

文章编号:1004-4213(2011)07-0978-5

# 相移阴影莫尔基于迭代 LSM 拟合

杜虎兵<sup>1,2</sup>, 赵宏<sup>1</sup>, 李兵<sup>1</sup>, 李正伟<sup>1</sup>, 郑亮<sup>1</sup>, 冯磊磊<sup>1</sup>

(1 西安交通大学 机械制造系统工程国家重点实验室, 西安 710049)

(2 西安航空技术高等专科学校, 西安 710077)

**摘 要:**相移阴影莫尔技术相位高度存在着非线性关系,无法在全场获得均匀相移,因而致使经典的相移算法不能得到精确解.对此,提出了一种基于最小方差迭代的相移阴影莫尔技术,该技术通过垂直光栅面等间距移动光栅来产生相移,但光栅移动距离可不采用固定值,所以相移过程灵活;使用在高度解调过程中确定的逐点相移增量来抽取精确的测量相位,实现了相移阴影莫尔技术中固有的相位高度非线性误差补偿.结果表明,该方法可通过干涉图计算光栅的移动量,具有相移器的自标定特性.

**关键词:**算法;阴影莫尔;相位;相移

**中图分类号:**O432.2      **文献标识码:**A

**doi:**10.3788/gzxb20114007.0978

## 0 引言

阴影莫尔法结构简单,便于工业实现,近年来结合相移技术使得测量准确度和分辨率得到很大的提高<sup>[1-2]</sup>.然而阴影莫尔条纹图样的相位与测量高度的关系是非线性的,无法为相移阴影莫尔光场引入一个全局的相移量.而近似实现的相移阴影莫尔技术限制了测量范围,并致使经典的相移算法不能得到精确的解.2001年, Degrieck 等<sup>[3]</sup>提出了一种拍摄光栅阴影,通过数字相移实现的阴影莫尔技术成功地对相位高度非线性误差进行了补偿,但这种方法不能一般化,因为使用小周期光栅(如光栅周期为 0.05 mm)时,此时栅线过密,CCD 是不能得到光栅的阴影.最近,使用恒定但未知相移增量相移技术的应用得到一些学者的关注.实际应用中, Carré 算法干涉图的质量要求高,而测量光场往往会因为摄像机的非线性响应、相移误差等表现出非正弦性,此时 Carré 算法会产生较大的误差.对此,一般的 Carré 算法<sup>[4]</sup>被提出来通过较多的干涉图(如 15 张)来消除测量中由于随机误差和噪音引起的不确定性.但这种方法涉及到较多的测量干涉图,而在一些场合,比如在线测量,这是不可取的.相比之下,使用具有抗燥性能的 Guo 算法<sup>[5]</sup>倒是一种更好的选择,然而如何将该算法应用阴影莫尔中并没有解决.

为了克服上面的困难,建立一种使用合理采样

帧数,且不要求相移值固定的高精度相移阴影莫尔技术,本文提出基于迭代算法的相移阴影莫尔法.该方法至少需要四张干涉图,能在相位解调过程来确定精确的相移量,并可通过干涉图来标定相移器.最后,结合本文的降噪方法,实验证明了该算法优于现有的典型算法.

## 1 理论分析

### 1.1 测量原理

典型的阴影莫尔光路结构<sup>[2]</sup>如图 1,周期为  $p$  的光栅位于  $XY$  平面且接近物体,探测器和光源置于距离光栅  $h$  的水平面上.当光源照射物面上的光栅时,探测器得到的光场可表述为

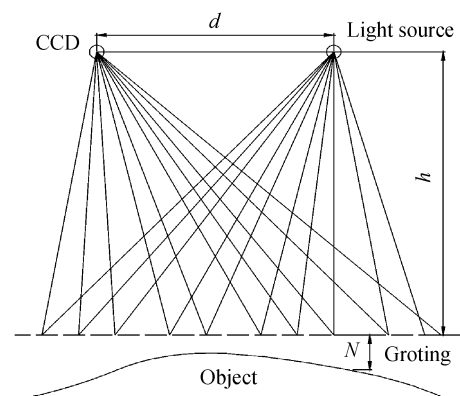


图 1 相移阴影莫尔系统结构

Fig. 1 Optical arrangement of phase shifting shadow moiré

基金项目:国家重点基础研究发展计划(No. 2009CB724207)和国家自然科学基金(No. 50975228)资助

第一作者:杜虎兵(1976—),男,讲师,博士研究生,主要研究方向为光电检测和干涉图分析. Email: xh\_dhub@stu.xjtu.edu.cn

导师(通讯作者):赵宏(1964—),男,教授,博士,主要研究方向为光电检测、实时在线测试以及机器视觉. Email: zhaohong@mail.xjtu.edu.cn

收稿日期:2010-09-26;修回日期:2010-11-27

$$I(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos [2\pi dz(x, y) / p(h + z(x, y))] \quad (1)$$

式中  $d$  为摄像机与光源间距,  $h$  为光栅面与摄像机-光源面间距,  $p$  为光栅周期,  $A(x, y)$ 、 $B(x, y)$  分别为背景和振幅.  $z(x, y)$  代表了物体的形状. 当垂直光栅面移动光栅任意  $\Delta h$  距离时, 产生的相移增量为

$$\delta = \frac{2\pi d(\Delta h + z)}{p(h - \Delta h + z + \Delta h)} - \frac{2\pi dz}{p(h + z)} = \frac{2\pi d\Delta h}{p(h + z)} \quad (2)$$

式(2)省略了空间坐标关系  $(x, y)$ . 讨论中如果没有特别指出, 都是针对一个点进行的, 也省略了空间坐标关系  $(x, y)$ .

