

文章编号:1004-4213(2011)09-1397-8

# 变值测量结构及其可视化统计分布

郑智捷<sup>1</sup>, 郑昊航<sup>2</sup>

(1 云南大学 软件学院 信息安全系, 昆明 650091)

(2 School of EE, University of Melbourne, Vic 3011, Australia)

**摘 要:**利用测量计算模型和系统化参量统计方法模拟双态量子交互作用系统,在多种交互作用模式下模拟双路量子干涉测量的统计分布效应.从量子交互作用出发,对 Einstein 受激发射, Mach-Zehnder 干涉仪和 Stern-Gerlach 自旋测量等测量模式形成测量四元组.利用多变量逻辑函数和变值原理,在  $N$  元 0-1 输入/输出序对上形成变值测量四元组,建立变值双路模拟模型.变值模型根据:概率、同步/异步、对称/反对称等不同组合条件特征输出统计分布结果,形成 2 组 8 个统计直方图.

**关键词:**量子交互作用;波粒二重性;对称/反对称分布;测量参量四元组

**中图分类号:**O431; O41

**文献标识码:**A

**doi:**10.3788/gzxb20114009.1397

## 0 引言

在量子力学的发展进程中,利用测量数据建立起相容的量子测量理论至今仍然有大量的疑问<sup>[1-4]</sup>.从量子交互作用测量的角度,经典量子交互作用测量理论是 Einstein 在 1916 年针对光量子与辐射场的受激发射和吸收开始建立的.在量子交互作用中,对波和粒表述存在基本矛盾,光的本性是粒子还是波,从 20 世纪以来成为量子力学基础百年争论的核心焦点<sup>[3-6]</sup>.由于两种经典描述都有翔实的实验支持证据,现代量子力学的基础本体仍然基于 Bohr 的对应原理.

从 1940 年代, Feynman 意识到双缝实验在量子力学体系中的核心地位<sup>[7]</sup>.通过他的深入研究和解释,双缝实验作为展现双重量子交互作用机制的基础模型——粒子的概率可加性和波动统计干涉效应,普遍被量子基础理论和实验研究者们一致认可<sup>[1, 3-6]</sup>.

Bell 在 1964 年建立不等式系列<sup>[8]</sup>用测量方法区分经典和量子相互作用.该研究启发 CHSH 提出自旋态测量实验方法检验 Bell 不等式<sup>[9]</sup>.从 1980 年代以来,利用激光、核磁共振、大分子、量子计算等测量模型和实验方法,在世界范围内形成一系列量子测量检验结果<sup>[1-6, 8, 10-16]</sup>.尽管不同的实验形成各自的证据,但是多类实验形成的不同证据难以构成一致性地解释,稳固量子测量理论体系基础<sup>[3-6]</sup>.

本文利用 Mach-Zehnder 干涉仪建立双路测量模型,对 Einstein、Stern-Gerlach、CHSH 和 Aspect 测量方法形成四元组.利用多变量逻辑函数和变值原理,将任意逻辑函数转化为等价变值表示,形成变值测量四元组.利用模型和计算方法,提出变值模拟模型.该模型将给定逻辑函数分解为两个基元逻辑函数,模拟在双路和单路不同组合条件下测量和交互作用.  $N$  元位向量通过穷举,形成量化变值测量,利用可视化方式确定对称/反对称等多种统计分布特性,形成 8 个统计分布直方图.从模拟的结果可以观察到,在异步加条件下粒子统计的可加概率分布,以及在同步加条件下波动统计的干涉叠加效果.从模拟模型和计算方法的角度,该系统提供的对应结果能满足 Feynman 针对双缝实验的悖论,用实验方法判别波粒二重性问题所设计出的系列化经典判据.

## 1 双路干涉模型

### 1.1 Mach-Zehnder 干涉仪

在近代的双路干涉实验中普遍使用 Mach-Zehnder 干涉仪<sup>[3, 5-6]</sup>.

图 1(a)中给出干涉仪模型.输入信号  $X$  在控制函数  $f$  的作用下,激励激光器(Light Source, LS)输出复合信号  $\rho$ ; 在偏振器(Bi-Prism, BP)的作用下,输出成对偏振信号:  $\rho_+$  和  $\rho_-$ . 偏振信号通过开关器(Switch, SW)输出  $\rho_+^L$  和  $\rho_-^R$ . 受控的信号序对在

基金项目:云南省信息安全特色专业建设基金(No. X3108042)和云南省软件工程重点实验室建设基金资助

第一作者:郑智捷(1956-),男,教授,主要研究方向为变值逻辑、量子基础和量子密码. Email: conjugatesys@gmail.com

收稿日期:2011-04-23;修回日期:2011-04-29

交互作用合成器(Interaction Measure, IM)处理后输出信号  $IM(\rho_+^L, \rho_+^R)$ .

图 1(b)是图 1(a)功能的模拟描述,以信息功能模块化的形式利用相同的符号和信号流向表示,方便地描述模拟计算处理过程.

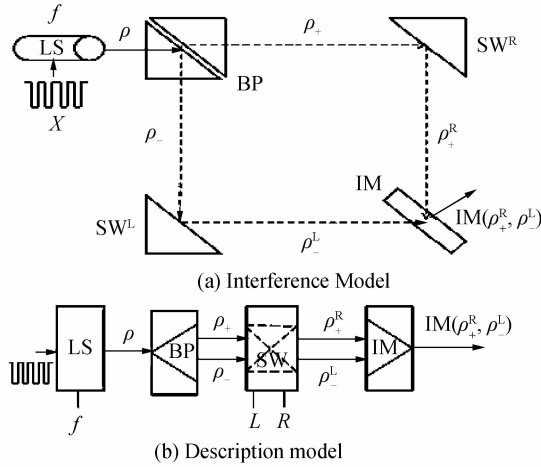


图 1 双路干涉模型和描述模型  
Fig. 1 Double path models for interference and description

### 1.2 Stern-Gerlach 装置

从量子测量的角度, Stern-Gerlach 测量装置<sup>[3, 5-6]</sup>提供等价于经典双路实验的相互作用信息. 这类装置将复合信号  $\rho$  分解为垂直“ $\perp$ ”和水平“ $\parallel$ ”两个分量,在偏振器 BP 的作用下形成  $\{\rho_+^L, \rho_+^R\}$  两路信号,通过 SW 路径控制,由 IM 输出  $IM(\rho_+^L, \rho_+^R)$ .

