

文章编号:1004-4213(2011)07-1031-5

去除乘性噪音的主成分分析算法

姚莉丽¹, 冯象初¹, 李亚峰^{1,2}

(1 西安电子科技大学 应用数学系, 西安 710071)

(2 宝鸡文理学院 计算机科学系, 陕西 宝鸡 721007)

摘 要:雷达成像系统的进一步应用依赖于对图像中噪音的有效抑制. 在目前现有消除噪音方法的基础上, 基于图像的局部相似性, 结合主成分分析法, 提出一种新的有效去除乘性噪音的滤波算法. 乘性噪音经对数变换后可转化为加性噪音处理. 分析了对数域中噪音的类型. 首先在图像的对数域, 通过非局部方法选取局部相似块作为训练样本, 利用主成分分析法提取出信号的主要特征. 然后基于统计理论中最小均方误差估计法给出了一种适用于图像信息的阈值原则. 最后分析了变换过程引起的偏差, 由对数域的偏估计得到滤波图像. 数值实验验证了新算法的有效性. 对比于目前提出的变分方法, 新算法处理后的图像有更高的信噪比和更好的视觉效果, 且具有一定的实用性.

关键词:主成分分析; 线性最小均方误差估计; 乘性噪音; 偏估计

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

doi: 10.3788/gzxb20114007.1031

0 引言

数字图像处理是一个十分活跃的研究领域, 在通信、遥感、生物医学和军事公安等众多科学研究中有广泛的应用. 图像去噪是图像处理中的一个基本研究问题, 也是图像预处理的关键步骤. 图像的噪音类型主要分为加性噪音和乘性噪音. 目前去除加性高斯白噪音的研究已经较为成熟, 如非局部平均(nonlocal means)^[1]、三维块匹配(Block-Matching and 3D Filtering, BM3D)^[2]、分裂 Bregman^[3]及基于过完备字典学习的稀疏表示方法^[4]. 乘性噪音是一种更为复杂的噪音, 在 SAR 图像中广泛存在的 Gamma 分布噪音是一种典型的乘性噪音. 目前已有的去除乘性噪音方法: 如传统的 Lee 滤波器^[5]、Kuan 滤波器^[6]、Frost 滤波器^[7]及小波的软硬阈值^[8,9]. 最近, 针对去除乘性噪音, 研究者们提出 SO^[10]、AA^[11]、BS^[12]、TVL1-DR^[13]等模型, 这些方法大多是基于偏微分方程和变分模型或两者相结合的方法. 文献[13]给出了一种结合曲线波与变分法的去除乘性噪音算法(TVL1-DR), 得到了相对较好的去噪结果.

众所周知, 主成分分析法(Principal Component Analysis, PCA)的应用已遍及信号和图像分析的多

个研究领域, 如人脸识别^[14], 目标检测^[15], 以及加性噪音的去除^[16]等. 本文将给出使用 PCA 去除乘性 Gamma 分布噪音的算法. 本文的基本思想是: 在图像的对数域运用 PCA 提取图像特征. 基于线性最小均方误差估计(Linear Minimum Mean-Square Error Estimate, LMMSE)给出一种阈值方法, 并分析了去噪过程由对数变换所引起的偏差. 新算法在有效去除乘性噪音的同时能更好保持图像细节信息.

1 基于 PCA 去除乘性噪音算法

在 SAR 图像中存在的乘性噪音也被称为斑点噪音, 它是一种服从 Gamma 分布的乘性噪音, 可被模型化为 $U=U_0 \cdot V$, 其中 U 是观测含噪图像, V 是均值为 1, 服从 Gamma 分布的噪音, 其概率密度函数为

$$\text{pdf}(V) = \frac{K^K}{\Gamma(K)} V^{K-1} e^{-KV}, (K > 1) \quad (1)$$

这里 K 为同场景独立成像次数, $\Gamma(\cdot)$ 是 Gamma 函数. 本文对含噪图像 U 做对数变换, 得到

$$I = \ln U = \ln U_0 + \ln V = I_0 + v \quad (2)$$

式中 $I_0 = \ln U_0$, $v = \ln V$. 因此将乘性噪音转化为加性噪音^[13]. 估计 K 次成像情况下, 对数域中噪音的

基金项目:国家自然科学基金(No. 60872138, No. 61001156)和宝鸡文理学院 2010 年院级科研重点项目(No. ZK10171)资助

第一作者:姚莉丽(1987-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为小波分析及其在数字图像处理中的应用. Email: liliyao2005@163.com

导师(通讯作者):冯象初(1962-), 男, 教授, 博导, 主要研究方向为偏微分方程、小波分析及其在数字图像处理中的应用.

