2 + bx + c$,三点不会出现矛盾 方程,设三点分别为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3),$ 故 直接解得

$$a = -\frac{-x_2 y_1 + x_3 y_1 + x_1 y_2 - x_3 y_2 + x_1 y_3 + x_2 y_3}{(-x_1 + x_2) (x_2 - x_3) (-x_1 + x_3)}$$

$$b = -\frac{x_3^2 \left(-y_1 + y_2\right) + x_2^2 \left(y_1 - y_3\right) + x_1^2 \left(-y_2 + y_3\right)}{\left(x_1 - x_2\right) \left(x_1 - x_3\right) \left(-x_2 + x_3\right)}$$
(6)

根据 l'(x) = 2ax + b = 0,得极值点的位置为 x = -b/2a,极值点(驻点)位置往往不止一个,取其 中最大值.

设子图像的行数为 *m*×*n*,采用上面的方法遍历 子图像上每一行,得到 *m* 个亚像素最强边缘点,将 其作为以 *y* 方向为主方向分布的边缘拟合点.同 理,遍历每一列,得到 *n* 个以*x* 为主方向分布的亚像 素拟合点.

4 正交直线拟合法求角点

根据投影定理,空间中任一平面上的直线在图 像上的投影仍是直线.对于所取邻域较小且图像中 角点为实际直线相交的情况,采用基于正交距离的 直线拟合法比二次曲线拟合法准确度更高,这种方 法适用于需要提取标准角点的场合,例如标定、校正 镜头畸变等.根据正交距离的定义和最小二乘法原 理^[6],下面给出拟合的方法和步骤(其中粗体字母代 表向量):

对给定点 $x = (x, y)^{T}$,到直线 { $x \mid x = x_{0} + tv_{0}$, $t \in R$ }的欧氏距离平方为 $d^{2} = || x - x_{0} ||^{2} - \langle x - x_{0}, v_{0} \rangle^{2}$,由最大似然估计和高斯分布模型,得到拟 合的优值函数为

$$f(\mathbf{x}_{0}, \mathbf{v}_{0}) = \sum (\|\mathbf{x}_{i} - \mathbf{x}_{0}\|^{2} - \langle \mathbf{x}_{i} - \mathbf{x}_{0}, \mathbf{v}_{0} \rangle^{2}) \rightarrow \min$$

$$(7)$$

由极值必要条件^[7]和向量微积分基本法则^[8]

$$0 = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}_0} = n\mathbf{x}_0 - \sum \mathbf{x}_i - n\mathbf{v}_0^{\mathsf{T}} \mathbf{x}_0 \mathbf{v}_0 + \sum \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0^{\mathsf{T}} \mathbf{x}_0$$

対 寺式 内辺 际 以
$$n$$
 , 内 论 加 腓 侍
 $\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_0 + t \mathbf{v}_0$

故得到拟合直线必过点集的质心的结论. 根据 这一结论将问题转化为求

$$f'(\mathbf{v}_0) = \sum \langle \mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{v}_0 \rangle^2 \rightarrow \max$$
(9)

$$\ddagger \mathbf{h} \ddagger \mathbf{h} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_i, i = 1 \cdots m \end{pmatrix}, \diamondsuit$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 - \mathbf{x} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_m - \bar{\mathbf{x}} \end{pmatrix}$$
(10)

称 **D** 为设计矩阵,令 **S** = **D**^T**D**,称 **S** 为散射矩阵.即求

 $f'(\mathbf{v}_{0}) = \langle \mathbf{D}\mathbf{v}_{0}, \mathbf{D}\mathbf{v}_{0} \rangle = \mathbf{v}_{0}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}\mathbf{v}_{0} = \mathbf{v}_{0}^{\mathrm{T}}\mathbf{S}\mathbf{v}_{0} \rightarrow \max \quad (11)$ $\vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \begin{cases} f'(\mathbf{v}_{0}) = \mathbf{v}_{0}^{\mathrm{T}}\mathbf{S}\mathbf{v}_{0} \rightarrow \max \\ & \\ \| \mathbf{v}_{0} \| = 1 \end{cases} \quad (12) \end{cases}$

由拉格朗日乘数法^[9]解得

$$\mathbf{S}\mathbf{v}_0 = \lambda \mathbf{v}_0 \tag{13}$$

若求 v_0 使 $f'(v_0)$ 取极值,必然满足 v_0 为矩阵 *S* 的特征向量,λ 为对应的特征值,又 $||v_0|| = 1$,故得

 $f'(\mathbf{v}_0) = \mathbf{v}_0^{\mathrm{T}} \mathbf{S} \mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_0^{\mathrm{T}} \lambda \mathbf{v}_0 = \lambda \| \mathbf{v}_0 \|^2 = \lambda$ (14)

这表明 $f'(v_0)$ 在驻点处的函数值等于矩阵 **S** 与 v_0 对应的特征值 λ .

