doi:10.3788/gzxb20124110.1205

液体对微振动的放大效应

苗润才,王文成,许佳婷,谢甜

(陕西师范大学物理学与信息技术学院,西安 710062)

摘 要:根据表面波声光效应的原理,实验上建立了固体表面微振动的激光衍射测量系统.当激光 斜入射到微振动引起的液体表面波上,观察到了清晰、反衬度非常高的衍射图样.利用 MATLAB 软件对拍摄的衍射图样进行扫描,得到了衍射光斑的光强分布图,并根据衍射图样宽度与表面波振 幅的解析关系式,求出了液体表面波的振幅,其大小在微米量级.改变样品池中液体的深度,测得不 同深度下液体表面波的振幅,给出了表面波振幅与液体深度之间的解析关系,并发现了液体对微振 动的放大效应.利用液体对微振动的放大效应,求出了固体表面微振动的振幅,实现了固体表面微 振动的探测.

关键词:微振动;振动放大;衍射;液体深度 中图分类号:O436.1 **文献标识码**:A

0 引言

液体表面波特性分析可以有效地探测液体表面 的物理性质,在流体力学、海洋学、雷达探测等方面 已有广泛应用[1-5]. 早在 1979 年, Weisbuch 等人首 次实现了液体表面波的光衍射,并以此建立了表面 特性的光学测量方法[6],从而奠定了用光学方法研 究液体表面波及表面物理性质的基础.对于液体表 面波,文献[7]成功地实现了低频液体表面波的光衍 射,利用激光衍射法将探测的表面波频率下沿到几 百赫兹,实验上得到了反衬度非常高的衍射图样^[8]. 对于几十赫兹的液体表面波,文献[9]建立了激光干 涉测量方法,得到了很好的效果.对于频率小于几赫 兹的液体表面波,因为其波长比扫描激光光斑大得 多, P.Y. Lee 等人采用激光表面波斜率扫描技术研 究了这一频段的液体表面波[10].在海洋波研究方 面,A. Hayir 曾研究了 19个海洋区域,建立了序列 型的探测函数分析海洋底部运动时海洋深度对海浪 振幅的影响^[11]. M. I. Todorovska 等人研究了海底 上升后振动扩散导致的波浪放大机理,说明了海底 下陷和滑坡等变化对海啸浪高的影响[12-14].在浅水 波研究方面, M. Belzens 等人利用光学的方法, 测量 了浅水中激发所产生的液体表面波振幅[15-17],但几 乎没有人研究过在浅水中,水底振动时水深对水表 面波振幅的影响.

文章编号:1004-4213(2012)10-1205-6

本文利用表面波干涉原理,发现了液体中微振 动的放大效应,并测量了放大系数,给出了放大系数 随液体深度的变化规律.建立了固体表面微振动振 幅的测量方法.

1 实验装置

如图 1 所示,实验装置由五部分组成,包括振 源、样品池、光源、光电检测系统和数据处理系统.振 源是由一圆柱形激发重锤,质量约为 0.5 kg,由电 磁继电器控制,从 1.5 cm 高度自由下落到实验平台 上.重锤与平台台面发生碰撞,碰撞后使平台台面产 生振动,该振动传到样品池底部.样品池为 370× 290×190 mm³的水槽,其四周贴有一层减振膜,样 品池中盛有一定高度的蒸馏水,且水深可以调节.样 品池底部的振动,通过蒸馏水的传播,在水表面上形 成表面波.光源为He-Ne激光器,波长为 632.8 nm. 其发射的激光束经过滤光片后直接照射到样品池中 的液体表面上,激光束的光斑直径约为 2.4 mm.因



图 1 实验装置 Fig. 1 Schematic diagram of experimental setup

基金项目:陕西省重大科技创新专项资金(No. 2010ZKC01-18)和陕西省自然科学基金(No. 2010JM1003)资助 第一作者:苗润才(1957-),男,博导,博士,主要研究方向为声光理论及技术.Email: rcmiao@snnu.edu.cn 通讯作者:王文成(1984-),男,硕士研究生,主要研究方向为液体表面波的光学检测.Email: wangwencheng2012@163.com 收稿日期:2012-04-09;修回日期:2012-06-01