Email: xcfeng@mail.xidian.edu.cn

收稿日期:2011-01-10; **修回日期:**2011-03-11

均值和方差为

$$E(v) = \Psi_0(K) - \ln K, D(v) = \Psi_1(K) \quad (3)$$

式中: $\Psi_k(K) = \left(\frac{d}{dK}\right)^{k+1} \ln \Gamma(K)$, ($k=0,1$). 分析知, 在 K 次成像情况下, 当 K 较大时, 乘性噪声转为加性噪声时均值近似为 0

$$E(v) = \Psi_0(K) - \ln K = \frac{d}{dK} \ln \Gamma(K) - \ln K = \frac{\Gamma'(K)}{\Gamma(K)} - \ln K = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{K-1}\right) - C - \ln K \quad (4)$$

这里 C 为欧拉常量, $C = \lim_{m \rightarrow \infty} \left[\sum_{n=1}^m \frac{1}{n} - \ln(m+1) \right]$, 参见文献[18]. 代入式(4), 取极限, 得

$$\lim_{K \rightarrow \infty} E(v) = \lim_{K \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{K-1}\right) - \lim_{m \rightarrow \infty} \left[\sum_{n=1}^m \frac{1}{n} - \ln(m+1) \right] - \ln K = 0$$

且随着 K 的增大, $E(v)$ 快速衰减为 0. 通过以上分析知, 当 K 较大时, 在对数域中, 噪声近似为加性高斯噪声.

1.1 训练样本空间的构建

图像的某一像素由其位置及灰度值来描述, 图像的局部信息可以表示为其相邻像素组成的图像块. 利用 PCA 对 I 的每一像素点 x 去噪, 需要找到一个与其对应的合适的训练集 X . 以像素点 x 为中心, 取大小为 $\sqrt{m} \times \sqrt{m}$ 的小块作为中心块, 在以 x 为中心的大窗 $\sqrt{L} \times \sqrt{L}$ ($L > m$) 内选取与中心块相似的块, 块均用列向量表示, 记中心块为 x , 相似块为 x_i . 记 $I_0(x)$ 为没有噪声污染的灰度值, $I(x)$ 为有噪声污染的灰度值, $v(x)$ 为噪声的灰度值. 记乘性噪声转换为加性噪声后方差为. 记 $e_i = (I(x) - I(x_i))^2$. 由噪声与信号的相互独立性, 可知: 当 K 较大时

$$E(e_i) \approx E((I_0(x) - I_0(x_i))^2) + 2\sigma^2 \quad (5)$$

若

$$\frac{1}{m} \sum_{\substack{x \in x \\ x_i \in x_i}} (I(x) - I(x_i))^2 < T + 2\sigma^2 \quad (6)$$

成立, 则选择 x_i 为一个训练样本, 其中 T 是设定好的一个阈值. 然而当 K 较小时, 对数域中噪声的均值不为 0, 仍近似的视其为加性高斯噪声, 采用这种方法来近似的选取训练样本. 从所选择的样本中选择最近似的 n 个样本构成样本集 X , 记 $X = [x, x_1, \dots, x_{n-1}]$.