### 1.3 量子交互作用的测量参量

建立恰当的量化测量参量体系是研究量子交互作用测量机制的基础问题. Einstein 在 1916 年针对双态能级系统在受激发射和吸收条件下建立测量模型<sup>[3, 5-6]</sup>. 令双态能级系统的基态为  $E_1$ , 激发态为  $E_2$ ,  $N_1$  和  $N_2$  分别为在基态和激发态上的原子数目. 在给定时刻  $t$ , 从激发态发射能量转变到基态的速率为  $\frac{dN_{21}}{dt}$ , 同时从基态吸收能量跃迁到激发态的速率为  $\frac{dN_{12}}{dt}$ . 其中  $N_{21}$  为从激发态返回到基态的原子数目,  $N_{12}$  为从基态跃迁到激发态的原子数目. 为方便比较,记双态能级系统的量子交互测量参量四元组为  $\langle N_1, N_2, N_{12}, N_{21} \rangle$ .

Uhlenback 和 Goudsmith 在 1925 年利用 Stern-Gerlach 的测量装置提出电子自旋<sup>[5-6]</sup>. 在双态能级系统中,自旋表示为  $|\uparrow\rangle$  和  $|\downarrow\rangle$ , 对于自旋交互作用,其测量参量四元组为  $\langle \langle \uparrow | \uparrow \rangle, \langle \uparrow | \downarrow \rangle, \langle \downarrow | \uparrow \rangle, \langle \downarrow | \downarrow \rangle \rangle$ .

CHSH 在 1969 年建议采用自旋测量参量方法<sup>[9]</sup>来检验 Bell 不等式. 利用  $\perp \rightarrow +$  和  $\parallel \rightarrow -$  对应模式形成的测量参量四元组为  $\langle N_{++}(a, b), N_{+-}$

$(a, b), N_{-+}(a, b), N_{--}(a, b) \rangle$ .

Aspect 在 1982 年首次进行 Bell 不等式的检测实验<sup>[10]</sup>. 在他的实验中,有四个测量参量:传输率  $N_t$ , 反射率  $N_r$ , 对应率  $N_c$  和  $\omega$  单位时间中的总速率  $N_\omega$ . 所形成的测量参量四元组为  $\langle N_t, N_r, N_c, N_\omega \rangle$ . 在这个四元组中,  $N_c$  为一类新数据类型标记在测量过程中有多少组对数据满足双路符合输入条件.

## 2 变值模拟系统

### 2.1 变值模型

在模型中所涉及到的变值原理、测量方法和转换公式的具体描述在 2.2~2.4 节中给出. 对  $N$  元 0-1 向量  $X$  和给定函数  $f$ , 通过  $2^N$  遍迭代处理之后,变值测量形成 2 组直方图,变值模拟系统在图 2 中给出.

在图 2(a)中变值模拟系统由三个模块组成:预处理,交互处理,后处理.  $N$  元向量  $X$  和函数  $f$  作为预处理模块的输入,形成输出复合信号  $\rho$ . 通过交互处理模块,输出两组信号  $\{u, v\}$ ,  $u$  为对称信号组,而  $v$  为反对称信号组. 所有的  $N$  元向量的穷举状态通过  $2^N$  次迭代之后,测量数据在后处理模块一共形成 8 个直方图:4 个利用对称信号生成,其余的 4 个由反对称信号生成.

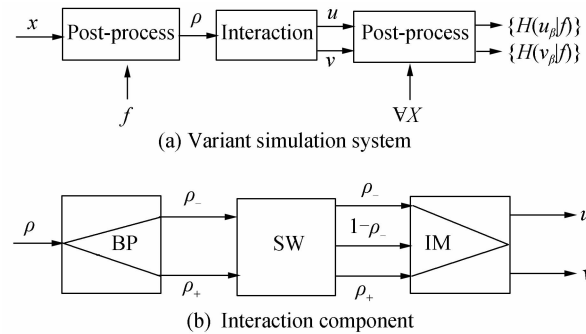


图 2 变值模拟系统描述  
Fig. 2 Variant simulation system models

在图 2(b)中,交互作用模块分为三个子功能模块:BP, SW, IM 进行处理. 复合信号  $\rho$  通过 BP 输出成对信号  $\{\rho_-, \rho_+\}$ , SW 转换成对信号为三元组  $\{\rho_-, 1-\rho_-, \rho_+\}$ , 通过 IM 形成具有对称/反对称特征的两组信号  $\{u, v\}$ .

### 2.2 变值原理

变值原理作用在  $n$  元逻辑函数上形成等价变值逻辑函数表示系列<sup>[17-18]</sup>.

