

文章编号:1004-4213(2011)09-1338-4

# 基于粒子群优化算法的膜系设计方法

翟子羽,叶美盈

(浙江师范大学 物理系,浙江 金华 321004)

**摘 要:**粒子群优化算法是一种新的演化计算技术,与遗传算法相比,粒子群优化算法具有易于实现,控制参量少等优点,且在大多数的情况下,可快速收敛于最优解.为了获得更优的膜系结构,本文提出了一种利用粒子群优化算法进行膜系设计的方法,并以增透膜、高反膜及分光膜为优化设计实例验证该方法的可行性.在这些实例中,以理论反射率和实际反射率的误差平方和为评价函数.结果表明,将粒子群优化算法用于膜系设计是有效的,在相同设计条件下,应用粒子群优化算法可以得到比遗传算法更优的膜系结构.

**关键词:**光学薄膜;膜系设计;优化设计;粒子群优化算法;遗传算法

**中图分类号:**O484.4

**文献标识码:**A

**doi:**10.3788/gzxb20114009.1338

## 0 引言

光学薄膜的膜系设计方法主要有解析法和数值优化法两种.解析法要求膜系必须为规整膜系,即膜层的厚度为  $1/4$  中心波长的整数倍,且不能预先设置膜系的层数.数值优化方法可以允许膜系是非规整膜系,可以预先设定膜系层数.在数值优化法中,膜系设计的评价函数是一个以膜系结构参量为变量的多元函数.通过建立评价函数,可用数值优化方法求得评价函数的最优解,从而得到理想的膜系设计结果.由于光学薄膜的光谱特性是膜层的结构、膜层的层数、膜层厚度和膜层折射率的函数,其评价函数为多峰函数且相当复杂<sup>[1]</sup>,当膜层超过一定的层数时,会导致膜系评价函数的峰值急剧增多,从而导致传统优化方法无法得到满意的设计结果.

遗传算法(Genetic Algorithm,GA)是一种模拟自然进化中的选择、遗传、变异过程的一种全局寻优算法<sup>[2]</sup>.GA 从一组初始值开始进行迭代寻优,这组初始值相当于一个生物群体,寻优过程就是这个生物群体繁衍、竞争和遗传变异的过程,该过程使整个群体得以进化,从而逼近最优解.但 GA 在选择、交叉、变异的优化过程中易出现过早收敛现象.针对这一弊端,一些改进的 GA 陆续被提出,例如整体退火遗传算法(Genetic Algorithm with Simulated Annealing,GASA)<sup>[3]</sup>和精英选择自适应变异遗传算法(Elite Genetic Algorithm with Adaptive

Mutation,EGAAM)<sup>[4]</sup>等,这些改进的 GA 有较好的全局寻优能力,在一定程度上减少了过早收敛现象的影响.近年来,GA 及其相关的改进算法已被应用到膜系设计与测量中<sup>[5-9]</sup>,并取得了较好的效果.

粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization,PSO)<sup>[10]</sup>作为一种新的演化计算方法,被认为是一种取代 GA 的优化技术.近年来,在光电信息处理中 PSO 得到了人们越来越多的关注<sup>[11-13]</sup>.本文尝试把 PSO 应用于膜系设计,以寻求更佳的膜系设计方案.

## 1 膜系设计原理

根据所要设计膜系的光学特性(如反射率  $R$ )要求,在给定的膜系层数和给定的波段,确定各膜层的折射率及其膜层厚度.但由于目前可共镀膜的材料种类有限,仅需确定膜层厚度即可.