1.2 基于训练样本的 PCA 变换

训练集 X 是 $m \times n$ 的矩阵, 用行向量表示, 记为 $X = [(x_0)^T, (x_1)^T, \dots, (x_{m-1})^T]^T$, x_i 为 X 的第

$i+1$ 行 (x_i 不同于 X 的第 $i+1$ 列 x_i). 其对应的没有噪声污染的灰度值为

$$I_0(X) = [I_0(x_0)^T, I_0(x_1)^T, \dots, I_0(x_{m-1})^T]^T$$

有噪声污染的灰度值为

$$I(X) = [I(x_0)^T, I(x_1)^T, \dots, I(x_{m-1})^T]^T$$

$v(X) = I(X) - I_0(X)$, $v(X)$ 是噪声 v 的数据矩阵, 记 $v(X) = [v(x_0)^T, v(x_1)^T, \dots, v(x_{m-1})^T]^T$.

下面对 $I(X)$ 进行分析. 均值 $\mu_i = (1/n) \sum_{x \in x_i} I(x)$, 将 $I(X)$ 中心化, 记为 $\bar{I}(X) = [\bar{I}(x_0)^T, \dots, \bar{I}(x_{m-1})^T]^T$, 其中 $\bar{I}(x_i) = I(x_i) - \mu_i$. 同理将 $I_0(X)$ 中心化, 记为 $\bar{I}_0(X) = [\bar{I}_0(x_0)^T, \dots, \bar{I}_0(x_{m-1})^T]^T$. 近似得到

$$\bar{I}(X) = \bar{I}_0(X) + v(X) \quad (7)$$

通过计算 $\bar{I}_0(X)$ 的协方差矩阵 Ω_0 , 可求 PCA 的变换矩阵 P_0 . 但 $\bar{I}_0(X)$ 未知, 因此 Ω_0 需要由已知数据 $\bar{I}(X)$ 的协方差阵 Ω 估计. 分析可得: Ω_0 与 Ω 有相同的特征向量.

由式(7)

$$\Omega = \frac{1}{n} \bar{I}(X) \bar{I}(X)^T = \frac{1}{n} \bar{I}_0(X) \bar{I}_0(X)^T + \frac{1}{n} \bar{I}_0(X) \cdot$$

$$v(X)^T + \frac{1}{n} v(X) \bar{I}_0(X)^T + \frac{1}{n} v(X) v(X)^T$$

由于噪声 v 与原图像 I_0 相互独立, 且

$$E(\bar{I}_0(x)) = 0, E(v(x)) \approx 0$$

则 $E\{\bar{I}_0(x_i) v(x_j)^T\} \approx 0$, 那么矩阵 $\bar{I}_0(X) v(X)^T$, $v(X) \bar{I}_0(X)^T$ 的第 i 行 j 列上的元素近似为零, 因此 $\bar{I}_0(X) v(X)^T$, $v(X) \bar{I}_0(X)^T$ 近似为零矩阵. 则

$$\Omega \approx \frac{1}{n} (\bar{I}_0(X) \bar{I}_0(X)^T + v(X) v(X)^T) = \Omega_0 + \Omega_v \quad (8)$$

这里 $\Omega_0 = (1/n) \bar{I}_0(X) \bar{I}_0(X)^T = \Phi_0 \Lambda_0 \Phi_0^T$, $\Omega_v = (1/n) v(X) v(X)^T$. Φ_0 为 $m \times m$ 的正交阵, Λ_0 是对角阵, 对角元素是 Ω_0 的特征根. $\Omega_v(i, j)$ 表示 $v(x_i), v(x_j)$ 的相关度, 那么当 $i \neq j$ 时, $\Omega_v(i, j) = 0$, 当 $i = j$ 时, $\Omega_v(i, i) = \sigma^2$, 因此 $\Omega_v = \sigma^2 E$, E 为 $m \times m$ 的单位矩阵, 则

$$\Omega_v = (\sigma^2 E) \Phi_0 \Phi_0^T = \Phi_0 (\sigma^2 E) \Phi_0^T \quad (9)$$

所以

$$\Omega = \Phi \Lambda \Phi^T \approx \Omega_0 + \Omega_v = \Phi_0 (\Lambda_0 + \sigma^2 E) \Phi_0^T = \Phi_0 \Lambda \Phi_0^T \quad (10)$$

其中 $\Lambda = \Lambda_0 + \sigma^2 E$.