对  $n$  元变量  $x = x_{n-1} \dots x_i \dots x_0$ ,  $0 \leq i < n$ ,  $x_i \in \{0, 1\} = B_2$ . 令第  $j$  位为选定特征位,  $0 \leq j < n$ ,  $x_j \in B_2$  为选择变量;对输出变量  $y$ ,  $n$  元函数  $f$ ,  $y = f(x)$ ,  $y \in B_2$ ,  $x \in B_2^n$ . 对所有  $x$  的  $2^n$  个可能状态,令

$S(n)$  为状态集,根据特征位取值划分为 2 个集合  $S_0^j(n)$  和  $S_1^j(n)$

$$\begin{cases} S_0^j(n) = \{x | x_j = 0, \forall x \in B_2^n\} \\ S_1^j(n) = \{x | x_j = 1, \forall x \in B_2^n\} \\ S(n) = \{S_0^j(n), S_1^j(n)\} \end{cases} \quad (1)$$

对给定函数  $f$ ,通过特征位和输入/输出对的关系,确定四个基元逻辑函数  $\{f_{\perp}, f_+, f_-, f_T\}$

$$\begin{cases} f_{\perp}(x) = \{f(x) | x \in S_0^j(n), y = 0\} \\ f_+(x) = \{f(x) | x \in S_0^j(n), y = 1\} \\ f_-(x) = \{f(x) | x \in S_1^j(n), y = 0\} \\ f_T(x) = \{f(x) | x \in S_1^j(n), y = 1\} \end{cases} \quad (2)$$

在传统的两类标准逻辑范式表示中,AND-OR 范式通过选择基元函数集合  $\{f_+(x), f_T(x)\}$  作为  $y=1$  项集合以真值表达式来实现,而 OR-AND 范式则是通过选择基元函数集合  $\{f_-(x), f_{\perp}(x)\}$  作为  $y=0$  项集合作为假值表达式来实现.在基元函数集合  $\{f_T(x), f_{\perp}(x)\}$  之中,特征位和输出位  $x_j = y$  是等同的,从输入/输出序对取值的角度,数值不变.

当选择基元函数集合  $\{f_+(x), f_-(x)\}$  时,  $x_j \neq y$  形成变值逻辑表示.令  $f(x) = \langle f_+ | x | f_- \rangle$  为变值逻辑表示,在  $\langle f_+ | x | f_- \rangle$  结构中,  $f_+$  从  $S_0^j(n)$  中选择 1 项集合为 AND-OR 表达式形式,而  $f_-$  部分从  $S_1^j(n)$  中选择 0 项集合为 OR-AND 表达式形式.在变值表示中,两个投影函数与基元函数之间的关系是  $f(x) = \langle f_+ | x | f_- \rangle, f_+(x) = \langle f_+ | x | \phi \rangle, f_-(x) = \langle \phi | x | f_- \rangle$ .

为方便理解变值表示,利用两变量的逻辑函数全体,将其 16 个函数的标准真值集合表达式和等价的变值集合表达式在表 1 中 1-1 列出.在表 1 中,  $n=2, j=0, S(2) = \{11, 10, 01, 00\} = \{3, 2, 1, 0\}$  分别为二进制和整数集合表示,对应的两个子集合为  $S_0^0(2) = \{10, 00\} = \{2, 0\}, S_1^0(2) = \{11, 01\} = \{3, 1\}$ .

特征向量  $z$  的互补运算  $\delta$  定义为:对  $\delta \in B_2$

$$z^\delta = \begin{cases} z, & \delta = 1 \\ -z, & \delta = 0 \end{cases} \quad (3)$$

特征向量的互补运算作用在基元状态对应的整个列上,整列的 0-1 数值都会受到算符的影响.在对应的表示下,变值函数表达式在表 1 中给出.

检查  $f=3$  和  $f=6$

$$\{f=3 := \langle 0 | 3 \rangle, f_+ = 11 := \langle 0 | \varphi \rangle, f_- = 2 := \langle \phi | 3 \rangle\}$$

$$\{f=6 := \langle 2 | 3 \rangle, f_+ = 14 := \langle 2 | \varphi \rangle, f_- = 2 := \langle \phi | 3 \rangle\}$$

由于  $f_+$  和  $f_-$  为两个投影函数,对应的标准函数表示能从函数表中找到.

表 1 二元变量逻辑函数和变值逻辑表示 ( $n=2, j=0$ )  
Table 1 Two variable logic functions and variable logic representation ( $n=2, j=0$ )

$f$	$f \in$	3	2	1	0	$f_+ \in$	$3^0$	$2^1$	$1^0$	$0^1$	$f_- \in$
No.	$S(2)$	11	10	01	00	$S_0^0(2)$	$11^0$	$10^1$	$01^0$	$00^1$	$S_1^0(2)$
0	$\{\phi\}$	0	0	0	0	$\langle \phi  $	1	0	1	0	$  3, 1 \rangle$
1	$\{0\}$	0	0	0	1	$\langle 0  $	1	0	1	1	$  3, 1 \rangle$
2	$\{1\}$	0	0	1	0	$\langle \phi  $	1	0	0	0	$  3 \rangle$
3	$\{1, 0\}$	0	0	1	1	$\langle 0  $	1	0	0	1	$  3 \rangle$
4	$\{2\}$	0	1	0	0	$\langle 2  $	1	1	1	0	$  3, 1 \rangle$
5	$\{2, 0\}$	0	1	0	1	$\langle 2, 0  $	1	1	1	1	$  3, 1 \rangle$
6	$\{2, 1\}$	0	1	1	0	$\langle 2  $	1	1	0	0	$  3 \rangle$
7	$\{2, 1, 0\}$	0	1	1	1	$\langle 2, 0  $	1	1	0	1	$  3 \rangle$
8	$\{3\}$	1	0	0	0	$\langle \phi  $	0	0	1	0	$  1 \rangle$
9	$\{3, 0\}$	1	0	0	1	$\langle 0  $	0	0	1	1	$  1 \rangle$
10	$\{3, 1\}$	1	0	1	0	$\langle \phi  $	0	0	0	0	$  \phi \rangle$
11	$\{3, 1, 0\}$	1	0	1	1	$\langle 0  $	0	0	0	1	$  \phi \rangle$
12	$\{3, 2\}$	1	1	0	0	$\langle 2  $	0	1	1	0	$  1 \rangle$
13	$\{3, 2, 0\}$	1	1	0	1	$\langle 2, 0  $	0	1	1	1	$  1 \rangle$
14	$\{3, 2, 1\}$	1	1	1	0	$\langle 2  $	0	1	0	0	$  \phi \rangle$
15	$\{3, 2, 1, 0\}$	1	1	1	1	$\langle 2, 0  $	0	1	0	1	$  \phi \rangle$