为激光束斜入射在液体表面,所以液面上入射光斑 为一椭圆形,其长短轴分别为80 mm 和 2.4 mm.入 射角为 1.538 rad. 当激光束入射在液体表面上后, 经表面波调制,其反射光束在观察屏上形成衍射图 样.入射光点与观察屏间的距离为 8.5 m.在观察屏 上可以观察到清晰的衍射图样.用 CCD 作光电检测 系统检测衍射图样,CCD 型号是 Pike F-421B,图样 采集速度为每秒 16 幅,并将数据直接输入计算机. 在计算机上可以显示、储存、处理衍射图样.

2 理论分析

实验原理如图 2 所示.虽然实际中液体表面粒 子运动较为复杂,但在理论处理时,常把这种运动近 似为正弦波,因此,表面波波函数可写为

$$Y = A\cos(\omega t - kx) \tag{1}$$

式中 Y 为纵向坐标, x 是液体表面波传播方向上的 坐标, A 是表面波的振幅, ω 是表面波的频率, k 是 波矢量, 且 $k=2\pi/\Lambda$, Λ 为液体表面波波长. 振源产 生的振动引起样品池底部液体振动, 振动在液体内 部传播, 并在样品池中液体的表面产生表面波, 未扩 束的激光以一定的入射角 θ 照射在液体表面波上, 经表面波调制反射, 在远场形成衍射光斑, 如图 2 (a)所示.



图 2 表面声波的光衍射和光干涉

Fig. 2 Light diffraction and light interference from the surface acoustic wave

2.1 衍射条纹间隔

如图 2(b) 所示,一束平行光照在液体表面波 上,一个波上任意一点的反射光束与相邻波上相应 点的反射光束有相同的反射方向.因为这两点对应 的波的斜率相同,所以两束反射光以相同方向传播, 假定反射角为 θ-φ.由于光速远大于表面声波波 速,所以在计算液体表面声波相邻波面上的两束光 的光程差时可近似认为波形无变化.这样,入射的激 光经波面反射后在远场叠加,形成干涉光斑,由图 2 (b)可知,光束的光程差为 Λ [sin θ -sin (θ - φ)]= λ , λ 为入射激光的波长,根据干涉条件,则当

 $\Lambda[\sin \theta - \sin (\theta - \varphi)] = j\lambda(j 为整数)$ (2) 时出现干涉极大值.由于表面波振幅是微米数量级, 因此液面的上下起伏引起的激光反射方向的角度变 化 φ 远小于入射角 θ ,则式(2)可近似变形为

$$\varphi = \frac{j\lambda}{\Lambda\cos\theta} \tag{3}$$

因此在式(3)表示的反射方向出现干涉极大值;相邻 干涉光斑间隔相对于入射点的张角 Δφ 表示为

$$\Delta \varphi = \frac{\lambda}{\Lambda \cos \theta} \tag{4}$$

因为 $\Delta \varphi$ 角极小,所以 $\Delta \varphi = d/L, d$ 是相邻光斑间的 距离, L 是入射光点到观察屏之间的距离,因此式 (4)可写为

$$\Lambda = L\lambda / (d\cos\theta) \tag{5}$$

2.2 衍射图样强度分布

在图 2(a)中,光束以 θ 角斜入射到液体表面,反 射光的位相受液体表面波的调制,反射光的位相为

$$\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda} \left[(2A\cos\theta)\sin kx \right] \tag{6}$$

式中,λ为入射激光的波长,x是液体表面波传播方向上的坐标,经液体波面反射后的函数表示为

$$u(x) = \exp\left[j \frac{4\pi A \cos \theta}{\lambda} \sin (kx/\cos \theta)\right] \quad (7)$$

式中,j为虚数单位.利用恒等式 exp $[j\beta$ sin (ϕ)]=

 $\sum_{n=-\infty} J_n(\beta) \exp(jn\psi)$,式(7)可简化为

$$u(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n\left(\frac{4\pi A\cos\theta}{\lambda}\right) \exp\left(\frac{jnkx}{\cos\theta}\right)$$
(8)