设  $m$  层膜系各层膜料的折射率  $n_k(k=1,2,\dots,m)$ ,入射介质折射率  $n_0$ ,衬底折射率  $n_{m+1}$ ,各层几何厚度  $d_k(k=1,2,\dots,m)$ ,光束入射角  $\varphi_0$ ,则任一波长  $\lambda_j(j=1,2,\dots,ml)$  的反射率计算公式为

$$R_j = r_j \cdot r_j^* \quad (1)$$

$$r_j = (\eta_0 - Y) / (\eta_0 + Y) \quad (2)$$

式中, $Y$  是等效导纳,即

$$Y = C/B \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \prod_{k=1}^m \begin{bmatrix} \cos \delta_k & i \sin \delta_k / \eta_k \\ i \eta_k \sin \delta_k & \cos \delta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \eta_{m+1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

基金项目:国家自然科学基金(No.11072220)资助

第一作者:翟子羽(1986-),男,硕士研究生,主要研究方向为光学薄膜. Email: nuomishenshi@126.com

导师(通讯作者):叶美盈(1962-),女,教授,主要研究方向为光学与计算物理. Email: ymy@zjnu.cn

收稿日期:2011-01-10;修回日期:2011-06-21

式中,  $\delta_k$  是相位厚度,可由式(5)得出

$$\delta_k = (2\pi n_k d_k \cos \varphi_k) / \lambda_j \quad (5)$$

$\eta_k$  是光学导纳,由式(6)得出

$$\eta_k = \begin{cases} n_k / \cos \varphi_k & (P \text{ 分量}) \\ n_k \cos \varphi_k & (S \text{ 分量}) \end{cases} \quad (6)$$

式(5)和(6)中的  $\varphi_k$  由式(7)得出

$$n_0 \sin \varphi_0 = n_k \sin \varphi_k \quad (7)$$

衡量膜系性能的评价函数采用反射率误差加权平方和

$$F(D) = \min \sum_{j=1}^{m_l} \mu_j (R_j(D) - \bar{R}_j)^2 \quad (8)$$

式中,  $\mu_j$  是权重因子,  $R_j$  是理想反射率,  $\bar{R}_j$  是实际反射率,  $D$  是膜层几何厚度向量,即  $D = [d_1, d_2, \dots, d_m]$ .

## 2 PSO 算法

### 2.1 PSO 算法基本原理

PSO 算法是通过模拟鸟群觅食行为来解决计算问题的智能算法.非线性、不可微、多峰值等复杂的优化问题都可以通过 PSO 算法很好地解决.

PSO 算法在解空间初始化群粒子作为随机解,粒子群跟随当前最优粒子在解空间中搜索,通过迭代寻找最优解.在第  $t$  次迭代中,通过式(9)、(10)追踪全局极值和个体极值

$$v_i^{t+1} = \omega v_i^t + c_1 \text{rand}_1^t (\text{pbest}_i^t - x_i^t) + c_2 \text{rand}_2^t (\text{gbest}^t - x_i^t) \quad (9)$$

$$x_i^{t+1} = x_i^t + \Delta \tau v_i^{t+1} \quad (10)$$

式中,  $\omega$  表示惯性因子,  $c_1$  和  $c_2$  是加速因子,  $\text{rand}_1$  和  $\text{rand}_2$  代表  $[0, 1]$  之间的随机数,  $\text{pbest}_i$  代表第  $i$  个粒子历史最优位置,  $\text{gbest}$  代表群体的历史最优位置,  $v_i$  和  $x_i$  表示第  $i$  个粒子的速度与位置,式(10)中的时间间隔  $\Delta \tau = 1$ .

### 2.2 PSO 优化过程描述

Step 1:在预设的范围内随机初始化粒子的位置和速度,根据适应度函数计算每个粒子的适应度,并将各粒子的位置设为  $\text{pbest}_i$ ,所有粒子的最优位置设为  $\text{gbest}$ .

Step 2:根据式(9)和(10)更新粒子的位置和速度,并根据适应度函数计算更新后每个粒子的适应度.

Step 3:将每一个粒子的适应度值与历史最优位置  $\text{pbest}_i$  的适应度值进行比较,取较优者的位置作为当前个体的最优位置  $\text{pbest}_i$ .

Step 4:将每一个粒子当前最优位置  $\text{pbest}_i$  的适应度值与群体的历史最优位置  $\text{gbest}$  的适应度值比较,取较优者的位置作为群体当前的最优位置

$\text{gbest}$ .

Step 5:检查是否达到最大迭代次数,若已达到则停止迭代,否则返回 Step 2.