### 2.3 变值测量

令  $\Delta$  为变值测量函数<sup>[19-20]</sup>

$$\Delta = \langle \Delta_{\perp}, \Delta_+, \Delta_-, \Delta_T \rangle \quad (4)$$

$$\Delta f(x) = \langle \Delta_{\perp} f(x), \Delta_+ f(x), \Delta_- f(x), \Delta_T f(x) \rangle = \langle \Delta f_{\perp}(x), \Delta f_+(x), \Delta f_-(x), \Delta f_T(x) \rangle \quad (5)$$

$$\Delta f_a(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } f(x) = f_a(x), \alpha \in \{\perp, +, -, T\} \\ 0, & \text{others} \end{cases} \quad (6)$$

对给定  $n$  元状态,在  $\Delta f(x)$  中的 4 个位置只有 1 个位置取值为 1,其余的 3 个位置取值为 0.

对任意  $N$  元 0-1 向量  $X, X = X_{N-1} \cdots X_J \cdots X_0, 0 \leq J < N, X_J \in \beta_2, X \in \beta_2^N$ .对给定  $f$  和输出向量  $Y, Y = f(X) = \langle f_+ | X | f_- \rangle, Y = Y_{N-1} \cdots Y_J \cdots Y_0, 0 \leq J < N, Y_J \in \beta_2, Y \in \beta_2^N$ .在相关向量的第  $J$  个位置中的  $n$  元变量记为  $x^J = [\cdots X_J \cdots] \in \beta_2$ ,对应输出向量的第  $J$  个位置为  $Y_J = f(x^J) = \langle f_+ | x^J | f_- \rangle$ ,当  $N$  个位置循环连接时,  $f(X)$  的变值测量为

$$\Delta \langle X : Y \rangle = \Delta f(X) = \sum_{J=0}^{N-1} \Delta f(x^J) = \langle N_{\perp}, N_+, N_-, N_T \rangle$$

变值测量参量形成的四元组为  $\langle N_{\perp}, N_+, N_-, N_T \rangle$ .

例如,  $N=10$ , 给定  $f, Y = f(X)$

$$X = 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0$$

$$Y = 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0$$

$$\Delta \langle X : Y \rangle = + \ - \ T \ \perp \ + \ - \ T \ - \ + \ \perp$$

$$\Delta f(X) = \langle N_{\perp}, N_+, N_-, N_T \rangle = \langle 2, 3, 3, 2 \rangle,$$

$$N = 10$$

从数值表示的角度,输入/输出序对值均为 0-1 变量,仅有四种可能组合,对于任意的函数,无论变

元数目  $n$  和向量长度  $N$  取值如何,基本的变值测量模式  $\{\perp, +, -, T\}$  是确定不变的.

### 2.4 测量公式

直接利用变值测量四元组,在模拟系统中的各类信号可以通过下列的公式计算获得.对给定  $N$  元 0-1 向量  $X$  和函数  $f$ ,在  $\Delta$  测量下  $\Delta f(x) = \langle N_{\perp}, N_+, N_-, N_T \rangle, N = N_{\perp} + N_+ + N_- + N_T$ . 利用四元组分量,复合信号  $\rho$  表示为

$$\rho = \frac{\Delta f(x)}{N} = [\rho_{\perp}, \rho_+, \rho_-, \rho_T] \quad (7)$$

$$\rho_{\alpha} = \frac{N_{\alpha}}{N}, 0 \leq \rho_{\alpha} \leq 1, \alpha \in \{\perp, +, -, T\} \quad (8)$$

选择信号  $\{\rho_+, \rho_-\}$ , 输出信号  $\{u, v\}$  及其分量能够被确定

$$\begin{cases} u = \langle u_0, u_+, u_-, u_1 \rangle = \{u_{\beta}\} \\ v = \langle v_0, v_+, v_-, v_1 \rangle = \{v_{\beta}\} \end{cases} \quad (9)$$

$$\beta \in \{0, +, -, 1\}$$

$$\begin{cases} u_0 = \rho_- \oplus \rho_+ \\ v_0 = (1 - \rho_-)/2 \oplus (1 + \rho_+)/2 \\ u_+ = \rho_+, v_+ = (1 + \rho_+)/2 \\ u_- = \rho_-, v_- = (1 - \rho_-)/2 \\ u_1 = \rho_- + \rho_+, v_1 = (1 - \rho_- + \rho_+)/2 \end{cases} \quad (10)$$

在公式中  $0 \leq u_{\beta}, v_{\beta} \leq 1, \beta \in \{0, +, -, 1\}, \oplus$  为异步加算符,  $+$  为同步加算符.