式中, J_n 为n阶第一类贝赛尔函数,对式(8)进行傅 里叶变换,积分区域为一个波面宽度 $-\Lambda/2$ 到 $\Lambda/2$, 得到衍射区域光的振幅函数式

$$u^{(0)}(x_{0}) = \Lambda \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{n}\left(\frac{4\pi A\cos\theta}{\lambda}\right) \cdot \sin c \left[\Lambda\left(\frac{x_{0}}{\lambda L} - \frac{n}{\Lambda\cos\theta}\right)\right]$$
(9)

 x_0 是观察平面上的坐标, L 是入射光点到观察屏之间的距离, 因衍射角 φ 极小, 则 x_0 近似等于 φ L. 由式(9)可得到观察屏上衍射光强度的表示式为

$$I^{(0)}(\varphi) = \sum J_n^2 \left(\frac{4\pi A \cos \theta}{\lambda}\right) \sin c^2 \left(\frac{\Lambda \varphi}{\lambda} - \frac{n}{\cos \theta}\right) \quad (10)$$

$$\vec{x} + \vec{y}, \quad \vec{y} \neq \sin c^2 \left(\frac{\Lambda \varphi}{\lambda} - \frac{n}{\cos \theta}\right) \quad \vec{x} \neq \vec{y}, \quad \vec{y} \neq \vec{y}, \quad$$

取极大值时的反射光方向完全相同;因子 $J_n^2 \left(\frac{4\pi A\cos\theta}{\lambda}\right)$ 是第*n*级衍射光斑的强度,是表面波振幅 A 的函数.

2.3 衍射图样宽度与表面波振幅的关系

表面波任一点上反射光的传播方向取决于该点 所在的波形,且反射光的方向用反射角 $\theta - \varphi$ 表示. 由式(1)对 x 求导得

$$dY/dx = kA\sin(\omega t - kx)$$
(11)

由几何光学知:对于同一个入射点,当反射光线 偏转 φ 角度时,说明其法线一定偏转了 $\varphi/2$ 角度.如 图 2(b)所示,入射点处表面的斜率可表示为: $dY/dx = \tan(\varphi/2)$,所以有

$$tan (\varphi/2) = kAsin (\omega t - kx)$$
 (12)
这一表达式可用来描述液体表面任意点的波形.由
式(12)可知, φ 角的最大值 φ_{max} 满足关系式

$$\omega_{\rm max} = 2 \arctan(kA) \tag{13}$$

以上的讨论表明,液体的表面声波导致了反射 光束的干涉,相邻干涉光斑的间隔依赖于表面波的 波长,而衍射图样的宽度则依赖于表面波的振幅.式 (13)说明形成干涉光斑的区域必定被限制在角 $(\theta-\varphi_{max})$ 到角 $(\theta+\varphi_{max})$ 之间的范围内,用 $\Delta \Phi$ 来定 义这个角范围,则

$$\Delta \Phi = 4 \arctan (kA)$$
 (14)
式中, $\Delta \Phi$ 是整个干涉光斑的宽度相对于入射点的
张角,因为 $\Delta \Phi$ 很小,所以 $\Delta \Phi = D/L, D$ 是衍射图样
的宽度, L 是入射光点到观察屏之间的距离,因此式
(14)可写为

D/*L*=4arctan (*kA*) (15) 将实验数据代入式(5)和式(15)中,可以得到液体表 面波的波长和振幅.