通过以上分析可知 Ω_0 与 Ω 有相同的特征向量, 即 $\Phi_0^T = \Phi^T$. 因此 PCA 的变换矩阵为

$$P_0 = \Phi_0^T = \Phi^T \quad (11)$$

将 P_0 作用于 $\bar{I}(X)$, 得到

$$Y = P_0 \bar{I}(X) = P_0 \bar{I}_0(X) + P_0 v(X) = Y_0 + \Delta$$

其中 $Y_0 = P_0 \bar{I}_0(X)$, $\Delta = P_0 v(X)$. 经过 PCA 变换, 得到的新分量(即 Y_0 的各行), 相互正交. 图像的能量集中在几个重要分量组成的子空间内. 因当 K 较大时, 噪声在对数域中近似为加性高斯噪声, 而高斯噪声经 PCA 变换后能量分散在整个变换域. 如果通过硬阈值、软阈值等方法在 PCA 域处理, 其实验结果并不理想, 并且对不同的测试图像很难选取合适的参量, 其原因是这些阈值方法并不符合信号和噪声的统计分布信息. 下一节的理论分析中, 由最小均方误差估计我们给出一种更为有效的阈值方法. 为了与提出的阈值估计作比较, 实验中也给出了软阈值的处理结果.

1.3 阈值估计

记 $E(\cdot)$, $D(\cdot)$ $\text{Cov}(\cdot, \cdot)$ 分别表示变量的均值、方差和协方差. 通过变量 ξ 估计变量 ξ_0 , 设线性统计量 $\hat{\xi}_0 = a + b\xi$ 为 ξ_0 的线性最小均方误差估计量, 则对任一线性统计量 $a' + b'\xi$, 都有

$$E[\xi_0 - (a + b\xi)]^2 \leq E[\xi_0 - (a' + b'\xi)]^2 \quad (12)$$

需要考察在 a, b 取什么值的时候可以使式(12)成立. 由于

$$E[\xi_0 - (a' + b'\xi)]^2 = D(\xi_0) + b'^2 D(\xi) - 2b' \text{Cov}(\xi, \xi_0) + [a' - E(\xi_0) + b'E(\xi)]^2$$

将上式分别对 a', b' 求偏导数, 令其偏导数为零, 解得

$$\begin{cases} a = E(\xi_0) - bE(\xi) \\ b = \frac{\text{Cov}(\xi, \xi_0)}{D(\xi)} = \rho \frac{\sqrt{D(\xi_0)}}{\sqrt{D(\xi)}} \end{cases} \quad (13)$$

这里 ρ 为 ξ, ξ_0 的相关度^[17], 在应用中作为一个待定参量.

记 $\xi_i, \xi_{0i}, \delta_i$ 表示随机变量, 其观测值分别为 Y, Y_0, Δ 的第 i 行. 设 ξ_{0i} 的估计值为: $\hat{\xi}_{0i} = b_i \cdot \xi_i + a_i$. 根据式(13), 需要通过已知数据估计 $E(\xi_{0i}), D(\xi_{0i})$, 从而计算 a_i, b_i . 由 $Y_i = Y_{0i} + \Delta_i$, 其中下标 i 表示相应数据矩阵的第 i 行, 故

$$\begin{aligned} E(\xi_i) &= E(\xi_{0i}) + E(\delta_i) \\ D(\xi_i) &= D(\xi_{0i} + \delta_i) = D(\xi_{0i}) + D(\delta_i) + \\ & \quad 2\text{Cov}(\xi_{0i}, \delta_i) \end{aligned}$$

因噪声分布与图像相互独立, 即 ξ_{0i}, δ_i 相互独立, $\text{Cov}(\xi_{0i}, \delta_i) = 0$, 则

$$\begin{aligned} E(\xi_{0i}) &= E(\xi_i) - E(\delta_i) \\ D(\xi_{0i}) &= D(\xi_i) - D(\delta_i) \end{aligned} \quad (14)$$