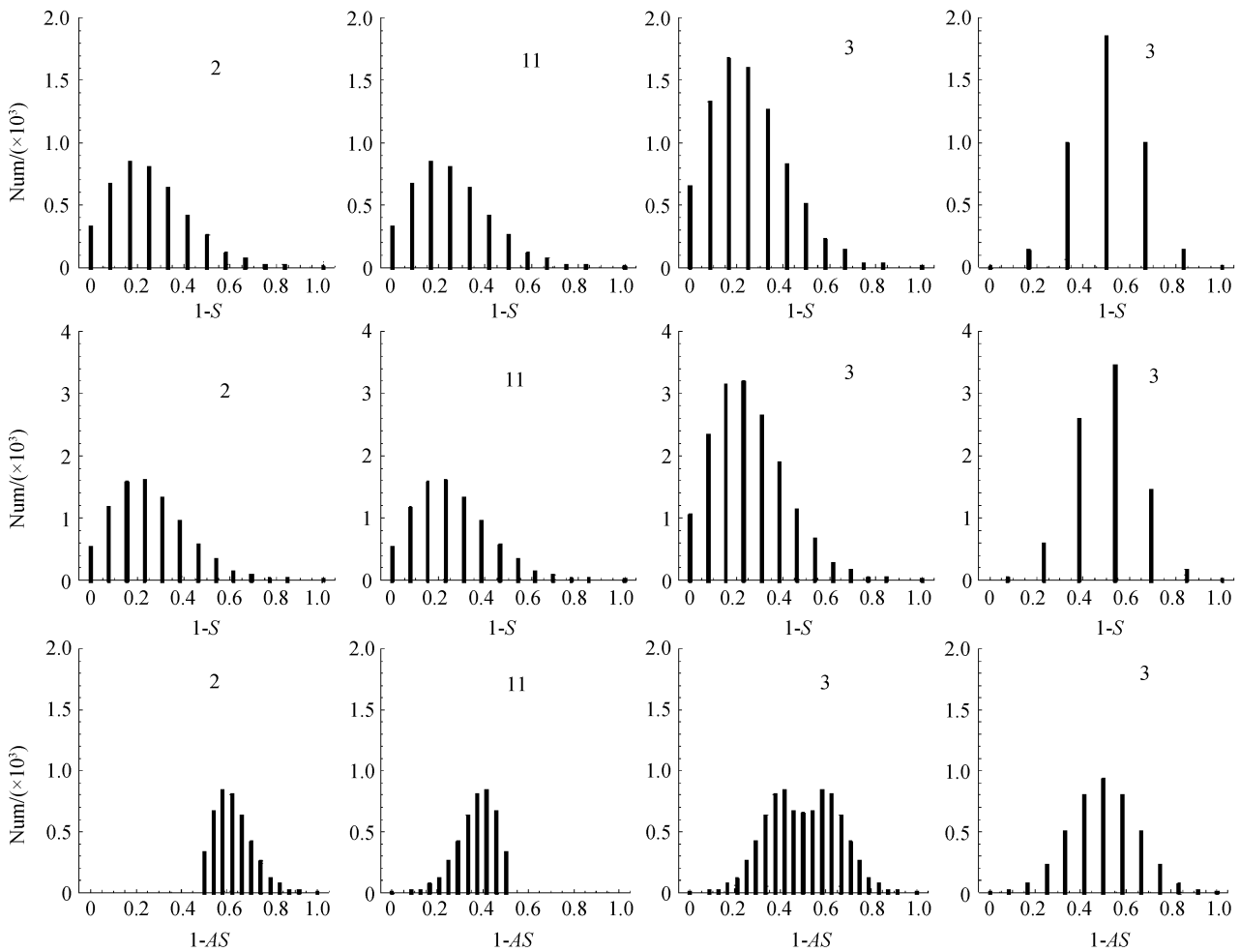
利用  $\{u, v\}$  信号,每个  $u_{\beta}(v_{\beta})$  确定直方图上的一个点,在完成了  $2^N$  组数据测量后,生成  $\{H(u_{\beta}|f)\}(\{H(v_{\beta}|f)\})\beta \in \{0, +, -, 1\}$  最终输出四个对称(反对称)直方图分布.

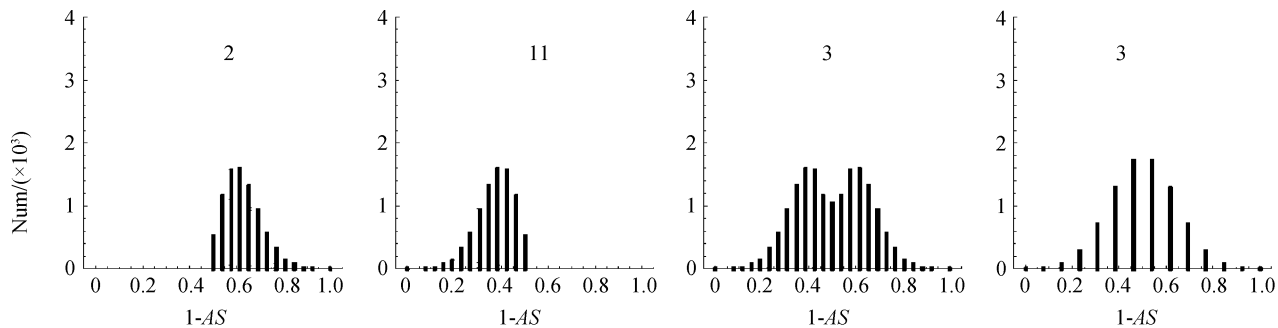
### 3 模拟结果

利用变值模拟系统,可以获得一系列输出结果,在本节中,选择  $N = \{12, 13\}, n = 2, j = 0, \{f = 3, f_+ = 11, f_- = 2\}$  和  $\{f = 6, f_+ = 14, f_- = 2\}$  输出结果,分别对应左路、右路、双路粒子和双路波动,及其对称和非对称基元输入的条件下形成的系列结果.为方便比较,在图 3、图 4 和表 2、表 3 中给出两族输出结果.

表 2 为在对称基元  $H(u_+|f) = H(u_-|f)$  分布条件下,给出输出结果排列模式.在图 3 中,显示由 16 个直方图组成的四组结果.

表 3 为在非对称基元  $H(u_+|f) \neq H(u_-|f)$  分布条件下,给出对应的结果排列模式,在图 4 中,显示由 16 个直方图组成的四组结果.