PSO 具有很好的通用性,只需提供问题解的适应度函数,不依赖其他辅助信息.对本文提出的膜系设计方法来说,在优化过程中,以膜层几何厚度作为 PSO 粒子的位置,以评价函数式(8)作为 PSO 的适应度函数,通过 PSO 自动调节膜层几何厚度,使理论反射率和实际反射率的误差平方和最小,从而得到最优的膜系结构.

## 3 设计实例

分别以增透膜、高反膜及分光膜为优化设计实例,验证本文提出的 PSO 膜系设计方法的可行性.

在设计过程中,取 PSO 的加速因子  $c_1 = c_2 = 2.1$ ,惯性因子  $\omega$  以 0.9 为起始值,0.4 为终止值,并随迭代次数增加线性下降;迭代次数为 20 000;取评价函数式(8)中的权重因子  $\mu_j = 1$ ;基底选  $K_9$  玻璃  $n_g = 1.52$ ,空气折射率  $n_0 = 1$ ,光线垂直入射.

### 例 1 增透膜设计

要求设计波长范围为 400~700 nm 的增透膜,选用  $\text{TiO}_2$  ( $n_H = 2.35$ ) 和  $\text{SiO}_2$  ( $n_L = 1.45$ ) 设计.

采用 11 层膜系,在 400~700 nm 可见光波长范围内等间距取 25 个波点,几何厚度的搜索区间取  $1 \text{ nm} \leq d_k \leq 200 \text{ nm}$ ,当种群规模取 25 时,得膜系结构为 air/88.551 3L 113.205 6H 40.025 6L 9.250 9H 157.761 3L 4.303 9H 82.933 2L 2.778 4H 135.781 8L 2.143 9H 40.574 6L/glass,(其中数字表示膜层的几何厚度,单位为 nm,下同).为了便于比较,在图 1 中同时给出了使用 MATLAB 软件在相同膜系结构参量下运用 PSO 所得的反射率曲线与运用 MATLAB 中自带的 GA 所得的反射率曲线.表 1 给出了用 PSO 及 GA 设计所得的评价函数数值.

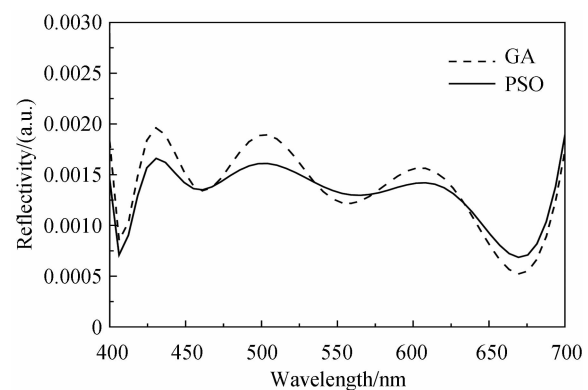


图 1 11 层增透膜的反射曲线

Fig. 1 Reflection curves of 11-layer anti-reflection film

表1 例1的评价函数值

Table 1 Merit function values of example 1

Design method	Number of layers	Number of values of wavelength	Merit function
GA	11	25	$5.0363 \times 10^{-5}$
PSO	11	25	$4.6354 \times 10^{-5}$

从图1和表1中可以很明显地看出,在设计增透膜时,与GA相比,相同设计条件下采用PSO所设计的增透膜具有更优的评价函数值和更好的光学特性.

### 例2 高反膜设计

要求设计波长范围为500~1000 nm的高反膜,反射率尽可能接近1,选用 $\text{TiO}_2$  ( $n_H=2.35$ )和 $\text{SiO}_2$  ( $n_L=1.35$ )设计.

采用15层膜系,在500~1000 nm可见光波长范围内等间距取50个波点,几何厚度的搜索区间取 $10 \text{ nm} \leq d_k \leq 250 \text{ nm}$ ,当种群规模取30时,得膜系结构为 air/64.155 3H 111.702 7L 61.4183H 103.568 4L 62.220 9H 115.894 7L 70.431 7H 141.466 4L 108.378 1H 134.603 5L 86.254 2H 190.765 0L 77.733 4H 194.737 3L 89.780 7H/glass.图2为相同膜系结构参量下运用PSO所得的反射率曲线与GA所得的反射率曲线.表2列出了用PSO及GA设计所得的评价函数值.