3 实验及结果

实验装置如图 1 所示,在实验开始前,电磁继电器的开关是闭合的,圆柱形激发重锤圆底朝下,被电磁继电器吸附在实验平台台面的上方,重锤底端距离平台台面 1.5 cm. 样品池中的液面是静止的,斜入射的激光束经过样品池中的液体表面后反射到观察屏上,通过 CCD 监测观察屏,并将 CCD 调节到最理想的拍摄状态进行拍摄,得到一个稳定的圆形光斑,如图 3(a)所示.这是因为激光束入射到平静的液面上,经液面发生镜面反射后,以反射角 θ 直接照射到观察屏上,所以得到一个稳定的圆形光斑.实验

时,断开电磁继电器的开关,激发重锤脱离电磁继电 器,并自由下落,撞击台面,使台面产生振动.该振动 传播至样品池底部,并使得样品池底部的液体产生 振动.振动通过液体内部传播,在液体表面上形成表 面波.液体表面波对入射到液体表面上的激光进行 调制,被调制的激光束经波面反射后在观察屏上形 成衍射图样.用 CCD 连续拍摄该衍射图样,CCD 的 拍摄速度是每秒16幅图样.图3(b)为其中的一幅 图样,它是一幅多级衍射图样,以中心光斑为对称中 心.中心光斑又称零级光斑,它所在的位置与静止液 面反射光束的光斑位置重合.零级光斑上下两个方 向上的光斑依次是±1级、±2级、±3级.因为激光 束斜入射到液体表面波上,入射光斑覆盖多个周期 的波面,每个周期的波面都对入射其表面的光起调 制作用,表面波相当于一个衍射光栅.入射激光经过 波面后发生衍射,衍射光与竖直方向的夹角为θ- φ . 当表面波的振幅变大, 衍射光的偏转角 φ 也随之 变大,衍射光斑的级数也增多;反之也成立.所以当 激发重锤撞击台面,台面产生振动.开始时,衍射光 斑的级数随着时间的增加而增多.当光斑级数达到 最大值后,随着时间增加,衍射光斑的级数又逐渐减 少.由图可见,光斑的级数越多,衍射图样的宽度就 越大.在连续拍摄时,CCD将拍摄到的一系列衍射 图样依次储存到计算机上.如式(14)所述,衍射图样 的宽度与表面波的振幅有关. 所以衍射级数由少变 多,再由多变少反映了入射点处表面波的振幅由小 变大,再由大变小.



(a) Static liquid surface (1

图 3 观察屏上的光学图样

(b) Vibratory liquid surface

Fig. 3 Optical patterns in the observing screen

下面实验研究衍射图样随液体深度的变化.实 验时,光路及其它器件均保持位置不变,只改变液体 的深度.为了改变液体的深度且同时保持入射光点 的位置不变,采用向样品池底部添加填充物的方法. 对于不同深度的液体,重复前面的实验操作,得到对 应深度的一系列的衍射图样.在对应深度的一系列 衍射图样中,选取宽度最大的图样,其结果如图4所 示,其中(a)~(g)分别对应样品池中液体深度为 2 cm、4 cm、6 cm、8 cm、10 cm、12 cm、14 cm,光斑 级数最多时的衍射图样.这7个图样的中央光斑在 同一水平位置.由图4可以看出:随着液体深度的增 加,衍射光斑的级数逐渐增多.衍射光斑级数逐渐增 多说明衍射光的偏转角 φ逐渐变大,这些变化取决 于表面波的振幅逐渐变大,所以得出液体表面波振 幅随液体深度的增加而增大,这就是液体对微振动 的放大效应.分析不同图样中相邻光斑的间距,发现 光斑的间距不变,这表明液体表面波的波长不随液 体深度的变化而改变.



图 4 不同深度下液体表面波的光衍射图样

Fig. 4 Light diffraction pattern from surface acoustic wave with different depth

现在研究表面波振幅与液体深度的解析关系. 利用计算机软件分别对图 4 中的衍射图样进行扫描,得到衍射图样相邻光斑的间隔和每列衍射图样 的宽度,再利用式(5)、(15)计算液体表面波的波长 Λ 和振幅 A. 此处得到的振幅是液体深度为 2 cm、 4 cm、6 cm、8 cm、10 cm、12 cm、14 cm 时,表面波的 最大振幅.在本实验条件下,计算得出,图 4(a)~ (g)对应的表面波波长都是 0.75 cm,对应的表面波 振幅分别为 5.32 μ m、6.08 μ m、7.60 μ m、8.36 μ m、 9.88 μ m、10.64 μ m、12.16 μ m.