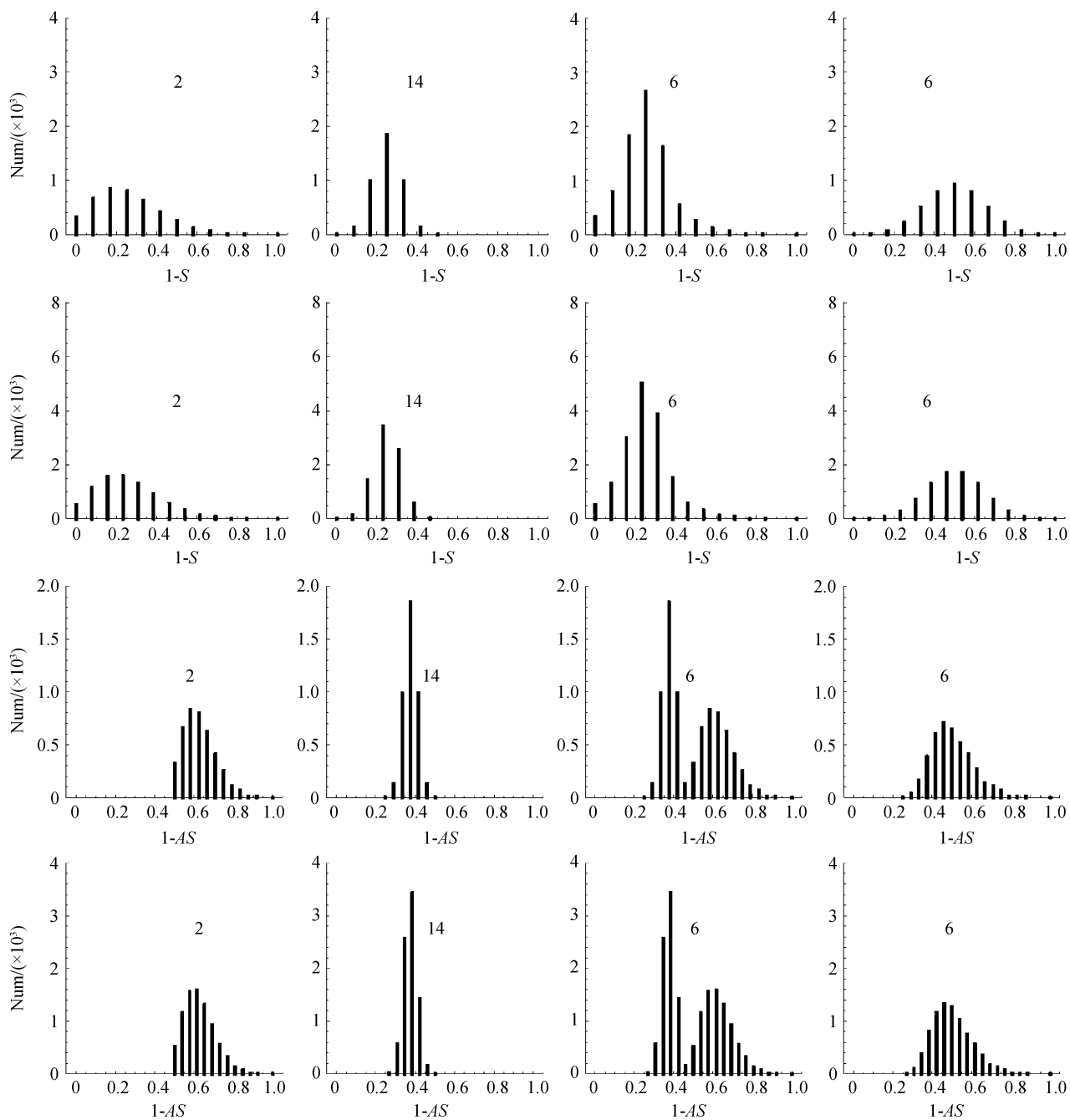




$N=\{12, 13\}, f=3$ , Histograms of symmetric meta distributions

图 3 对称基元分布统计结果

Fig. 3 Results of symmetric meta distributions



$N=\{12, 13\}, f=6$ , Histograms of non-symmetric meta distributions

图 4 非对称基元分布统计结果

Fig. 4 Results of non-symmetric meta distributions

表 2 对称基元分布条件下输出结果排列模式

Table 2 Statistical histogram patterns of symmetric meta distributions

$N$	Left path	Right path	Double-particle	Double-wave	Conditions
12	$H(u_+   f)$	$H(u_-   f)$	$H(u_0   f)$	$H(u_1   f)$	Symmetric meta distributions
13	$H(u_+   f)$	$H(u_-   f)$	$H(u_0   f)$	$H(u_1   f)$	$H(u_+   f) = H(u_-   f)$
12	$H(v_+   f)$	$H(v_-   f)$	$H(v_0   f)$	$H(v_1   f)$	Anti-symmetric meta distributions
13	$H(v_+   f)$	$H(v_-   f)$	$H(v_0   f)$	$H(v_1   f)$	$H(v_+   f) = H(1 - v_-   f)$

表 3 非对称基元分布条件下输出结果排列模式

Table 3 Statistical histogram patterns of non-symmetric meta distributions

$N$	Left path	Right path	Double-particle	Double-wave	Conditions
12	$H(u_+   f)$	$H(u_-   f)$	$H(u_0   f)$	$H(u_1   f)$	Non-symmetric meta distributions
13	$H(u_+   f)$	$H(u_-   f)$	$H(u_0   f)$	$H(u_1   f)$	$H(u_+   f) = H(u_-   f)$
12	$H(v_+   f)$	$H(v_-   f)$	$H(v_0   f)$	$H(v_1   f)$	Non-anti-symmetric meta distributions
13	$H(v_+   f)$	$H(v_-   f)$	$H(v_0   f)$	$H(v_1   f)$	$H(v_+   f) = H(1 - v_-   f)$

## 4 结果分析

### 4.1 可视化分布

在  $H(u_+ | f) = H(u_- | f)$  条件下,  $\{H(u_1 | f), H(v_1 | f)\}$  显示出明显的干涉效应, 比较起其它的输出条件, 谱的数量和密度分布有明显的区别, 从对称性的角度,  $H(u_1 | f)$  在偶数时比奇数好, 而  $H(v_1 | f)$  在不同的奇偶数时都显现出明晰的对称分布特性.