从图2和表2中可以看出,在设计高反膜时,采用PSO同样可得到比GA更优的设计结果.

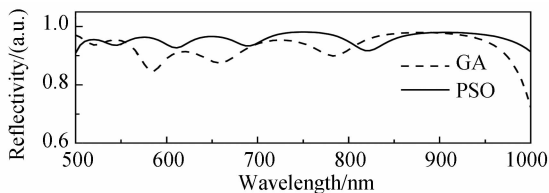


图2 15层高反射膜的反射曲线

Fig. 2 Reflection curves of 15-layer high-reflection film

表2 例2的评价函数值

Table 2 Merit function values of example 2

Design method	Number of layers	Number of values of wavelength	Merit function
GA	15	50	0.1489
PSO	15	50	0.1160

### 例3 1:1分光膜设计

要求设计在波长500~1000 nm范围内透射率和反射率之比是1的分光膜,选用 $\text{TiO}_2$  ( $n_H=2.35$ )和 $\text{SiO}_2$  ( $n_L=1.38$ )设计.

采用9层膜系,在500~1000 nm波长范围内等间距取50个波点,几何厚度的搜索区间定为 $10 \text{ nm} \leq d_k \leq 250 \text{ nm}$ ,当种群规模取25时,得膜系

结构为 air/12.243 9H 131.601 9L 66.100 6H 117.355 7L 98.940 9H 213.759 1L 29.828 1H 52.160 6L 19.133 6H/glass.图3表示运用PSO所得的反射率曲线与文献[5]中采用EGAAM的相同实例设计所得的反射率曲线.表3给出了用PSO及EGAAM设计所得的评价函数值.

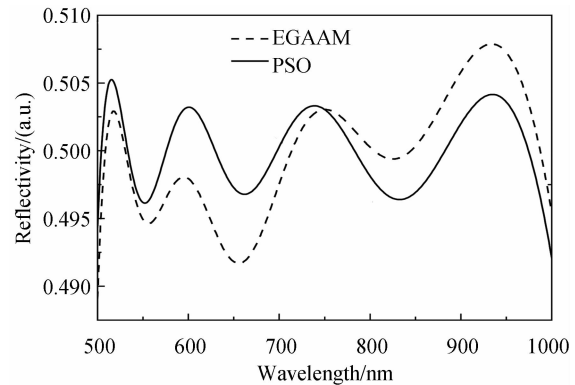


图3 9层1:1分光膜的反射曲线

Fig. 3 Reflection curves of 9-layer 1:1 beam-splitting film

表3 例3的评价函数值

Table 3 Merit function values of example 3

Design method	Number of layers	Number of values of wavelength	Merit function
EGAAM	9	50	$1.053 \times 10^{-3}$
PSO	9	50	$4.361 \times 10^{-4}$

由图3和表3可知,在设计1:1分光膜时,与文献[5]中采用的EGAAM相比,应用PSO可设计出更优性能的分光膜.

## 4 结论

通过减反膜、高反射膜及分光膜的设计可知,PSO具有较强的全局寻优能力,可用于多层非规整膜系的设计,且可以灵活设置膜层厚度边界,使设计出的膜层厚度合理,便于制备.设计实例还表明,在相同的设计条件下,应用PSO可设计出具有比GA方法更优光学特性的膜系.

### 参考文献

- [1] 唐晋发,郑权.应用薄膜光学[M].上海:上海科技出版社,1984:57-60.
- [2] 周明,孙树栋.遗传算法的原理和应用[M].北京:国防工业出版社,2005:1-64.
- [3] YE Mei-ying. A coating design method based on a whole annealing genetic algorithm[J]. *Optoelectronic Engineering*, 2000, **27**(3):12-15.  
叶美盈.基于整体退火遗传算法的膜系设计方法[J]. *光电工程*, 2000, **27**(3):12-15.
- [4] TANG Ji-jia,JIANG Shao-ji. Coating optimization design based on elite genetic algorithm with adaptive mutations[J]. *Optical Instruments*, 2006, **28**(4):43-47.  
唐基甲,江绍基.基于精英选择自适应变异遗传算法的膜系优化设计[J]. *光学仪器*, 2006, **28**(4):43-47.
- [5] CHEN Rui, WANG Feng-li, ZHU Jing-tao, et al. Design of 30.4 nm multilayer based on genetic algorithms [J]. *Acta*