K 次成像情况下, 对数域中噪声的均值和方差的估计值由式(3)给出. 因为 PCA 变换是正交变换, δ_i

表示 PCA 域中的随机变量, 故

$$\begin{aligned} E(\delta_i) &= E(v), D(\delta_i) = D(v), \text{那么} \\ \begin{cases} a_i = \left[1 - \rho \frac{\sqrt{D(\xi_i) - \Psi_1(K)}}{\sqrt{D(\xi_i)}} \right] E(\xi_i) - \\ \quad (\Psi_0(K) - \log K) \\ b_i = \rho \frac{\sqrt{D(\xi_i) - \Psi_1(K)}}{\sqrt{D(\xi_i)}} \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

因此得到

$$\hat{Y}_{0i} = b_i \cdot Y_i + a_i, (i=1, \dots, m) \quad (16)$$

根据以上得到估计的 \hat{Y}_0 . 由 $P_0^{-1} = P_0^T$, 可以求得 $\bar{I}_0(X)$ 的估计 $\hat{\bar{I}}_0(X)$

$$\hat{\bar{I}}_0(X) = P_0^T \cdot \hat{Y}_0 \quad (17)$$

因在变换过程中减去均值, 故 $I_0(X)$ 的估计 $\hat{I}_0(X)$ 为

$$\hat{I}_0(X) = \hat{\bar{I}}_0(X) + \mu \quad (18)$$

其中 μ 为均值向量.

$I_0(X)$ 第一列 $\hat{I}_0(x)$ 为目标块的灰度值估计.

$\hat{I}_0(x)$ 为处理后目标像素点的灰度值, 用 $\hat{I}_0(x)$ 替换 $I(x)$, 进行下一像素点灰度值的计算.

1.4 偏差估计

在对数变换过程中, 会产生一个偏差, 因此在将对数域中的估计信号返回空域时须求出这个偏差. 将 $\exp(u)$ 在 $E(u)$ 邻域内展开, 得

$$\exp u = \exp E(u) (1 + u - E(u) + (u - E(u))^2 / 2 + R_2)$$

因此 $E(\exp u) = \exp(E(u)) (1 + D(u)/2 + E(R_2))$. 这里 R_2 是泰勒展开式中的 Lagrange 余项, $E(R_2) \approx 0$, 则偏差大约为 $\ln(1 + D(u)/2)$. 因此偏估计为: $\hat{U}_0 = \exp(\hat{I}_0) (1 + \Psi_1(K)/2)$.

去除乘性噪声的整个算法步骤为:

输入: 初始图像 U

Step1 将含噪图像映射到对数域;

Step2 从目标点邻域内选取相似块组成 PCA 变换的训练集;

Step3 PCA 变换后, 采用 LMMSE 准则, 估计变换域中信号;

Step4 逆 PCA 变换得对数域中信号的估计值;

Step5 偏估计, 估计去噪过程中对数变换所产生的偏差;

输出: 使用指数变换将对数域中的估计值返回空域.

2 实验结果

2.1 参量选择

L 的大小决定搜索窗的大小, m 决定目标块的大小, 一般取为 9、25、49, 这一参量的选取依赖于图像的纹理性质, 纹理细节丰富的图像取 49 时效果更好. n 是训练样本个数, 一般为 20~30 之间. T 决定训练样本中样本与目标块的接近程度, 在实验中, 本文经验地选取参量 T ; 式(15)中, ρ 影响 PCA 变换域中信号的滤波程度, 其物理意义是已知含噪信号与所需估计信号的相关度, 由于 PCA 变换域中含噪信号中包含很少的原信号信息, 因此 ρ 一般取一个较小的值. 本文算法将参量固定为 $L = 41^2$, $m = 9$, $n = 25$, $\rho = 0.06$, 针对不同图像、不同强度的噪音, 均取得较好的去噪结果.

2.2 实验结果及分析

图 1 为原始的 Barbara 图像、Hill 图像和法国尼姆市(Nimes)的航拍图像. 图 2、图 3 和图 4 分别为使用本文算法与 TVL1-DR 算法对三个测试图像的去噪实验结果比较. 噪音是均值为 1, 文献[13]中 $K=10$, 服从 Gamma 分布的乘性噪音. 与 TVL1-DR 算法相比, 本文算法较好的保持了图像的纹理和对比度, 例如从 Barbara 图像(图 1(c))的围巾和裤子上与航拍图像(图 3(c))的细节可以看到. 另一方面, 在 Barbara 图像中(图 2(b))可以看到 TV 正则带来明显的阶梯效应. 在 Hill 图像(图 3(b))中屋顶和地面上也可以看到明显的块效应, 这也正是 TV 正则化难以克服的缺点. 实验结果不论信噪比还是视觉效果, 本文的结果比 TVL1-DR 更优.