在  $H(u_+ | f) \neq H(u_- | f)$  条件下, 由于合成谱的密度同单路和双路粒子分布之间差别不大,  $\{H(u_1 | f), H(v_1 | f)\}$  形成的干涉效应需要仔细比较后才能识别. 从整体分布的角度, 所形成的统计分布具有较好的整体对称特性.

### 4.2 单双峰效应

在  $f=3$  的情形中, 当  $N$  为偶数时, 有一个单峰, 为奇数时有双峰, 在同样的条件下,  $H(u_1 | f)$  的峰分布特性不像  $H(v_1 | f)$  那样明显.

在  $f=6$  的情形中, 当  $N$  为偶数时,  $H(u_1 | f)$  有一个单峰, 为奇数时有双峰. 在这个条件下,  $H(v_1 | f)$  的峰分布特征不像  $H(u_1 | f)$  那样明显.

### 4.3 双路粒子统计分布

对所有对称和非对称的情形, 在异步加算符  $\oplus$  的作用下, 信号满足  $0 \leq u_0, v_0, u_-, v_-, u_+, v_+ \leq 1$ . 检查在不同条件下  $\{H(u_0 | f), H(v_0 | f)\}$  系列分布,  $\{H(u_+ | f), H(u_- | f)\}$  和  $\{H(v_+ | f), H(v_- | f)\}$  满足方程

$$\begin{cases} H(u_0 | f) = H(u_- | f) + H(u_+ | f) \\ H(v_0 | f) = H(v_- | f) + H(v_+ | f) \end{cases} \quad (11)$$

该组方程对任意的  $N, n$  取值都成立.

### 4.4 双路波动干涉模式

波动干涉的效应在对称基元分布的条件下, 十分明显. 在同步加算符运算作用下, 信号取值范围满

足  $0 \leq u_1, v_1, u_-, v_-, u_+, v_+ \leq 1$ . 仔细比较  $\{H(u_1 | f), H(v_1 | f)\}$  同系列单路输出分布  $\{H(u_+ | f), H(u_- | f)\}, \{H(v_+ | f), H(v_- | f)\}$  和双路粒子输出分布对比可以看到明显的差别. 从直方图分布的角度观察

$$\begin{cases} H(u_1 | f) \neq H(u_- | f) + H(u_+ | f) = H(u_0 | f) \\ H(v_1 | f) \neq H(v_- | f) + H(v_+ | f) = H(v_0 | f) \end{cases}$$

在非对称基元分布条件下, 双路波动干涉分布与单路输出之间的非等和关系依然成立, 但是由于同步双路波动输出分布同异步双路粒子和单路输出分布之间谱线分布的差别, 不像在对称基元分布条件下那样明显, 需要在仔细处理之后才能区分. 不过, 从整体分布角度观察, 非对称基元分布形成的干涉结果比几类典型的输出分布更为平衡. 这是除了明显的干涉效应之外该类方法能够显现出的可视化分布特征.

### 4.5 在不同测量四元组之间的关系

变值四元组,  $\Delta f(x) = \langle N_\perp, N_+, N_-, N_T \rangle$ ,  $N = N_\perp + N_+ + N_- + N_T$

在 Einstein 双态系统中, 在测量四元组  $\langle N_1, N_2, N_{12}, N_{21} \rangle$  中的分量可以形成如式(12)对应关系

$$\begin{cases} N_1 = N_\perp + N_+ \\ N_2 = N_- + N_T \\ N_{12} = N_+ \\ N_{21} = N_- \\ N = N_1 + N_2 \end{cases} \quad (12)$$

在列出的关系表达式中, 测量参量序对  $\{N_{21}, N_{12}\}$  与  $\{N_-, N_+\}$  1-1 对应.

选择  $+\rightarrow 1, -\rightarrow 0$ , CHSH 的测量参量  $N_{\pm, \mp}(a, b)$  满足

$$\begin{cases} N_{+,+}(a, b) \rightarrow N_T \\ N_{+,-}(a, b) \rightarrow N_- \\ N_{-,+}(a, b) \rightarrow N_+ \\ N_{-,-}(a, b) \rightarrow N_\perp \end{cases}$$

$(N_{++}, N_{+-}, N_{-+}, N_{--}) \rightarrow (N_T, N_-, N_+, N_{\perp})$

令  $N = N_{++} + N_{+-} + N_{-+} + N_{--}$ , CHSH 的测量四元组为变值四元组的一个置换序列.

在 Aspect 的测量四元组  $(N_t, N_r, N_c, N_w)$  中分量满足

$$\begin{cases} N_t \rightarrow N_- \\ N_r \rightarrow N_+ \\ N_w \rightarrow N \end{cases}$$

在变值测量中,没有同  $N_c$  等价的参量,  $N_c$  标记在量子测量处理中双路通道同时出现的信号数目,对于特定实验具有意义,对于模拟系统,参量标记  $\{u_0, v_0\}$  和  $\{u_1, v_1\}$  信号在系统中出现的数目.

#### 4.6 不确定性条件

对于给定的  $X$  和函数  $f$ ,在特定的直方图中只确定一个点的位置.从信息系统的角度,不可能从单个点取值预估直方图整体的分布特征.从这个角度,单次测量的不确定性仍然是模拟系统的基本约束条件.