- Photonica Sinica*, 2008, **37**(9):1819-1824.  
陈锐,王凤丽,朱京涛,等. 基于遗传算法的 30.4nm 多层膜设计[J]. 光子学报, 2008, **37**(9):1819-1824.
- [6] GONG Xing-zhi, CHEN Yan-ping, LIU Yu-ling, *et al.* The application of genetic algorithm in thin film characters measurement[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(11):2053-2056.  
宫兴致,陈燕平,刘玉玲,等. 遗传算法在薄膜特性参量测量中的应用[J]. 光子学报, 2007, **36**(11):2053-2056.
- [7] POXSON D J, SCHUBERT M F, MONT F W, *et al.* Broadband omnidirectional antireflection coatings optimized by genetic algorithm[J]. *Optics Letters*, 2009, **34**(6):728-730.
- [8] SCHUBERT M F, MONT F W, CHHAJED S, *et al.* Design of multilayer antireflection coatings made from co-sputtered and low-refractive-index materials by genetic algorithm[J]. *Optics Express*, 2008, **16**(8):5290-5298.
- [9] WANG Yong-qiang, HU Xiao-yun, MIAO Zhong-hai, *et al.* Reflection reducing coating composed of TiO<sub>2</sub>-SiO<sub>2</sub> multilayer films prepared using Sol-Gel processing[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(6):1165-1168.  
王永强,胡小云,苗中海,等. 溶胶-凝胶法制备 TiO<sub>2</sub>-SiO<sub>2</sub> 多层增透膜[J]. 光子学报, 2008, **37**(6):1165-1168.
- [10] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization [C]. IEEE International Conference on Neural Networks, Piscataway:IEEE Service Center, 1995:1942-1948.
- [11] WU Yi-quan, JI Shou-xin. Image contourlet threshold denoising based on chaotic particle swarm optimization[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(9):1645-1651.  
吴一全,纪守新. 基于混沌粒子群优化的图像 Contourlet 阈值去噪[J]. 光子学报, 2010, **39**(9):1645-1651.
- [12] LEI Bo, FAN Jiu-lun. Image thresholding method based on two-dimensional generalized fuzzy entropy[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(10):1907-1914.  
雷博,范九伦. 二维广义模糊熵图像阈值分割法[J]. 光子学报, 2010, **39**(10):1907-1914.
- [13] ZUO Xiao-lei, WANG Bo, ZHANG Hui-jian, *et al.* Channel allocation for dense wavelength division multiplexing systems based on heuristic algorithms [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(1):87-90.  
左晓蕾,王博,张慧剑,等. 基于启发式算法的密集波分复用系统波长优化配置[J]. 光子学报, 2009, **38**(1):87-90.

## A Coating Design Method Based on Particle Swarm Optimization

ZHAI Zi-yu, YE Mei-ying

(Department of Physics, Zhejiang Normal University, Jinhua, Zhejiang 321004, China)

**Abstract:** Particles swarm optimization is a new evolutionary computation technique. Compared with genetic algorithm, the particles swarm optimization has the advantages of easy implement, few control parameters, and fast convergence to optimal solution in most cases. In order to obtain better multilayer coating structure, the particles swarm optimization is proposed for the design of optical multilayer coatings. To verify the feasibility of the method, three different design examples, i. e., anti-reflection film, high-reflection film and beam-splitting film, were demonstrated. In the examples, the sum of squared error of ideal reflectivity and actual reflectivity was used as the merit function of multilayer coating performance. The results indicate that the particles swarm optimization is an effective technique for the design of multilayer coatings. By means of particles swarm optimization, a better multilayer coating structure than genetic algorithm can be obtained under the same design condition.

**Key words:** Optical film; Coating design; Optimum design; Particle swarm optimization; Genetic algorithm