图 5 给出了液体表面波振幅与样品池中液体深度的关系,其中纵坐标为表面波的振幅,横坐标为样品池中液体的深度,图中的点表示实际的测量值.用最小二乘法拟合曲线,发现拟合曲线近似为一条直

线,结果如图 5 所示. 由图可以看出:随着液体深度 增加,表面波振幅增大,且振幅值随液体深度线性变 化. 这说明液体对微振动具有放大作用,且液体越 深,对微振动的放大倍数越大. 根据实验数据,可得 直线的解析式为 $A=0.61 \times 10^{-4}h+3.72$,式中,液 体深度 h 的单位是 cm,表面波振幅 A 的单位是 μ m. 进一步分析,当样品池中没有液体时,即横坐标 为零,直线与纵轴有一交点,该点的纵坐标应该是样 品池底部微振动的振幅,由此可以计算出,样品池底 部微振动的振幅为 3.72 μ m.







微振动的放大倍数记为 k,k 等于液体表面波的 振幅与样品池底部微振动的振幅的比值.图 6 给出 了放大倍数 k 随液体深度 h 的变化关系,其中纵坐 标为微振动的放大倍数,横坐标为样品池中液体的 深度.观察发现,液体深度增加,微振动的放大倍数 变大,且放大倍数随液体深度的增加线性增大.并求 得图 6 中直线的解析式为 k=0.16h+1.根据此式, 可以得到不同深度下的液体对该微振动的放大 倍数.



图 6 放大倍数与液体深度的关系

Fig. 6 The relationship between the magnification and the liquid depth

4 结论

1)对于样品池底部振动,通过液体的传播,在液

体表面形成表面波.用激光束直接照射波面,实验上观察到清晰的激光衍射图样,衍射图样具有非常高的反衬度.理论上根据表面波的干涉原理,导出了相邻衍射光斑间隔与表面波波长的关系,并得到了衍射光斑强度分布的解析关系和衍射图样宽度与表面波振幅的关系.

2)研究了衍射图样随液体深度的变化.对于不同深度的液体,实验上得到了与液体深度对应的一系列衍射图样,选取不同深度下宽度最大的图样,发现随着液体深度的增加,衍射图样的宽度逐渐增大.

3)发现了液体对微振动的放大效应.在振源不 变的情况下,改变样品池中液体的深度,通过对比不 同深度下的衍射图样,发现液体表面波的振幅随着 液体深度的增加而增大.实验上得到了液体深度在 数十厘米范围内,得到液体表面波的振幅随液体深 度的变化规律,该规律呈线性变化.同时得到了放大 倍数的变化规律.

4)根据液体对微振动的放大效应,可以同时获 得两个不同深度液体的表面波振幅.由这两个数据, 得到表面波振幅与液体深度的变化关系.将这一关 系进行计算机编程,对于给定的液体深度,根据检测 的衍射图样,可以实时的测量物体表面的微振动.

参考文献

- [1] MIAO Run-cai, YANG Zong-li, ZHU Jing-tao. Visualization of low-frequency liquid surface acoustic waves by means of optical diffraction [J]. *Applied Physics Letters*, 2002, 80 (17): 3033-3035.
- [2] BARTER J D. Surface strain modulation of insoluble surface film properties [J]. *Physics of Fluids*, 1994, 6(8): 2606-2612.
- [3] KLIPSTEIN W M, RADNICH J S, LAMOREAUX S K. Thermally excited liquid surface waves and their study through the quasielastic scattering of light[J]. American Journal of Physics, 1996, 64(6): 758-765.
- [4] BARTER J D. Imaging surface-wave analyzer for liquid surfaces [J]. Applied Optics, 1997, 36(12): 2630-2635.
- [5] MIAO Run-cai, Li Fang-ju, DONG Jun. Diffraction effect of thin laser beam from liquid surface waves at low-frequency[J]. Acta Photonica Sinica, 2007, 36(5): 877-880.
 苗润才,李芳菊,董军. 低频声表面波对细激光束的衍射效应 [J]. 光子学报, 2007, 36(5): 877-880.
- [6] WEISBUCH G, GARBAY F. Light scattering by surface

tension waves[J]. American Journal of Physics, 1979, 47
(4): 355-356.