## 5 结论

在给定函数条件下分析  $N$  元 0-1 向量及其穷举序列,变值模拟系统可以形成不同特性的统计分布,利用两组概率参量  $\{u_{\beta}\}$ 、 $\{v_{\beta}\}$  分别描述左路、右路,双路粒子和双路波动及其在对称和反对称条件下的分布特性,观察在对称和非对称基元分布组合状态下的不同合成分布规律.对比变值测量四元组和其它量子测量四元组结构,探讨各类测量系统的优势和局限.从模拟运算复杂性的角度,  $n$  元函数空间的复杂性为  $2^n$ ,而  $N$  元向量穷举复杂性为  $2^N$ ,整个模拟系统的运算复杂性为  $O(2^{2^n} \times 2^N)$ .从应用的角度,建立起模拟系统与实验系统之间的量化测量关系,同时利用优化算法进行可操作的模拟为下一步研究的关键论题.

**致谢:**感谢晚洁生成的测量数据和李清平所做的可视化图形.

#### 参考文献

- [1] BARROW J D. Science and ultimate reality: quantum theory, cosmology and complexity [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [2] HAWKING S, MLODINOW L. The grand design [M]. USA: Bantam Books, 2010.
- [3] 张礼,葛墨林.量子力学的前沿问题[M].北京:清华大学出版社,2000.
- [4] PENG Heng-wu. The birth and growth of quantum theory

from quantum hypothesis to quantum mechanics[J]. *Physics*, 2001(5): 265-270.

彭恒武.量子理论的诞生和发展—从量子论到量子力学[J].物理,2001(5):265-270.

- [5] 赵凯华,罗蔚茵.量子物理-新概念物理教程[M].北京:高等教育出版社,2008.
- [6] 张永德.量子信息物理原理[M].科学出版社,2009.
- [7] FEYNMAN R, LEIGHTON R B, SANDS M. The feynman lectures on physics Vol 3[M]. New Jersey: Addison-Wesley, 1963.
- [8] BELL J S. Speakable and unspeakable in quantum mechanics [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1987.
- [9] CLAUSER F, HORNE M, SHIMONY A, et al. Proposed experiment to test local hidden-variable theories[J]. *Physical Review Letters*, 1969, **23**(15): 880.
- [10] ASPECT A, DALIBARD J, ROGER G. Experimental test of bell's inequalities using time-varying analyzers [J]. *Physical Review Letters*, 1982, **49**(25): 1804-1807.
- [11] HORNE M, SHIMONY A, ZEILINGER A. Two-particle interferometry[J]. *Nature*, 1990, **347**: 429-430.
- [12] ASPECT A. Bell's theorem: the naive view of an experimentalist, quantum [Un] speakables - from bell to quantum information[M]. Springer, 2002.
- [13] NAIRZ O, ARNDT M, ZEILINGER A. Quantum interference experiments with large molecules[J]. *American Journal of Physics*, 2003, **71**(4): 319-325.
- [14] LI Yuan-hua, LIU Jun-chang, NIE Yi-you. Quantum information splitting by using a genuinely entangled six-qubit state and bell-state measurements[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(2): 307-310.  
李渊华,刘俊昌,聂义友.基于六粒子纠缠态和 Bell 态测量的量子信息分离[J].光子学报,2011, **40**(2): 307-310.
- [15] LIN Ji-cheng, ZHENG Xiao-hu, CAO Zuo-liang. Statistic properties of photon in the system of the two-mode entangled coherent field interacting with atoms in bell states[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(6): 1156-1161.  
林继成,郑小虎,曹卓良.双模纠缠相干光与 Bell 态原子系统的光子统计[J].光子学报,2007, **36**(6): 1156-1161.
- [16] ZHONG Feng, YU Li-zhi, LI Chun-shu. Quantum teleportation with linear cluster-class state [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(10): 1800-1805.  
钟锋,于立志,李春树.量子隐形传态的类簇态信道方案[J].光子学报,2010, **39**(10): 1800-1805.
- [17] ZHENG J, ZHENG C, KUNII T L. A framework of variant-logic construction for cellular automata, cellular automata-innovative modelling for science and engineering [M]. In Tech Press, 2011: 325-352.
- [18] ZHENG J, ZHENG C. A framework to express variant and invariant functional spaces for binary logic, *Frontiers of Electrical and Electronic Engineering in China*[J]. *Higher Education Press and Springer*, 2010, **5**(2):163-172.
- [19] LI Qing-ping, ZHENG J. 2D spatial distributions for measures of random sequences using conjugate maps [C]. 11th Australian Information Warfare Conference, 2010.
- [20] LI Qing-ping, ZHENG J. 3D visual method for logic functions on exhaustive sequences [C]. IEEE International Conference on Information Theory and Information Security, 2010: 553-557.

## Variant Measures and Visualized Statistical Distributions

ZHENG Jeffrey<sup>1</sup>, ZHENG Chris<sup>2</sup>

(1 *School of Software, Yunnan University, Kunming, Yunnan 650091, China*)

(2 *School of EE, University of Melbourne, Vic 3011, Australia*)

**Abstract:** Using measure model and statistical approaches to simulate quantum interaction on binary level systems, multiple interactive conditions are simulated via double path interference measures. From quantum interaction, Einstein, Mach-Zehnder, Stern-Gerlach and CHSH measuring parameters are investigated. Using multiple variable logic functions and variant principle, N bit vectors of 0-1 input/output pairs form variant quaternion to establish variant double path simulation model. Using probability, symmetry/anti-symmetry, synchronous/asynchronous conditions, simulation system generates two groups of eight histograms to express their statistical distributions in relevant conditions.

**Key words:** Quantum interaction; Wave particle duality; Symmetry/anti-symmetry; Measurement quaternion