图 1 无噪图像
Fig. 1 Noiseless image



图 2 图 Barbara 去噪效果比较
Fig. 2 The denoising results of Barbara



图 3 图 Hill 去噪效果比较

Fig. 3 The denoising results of Hill

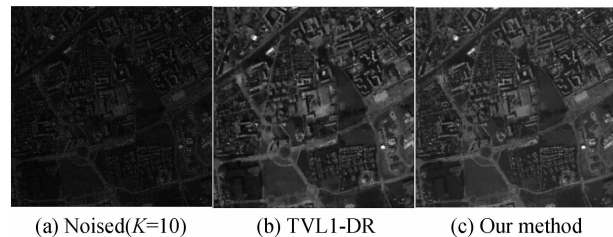


图 4 图 Nimes 去噪效果比较

Fig. 4 The denoising results of Nimes

为了更好地比较二种算法的图像恢复质量, 以峰值信噪比(Peak Signal to Noise Ratio, PSNR)为性能指标, 表 1 列出使用二种算法对不同噪音强度、不同测试图像的去噪实验数据. 在本文算法中, 为了验证提出阈值的有效性, 表 1 也给出了通过 PCA 域软阈值算法的实验结果, 从实验数据可以清楚地看到, 基于提出的 LMMSE, 本文算法有更好的结果. 这些实验数据进一步说明了提出算法的有效性.

表 1 不同测试图像在不同噪音强度下的去噪后 PSNR 比较/dB

Table 1 The PSNR(dB) results of denoised images at different noised levels and by different schemes/dB

Sample	K	Noised	TVL1-DR	Our method (soft threshold)	Our method (LMMSE)
Barbara	4	11.81	22.46	22.56	23.09
	10	15.81	23.46	24.39	26.85
	20	18.84	26.24	26.52	28.88
Hill	4	12.69	23.28	21.97	23.99
	10	16.66	26.57	25.74	26.94
	20	19.67	27.25	27.31	28.45
Nimes	4	18.48	25.60	24.18	25.84
	10	22.48	27.80	26.26	28.46
	20	25.49	28.29	28.63	30.30

最后, 使用二种算法对单视强度格式的真实 SAR 图像进行去噪实验. 从图 5 看到, 本文算法的视觉效果更好.

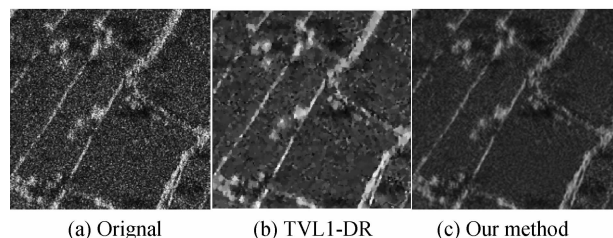


图 5 真实 SAR 图像去噪比较

Fig. 5 The denoising results of SAR image

3 结论

本文利用图像的局部相似性,基于 PCA 给出了一个新的去除乘性噪音算法. 实验结果表明,本文方法能够使图像的噪音得到较大程度的抑制,处理后的图像峰值信噪比得到了明显提高,并且能更好地保留图像的结构. 由于本文算法基于各个像素点进行处理,且非局部的相似块选择与 PCA 变换矩阵的计算均需大量的计算,使本文算法运算效率较低,如何设计快速算法是进一步研究的目标.