对于给定点集 { $x_i = (x_i, y_i)^T$ },先求其质心 $\bar{x} = (\bar{x}, \bar{y})^T$,再构建其散射矩阵 S,求 S 的所有特征值 和特征向量,其中最大特征值 λ 及对应的单位特征 向量 $v_0 = (\alpha, \beta)^T$ 即为拟合得到的直线主方向. 直线 可以表示为

 $\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + t \mathbf{v}_0 \tag{15}$

在求出 X 方向直线和 Y 方向的直线后,求两直 线的交点即得亚像素的实际角点位置. 拟合的两方 向直线与交点如图 7 所示.



图 7 正交直线拟合求角点图 Fig. 7 Get corner from crossover point of 2 lines

5 二次曲线拟合法求角点

对于所取邻域较大且图像中角点为曲线边缘相 交的情况,宜采用曲线拟合求交点的方法,例如图 6 (a)中情况.其基本流程类似于直线拟合求交点.在 这种情况下,对 X 和 Y 两个方向上的亚像素边缘序 列,分别进行曲线拟合,采用的曲线原型为绝对二次 曲线

 $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f \quad (16)$

若采用齐次坐标表示 $x = (x, y, 1)^{T}$,绝对二次 曲线可以表示为 $f(x) = x^{T}Bx$,其中 B 为对称矩阵. 先求其主方向,求法与基于正交距离的直线拟合法 相同,设求得结果为 $v_{0} = (v_{mx}, v_{my})^{T}$,令其垂线方向 为 v,根据条件 $\langle v_{0}, v \rangle = 0$ 且满足 $||v_{0}|| = ||v|| = 1$, 可得 $v = (v_{x}, v_{y})^{T}$.此方向即为距离方向,对任意一 点 $x_{i} = (x_{i}, y_{i})^{T}$,求其到曲线的距离平方,根据条件

$$\begin{aligned} x &= x_i + tv_x \\ y &= y_i + tv_y \\ f(x, y) &= 0 \end{aligned}$$
 (17)

解得

$$\sum_{i=1}^{2} \left[(dv_{x} + ev_{y} + 2av_{x}x_{i} + bv_{y}x_{i} + bv_{x}y_{i} + 2cv_{y}y_{i}) \pm \sqrt{\Delta} \right]^{2} \right] / \left[4(av_{x}^{2} + bv_{x}v_{y} + cv_{y}^{2})^{2} \right]$$

式中

$$\Delta = (dv_x + ev_y + 2av_xx_i + bv_yx_i + bv_xy_i + 2cv_yy_i)^2 - 4(av_x^2 + bv_xv_y + cv_y^2)(f + dx_i + ax_i^2 + ey_i + bx_iy_i + cy_i^2)$$

对 t_i 的两个解,取 $t_i \ge 0$ 且与 min $\{t_i^2\}$ 相对应的解. 使用高斯牛顿法^[10]求使 $\Sigma t_i^2 \rightarrow$ min 的非线性最小二 乘解. 在求得两个方向上的曲线 $f_1(x,y)$ 和 $f_2(x,y)之后,求二者的交点,即可得亚像素的真实$ 角点位置.我们对图 8(b)中的图像进行二次曲线拟合,得到图 8(c)中的分段相交曲线,进行得到图 8(d)中的亚像素交点.



6 实验

为了证明本方法的稳定性,采用 Matlab 编写程 序进行实验.除了给出伪角点数量下降的指标外,在 计算完成后,还根据标定板图像中角点的图像坐标 反算世界坐标.由于系统误差和伪角点的存在,反算 结果与角点理想世界坐标不可能绝对吻合,用该相 机在同种情况下采集到的同组图像,用未做伪角点 校正的 Harris 算法和本文方法(见图 9)进行比较, 将反算位置与理想位置作距离平方和运算,计算标 准差 σ(σ 越大则准确度越差,可以用来评估准确 度).用不同情况下的图像进行三组实验.由于是同



图 9 本文算法主要流程

Fig.9 The flow chart of the main algorithm in this paper 组数据,含有相同的系统误差,因此其比较可以说明 本文方法可以降低算法带来的误差.