[7] MIAO Run-cai, LUO Dao-bin, ZHU Fen, et al. Characters of laser diffraction fringes from liquid surface waves at lowfrequency[J]. Acta Photonica Sinica, 2007, 36(11): 2134-2137. 苗润才,罗道斌,朱峰,等. 低频液体表面波激光衍射条纹的

苗润才,罗坦斌,禾峰,等. 低频液体表面波激光衍射条纹的 特征[J]. 光子学报,2007,36(11):2134-2137.

- [8] MIAO Run-cai, YANG Zong-li. Physical properties of liquid surface wave and its optical diffraction [J]. Acta Physica Sinica, 1996, 45(9): 1521 1525.
 苗润才,杨宗立.液体表面波物理特性及其光学效应的研究 [J].物理学报, 1996, 45(9): 1521 1525.
- [9] MIAO Run-cai, SHI Jian, ZHAO Xiao-feng. Determination of the attenuation coefficient of surface acoustic wave by means of the light interference[J]. Acta Photonica Sinica, 2005, 34 (3): 382-385.
 苗润才,时坚,赵晓凤. 干涉法测量低频表面波的衰减系数 [J]. 光子学报, 2005, 34(3): 382-385.
- [10] LEE P Y, BARTER J D, BEACH K L, et al. Recent advance in ocean-surface characterization by a scanning-laser slope gauge [C]. San Diego: Society of Photo-optical Instrumentation Engineers, 1992, 7(92): 234-244.
- [11] HAYIR A. Ocean depth effects on tsunami amplitudes used in source models in linearized shallow-water wave theory[J]. Ocean Engineering, 2004, 31(3): 353-361.
- [12] TODOROVSKA M I, TRIFUNAC M D. Generation of tsunamis by a slowly spreading uplift of the sea floor[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2001, 21(2): 151-167.
- [13] TODOROVSKA M I, HAYIR A, TRIFUNAC M D. A note on tsunami amplitudes above submarine slides and slumps
 [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2002, 22 (2): 129-141.
- [14] TRIFUNAC M D, HAYIR A, TODOROVSKA M I. A note on the effects of nonuniform spreading velocity of submarine slumps and slides on the near-field tsunami amplitudes [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2002, 22(3): 167-180.
- [15] BELZONS M, GUAZZELLI E, PARODI O. Gravity waves on a rough bottom: experimental evidence of one-dimensional localization [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1988, 186 (1): 539-558.
- [16] JEONG T S, KIM J E, PARK H Y. Experimental measurement of water wave band gaps[J]. Applied Physics Letters, 2004, 85(9): 1645.
- [17] MIAO Run-cai, ZHAO Xiao-feng, SHI Jian. Modulated interference of reflected light from liquid wave at tens Hertz frequencies[J]. Optics Communications, 2006, 259(2): 592-597.

Amplification Effect of Micro Vibration in Water

MIAO Run-cai, WANG Wen-cheng, XU Jia-ting, XIE Tian (Institute of Physics and Information Technology, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China)

Abstract: According to the acousto-optic effect, a measurement system of the vibration in the solid surface was built by laser diffraction. When the laser beam illuminated obliquely to the liquid surface wave caused by the vibration, the clear and very high diffraction pattern was observed. The diffraction pattern was scanned by use of MATLAB software. The light intensity distribution of the diffraction pattern was received. Based on the analytical relationship between the diffraction pattern width and the amplitude of the surface wave, the amplitude was obtained. And its size was in microns category. When the depth of the sample pool was changed, the surface wave amplitude was given. The relationship between liquid depth and the amplitude was provided. And the amplification effect concerning the vibration of the liquid was found. Then the vibration amplitude in the solid surface was got. Therefore the micro vibration in the solid surface was achieved.

Key words: Micro vibrations; Vibration large; Diffraction; Liquid depth