参考文献

- [1] BUADES A, COLL B, MOREL J M. A nonLocal algorithm for image denoising [C]. Proceedings of the 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2005, 2: 60-65.
- [2] DABOV K, FOI A, KATKOVNIK V, *et al.* Image denoising by sparse 3D transform-domain collaborative filtering [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, **16**(8): 2080-2095.
- [3] LI Ya-feng, FENG Xiang-chu. The split Bregman method for L1 projection problems[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2010, **38**(11): 2471-2475.
李亚峰, 冯象初. L1 投影问题的分裂 Bregman 方法[J]. *电子学报*, 2010, **38**(11): 2471-2475.
- [4] AHARON M, ELAD M, BRUCKSTEIN A M. The K-SVD: an algorithm for designing of overcomplete dictionaries for sparse representation [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, **54**(11): 4311-4322.
- [5] LEE J S. Speckle suppression and analysis for synthetic aperture radar image[J]. *Optical Engineering*, 1986, **25**(5): 636-643.
- [6] KUAN D, SAWCHUK A, STRAND T. Adaptive restoration of image with speckle[J]. *IEEE Transactions on Acoustics*

- Speech and Signal Processing*, 1987, **35**(3): 373-383.
- [7] FROST V S, STILES J A, SHANMUGAN K S. A mode for radar image and its application to adaptive digital filtering of multiplicative noise [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1982, **4**(2): 157-165.
- [8] DONOHO D L, JOHNSTONE I M. Ideal spadal adaptation by wavelet shrinkage[J]. *Biometrika*, 1994, **81**(3): 425-455.
- [9] DONOHO D L. Denoising by soft-thresholding [J]. *IEEE Transaction on Information Theory*, 1995, **41**(3): 613-627.
- [10] SHI J, OSHER S. A nonlinear inverse scale space method for a convex multiplicative noise model[J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2008, **1**(3): 294 - 321.
- [11] AUBERT G, AUJOL J F. A variational approach to removing multiplicative noise[J]. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 2008, **68**(4): 925 - 946.
- [12] CHESNEAU C, FADILI J, STARCK J L. Stein block thresholding for image denoising [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2010, **28**(1): 67-88.
- [13] DURAND S, FADILI J, NIKOLOVA M. Multiplicative noise removal using L1 fidelity on frame coefficients [J]. *Mathematical Imaging and Vision*, 2010, **36**(3): 201-226.
- [14] KIM K, JUNG K, KIM H J. Face recognition using kernal principle component analysis[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2002, **9**(2): 40-42.
- [15] FARRELL M D Jr, MERSEREAU R M. On the impact of PCA dimension reduction for hyperspectral detection of difficult targets[J]. *Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2005, **2**(2): 192-195.
- [16] ZHANG Lei, DONG Wei-sheng, ZHANG D, *et al.* Two-stage image denoising by principal component analysis with local pixel grouping[J]. *Pattern Recognition*, 2010, **43**(4): 1531 - 1549.
- [17] 梁之舜, 邓集贤, 杨维权, 等. 概率论及数理统计(下)[M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 1992: 95-97.
- [18] 梁昆森. 数学物理方法[M]. 2 版. 北京: 人民教育出版社, 1978: 554-560.

Principal Component Analysis Method for Multiplicative Noise Removal

YAO Li-li¹, FENG Xiang-chu¹, LI Ya-feng^{1,2}

(1 Department of Applied Mathematics, Xidian University, Xi'an 710071, China)

(2 Department of Computer Science, Baoji University of Arts and Science, Baoji, Shaanxi 721007, China)

Abstract: The further application of Radar image system relies on the quality of denoising from images. By analyzing the existing denoising algorithms, a new algorithm was presented using principal component analysis for removing multiplicative noise, based on local similarity of images. Multiplicative noise by logarithmic transformation could be converted into the additive noise for processing. Type analysis of the noise in the logarithmic domain was given. In the image logarithm domain, training sample blocks were selected by nonlocal method, and the principal component analysis was used to extract the main features of image blocks. A threshold principle, was proposed by linear minimum mean-square error estimate, which adapted to the signal message. The denoising images were obtained by biased estimation. Experiment results show that the presented method is valid. Compared with the existing variational methods, the new method has higher peak signal to noise ratio and better visual effect. That the performance of the proposed method is practical at a certain extent.

Key words: Principal Component Analysis (PCA); Linear Minimum Mean Square Error Estimate (LMMSE); Multiplicative noise; Biased estimate