实验一:图 10(a) 是一幅机器视觉彩色伪随机 编码投影系统采集的图像^[11],图像尺寸为 400× 400,理想角点位置为各方格的顶点.经过灰度化后, 取高斯滤波 σ =1.3、阈值 $T_{\text{threshold}}$ =500、非极大值抑 制半径 R_{radius} =3,进行 Harris 角点检测.该参量并 非最优的,最优的参量约为 σ =1.1, $I_{\text{threshold}}$ =650,结 果如图 10(b),可以看到在结果中出现了大量伪角 点(如图 10(b)中圈所示),并且许多角点定位也不 准确.



图 10 伪随机编码投影图像角点提取实验 Fig. 10 Experiment of extracting corners from pseudorandom color encoded projection image

经过本文的伪角点搜索算法校正之后,结果如 图 10(c)所示,可以看到伪角点已得到有效去除.图 10(d)为经过子图像亚像素计算后的结果,可以看到 伪角点已与理想角点精确吻合,其中伪角点数量减 少 93.75%,提取结果与理想点的σ差异下降 74.11%. 所取每个子图像半径为 10×10, Harris角 点算 法 耗 时 18.07 ms, 后 续 修 正 算 法 耗 时 607.27 ms.

| | 表1 伪角点修正实验1 |
|---------|--------------------------------------------------------|
| Table 1 | The first experiment result of false corner correction |

| Mathada | Harris corner | False corner |
|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--------------|
| Methods | detection | correction |
| Number of false corners | 16 | 1 |
| σ : Difference between result | 1.922 4 | 0.4977 |
| Number of false corners σ : Difference between result with ideal points | 16 $1.922 4$ | 0.4 |

实验二:图 11(a)是一幅视觉检测中伪随机阵 列在石膏人像上的投影^[12],图像尺寸为 800×640, 经过灰度化后,取高斯滤波 σ =1.5、阈值 $R_{threshold}$ = 800、非极大值抑制半径 R_{radius} =3,进行 Harris 角点 检测.该图像灰度分布不均,要想不漏掉低对比度角 点,伪角点是不可避免的.结果如图 11(b),同样可 以观察到图中有大量伪角点,经过伪角点修正的结 果如图 11(c),本算法得到的亚像素角点如图 11 (d),修正伪角点时使用的是曲线拟合,其中伪角点 数量减少 58.82%.理想点坐标由相机自标定计算, 自标定结果反算的 σ 差异下降77.62%.所取每个子 图 像 半 径 为 10×10, Harris 角 点 算 法 耗 时 76.35 ms,后续修正算法耗时645.23 ms.



图 11 自标定图像角点提取实验

Fig. 11 Experiment of extracting corners from selfcalibration image

表 2 伪角点修正实验 2 Table 2 The second experiment result of false corner correction

| Mathada | Harris corner | False corner |
|-----------------------------------------------------------|---------------|--------------|
| Methods | detection | correction |
| Number of false corners | 17 | 1 |
| σ : Difference between result with ideal points | 1.703 3 | 0.381 2 |

实验三:图 12(a)是一幅用于张正友摄像机标 定方法的 2D 平面靶标图像,图像尺寸为 400×400, 该图像是一张真实的复杂场景,该实验中使用了伪 角点的空间距离计算.取高斯滤波 σ =1.2、阈值 $T_{threshold} = 600、非极大值抑制半径 <math>R_{radius} = 3$,进行 Harris 角点检测.该参量同样不是最优的,结果图 像为图 12(b),去除伪点图像为图 12(c),亚像素角 点的结果为图 12(d).可以看到算法在去除伪角点 功能上有明显效果,其中伪角点数量减少85.71%. 理想点坐标在标定前是已知的,系统标定后反算得 到的结果与理想点的 σ 差异下降64.76%.所取每个 子图像半径为 10×10, Harris 角点算法耗时 15.42 ms,后续修正算法耗时265.68 ms.

表 3 伪角点修正实验 3 Table 3 The third experiment result of false corner correction

| Methods | Harris corner detection | False corner correction |
|--------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| Number of false corners | 7 | 1 |
| σ : Difference between result | 0.750 0 | 0.264 3 |
| with ideal points | | |





(a) Orginal image





(b) Harris detection result



(d) Sub-pixel corner result

(c) Correction result

图 12 基于 2D 平面靶标的摄像机标定图像(张正友方法) Fig. 12 Image for 2D planar board camera calibration (Zhang's method)

7 结论

本文针对 Harris 角点提取算法中产生的伪角 点,根据其产生原因和分布特点,给出了伪角点的定 位消除以及估算真实角点方法,该方法可以获取高 准确度的亚像素角点.

在本文方法的后续数据处理中,给出了两种路 线:一种适用于标定板等含有直线相交角点的情况, 这种方法准确度较高,但要求角点附近图像是共面 的;另一种方法具有较普遍的应用范围,但准确度不 如第一种方法.在用靶标标定时应采用第一种方案 以获得更高准确度,在标定之后的测量时应采用第 二种方案.大量实验结果表明本文的算法具有较好 的鲁棒性和较高的准确度.

参考文献

- [1] CHRIS Harris. Geometry from visual motion [M]. Active Motion, Cambridge: MIT Press, 1992; 263-284.
- [2] WANG A-ni, MA Cai-wen, LIU Shuang, et al. Infraredvisual images automatic registration based on corners [J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(12): 3328-3332.
 王阿妮,马彩文,刘爽. 基于角点的红外与可见光图像自动配 准方法[J]. 光子学报, 2009, 38(12): 3328-3332.
- [3] ZHANG Zheng-you. A flexible new technique for camera calibration, pattern analysis and machine intelligence [J]. IEEE Transactions, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [4] TISSAINAYAGAM P, SUTER D. Assessing the performance of corner detectors for point feature tracking applications[J]. *Image and Vision Computing*, 2004, 8(22): 663-679.
- [5] BURDEN R L, FAIRES J D. Numerical analysis[M]. 9th ed. Kentucky: Brooks Cole, 2010: 248-249.
- [6] BEVINGTON P, ROBINSON D K. Data reduction and error analysis for the physical sciences [M]. 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 2002: 180-182.
- [7] PIERRE de Fermat, Fermat's theorem (stationary points), http://en.wikipedia.org/wiki/Fermat.
- [8] MA Zhi-en, WANG Mian-sen. Fundamental mathematical analysis for engineering[M]. Book II, 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 2006: 90.
- [9] VAPNYARSKII I B. Lagrange multipliers of Michiel, Encyclopaedia of Mathematics, Hazewinkel: Springer, 2001: 137.
- [10] JORGE N, STEPHEN W. Numerical optimization[M]. New York: Springer, 1999: 354-359.
- [11] ZHANG Yong-bin, LU Rong-sheng, FEI Ye-tai. Multicolor pseudo-random array pattern projector and its calibration[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2004, 36(1): 59-63.

张勇斌,卢荣胜,费业泰.机器视觉中彩色伪随机编码投影 系统及标定[J].哈尔滨工业大学学报,2004,**36**(1):59-63.

[12] JIANG C, LU R S, ZHANG Y B. Application of multicolor pseudo-random encoded array for active visual inspection[J]. *Industrial Measurement*, 2005(4): 10-12.
姜晨,卢荣胜,张勇斌. 伪随机阵列和 Harris 角测量在视觉 检测中的应用[J]. 工业计量, 2005(4): 10-12.

A Novel Self-correcting Algorithm for False Corner of Harris Operator on Calibration Image

LIU Ning, LU Rong-sheng, XIA Rui-xue, LI Qi

(School of Instrument Science and Opto-electronics Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: A novel method is depicted in this paper to handle the probably existed false corners from the feature extraction on calibration image using Harris operator. It performs x and y directional sub-pixel scans in the neighborhood of false corners respectively, then line fitting or curve fitting method based on orthogonal distance is employed to compute the intersection of two edge lines for the purpose of replacing the location of false corner. A lot of experiments on the images of chessboard for machine calibration show that the method is of robustness, and achieve two expectant objectives: 1) amend false corners in result; 2) get the sub-pixel level corners of high accuracy.

Key words: Harris operator; False corner; Self-correcting