可见移动光栅产生的相移增量与测量深度有关, 并与光栅移动距离成正比. 假定移动光栅  $m$  次, 每次移动相对初始位置的距离为  $\Delta h_i = i\Delta h$ , ( $i = 0, 1, \dots, m$ ), 由此得到的  $m$  张干涉图为

$$I_i = A + B \cos [\varphi + i\delta] \quad (3)$$

### 1.2 使用最小二乘法求解高度

定义一套变量:  $a = A$ ,  $b = B \cos \varphi$ ,  $c = -B \sin \varphi$ , 并用实验测量的光强值  $I^m$  代替理论光强值  $I^r$ , 将式(3)写成矩阵方程的形式

$$\mathbf{J}\mathbf{X} = \mathbf{I}_m \quad (4)$$

式中

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & \cos \delta & \sin \delta \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & \cos m\delta & \sin m\delta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}, \mathbf{I}_m = \begin{bmatrix} I_0^m \\ I_i^m \\ \dots \\ I_m^m \end{bmatrix}$$

考虑到测量光场和实际光场存在着误差, 可产生目标函数

$$e = \sum_1^m (I_i^m - I_i^r)^2 \quad (5)$$

因此, 在  $\min E$  的标准下可得式(4)中未知量的最小方差解. 现假定式(2)分子中的  $z(x, y) = 0$ , 并带入实验装置标定参量, 可得相移增量  $\delta$  的初始值, 即此时雅克比矩阵  $\mathbf{J}$  变为已知量.

一般情况下, 在式(4)中  $\mathbf{J}$  已知的条件下, 其最小方差解可通过法方程<sup>[6-7]</sup>得出, 然而根据最小二乘理论知, 正交变换的方法是一种比法方程更有效的求解方法. 将  $\mathbf{J}$  进行 QR 分解得

$$\mathbf{Q}^T \mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中  $\mathbf{R}$  为上三角矩阵,  $\mathbf{Q}$  为正交矩阵. 因此可得

$$\mathbf{R}\mathbf{X} = \mathbf{Q}^T \mathbf{I}_b^r \quad (7)$$

进而得相位分布为

$$\varphi(x, y) = \text{atan } 2(-c(x, y), b(x, y)) \quad (8)$$

对式(8)求解相位去包裹, 可得近似高度分布为

$$\hat{z} = ph\varphi / 2\pi d \quad (9)$$

### 1.3 更新相移增量

由式(2)可知, 如果光栅移动距离的标定值不精确会产生相移误差, 因此需要仔细标定. 使用理论光强  $I_0^r, I_1^r, I_2^r, I_3^r$ , 可得

$$g = \frac{I_3^r - I_0^r}{I_2^r - I_1^r} - 1 = 2 \cos \frac{2\pi d\Delta h}{p(h + \hat{z})} \quad (10)$$

将测量光强  $I_0^m, I_1^m, I_2^m, I_3^m$  和 2.2 小节计算的高度  $\hat{z}$  带入式(10), 可得更新的光栅移动距离为

$$\Delta h^u = \frac{p \cdot \arccos(g/2)}{2\pi d} (h + \hat{z}) \quad (11)$$

式(11)式使用了反余弦函数, 而测量光强误差可能导致  $|g/2| > 1$ , 对此可通过软件来对  $g/2$  进行判断, 去除这些奇异点. 这样更新的光栅移动距离为(式 11)所有解的平均.

将求解的  $\hat{z}$ 、 $\Delta h^u$  带入式(2), 此时相移增量更新为

$$\delta^u(x, y) = 2\pi d\Delta h^u / p(h + \hat{z}(x, y)) \quad (12)$$

将式(12)代入式(4), 按照 2.2 节的方法可得更新的相位  $\varphi^u$ , 进而得到更新的高度分布为

$$z^u = \frac{ph\varphi^u}{2\pi d - p\varphi^u} \quad (13)$$

轮流上面的操作, 直至收敛到预设的阈值, 便可得到精确的高度分布. 阈值条件定义为

$$\max(|\delta^q - \delta^{q-1}|) < \epsilon \quad (14)$$

式中  $q$  为迭代次数,  $\epsilon$  为预定义的阈值.

## 2 数值模拟与讨论

由于实际测量面的表达式一般很难得到, 为了验证本文算法的有效性进行了数值模拟, 定义测量面:  $z(x, y) = 5xy \exp(-x^2 - y^2)$ , 其中  $0 \leq x \leq 2.55, 0 \leq y \leq 2.55$ , 采用像素单位,  $z(x, y)$  的单位为 mm, 并取  $256 \times 256$  个抽样点. 实验参量为

$$p = 0.05 \text{ mm}, d = 100 \text{ mm}, h = 160 \text{ mm} \text{ 光栅每次移动距离为 } \Delta h = 0.02 \text{ mm}.$$

根据式(3), 定义光强分布为:  $I_i = 127 + 128 \cos[\varphi + i\delta]$ , 因此改变  $i$  可产生由计算机模拟的干涉图. 一般来说四步算法在对相移标定误差没有补偿能力, 因此性能不如 Schwider-Hariharan 五步算法, 然而 Bi<sup>[8]</sup> 等又提出了一种五步补偿算法, 并通过实验证明其性能更优于 Schwider-Hariharan 五步算法, 能进一步降低相移标定误差, 所以在数据模

拟中,本文的算法与上面两种算法的性能和一般的最小二乘法(Least Square Method, LSM)<sup>[7]</sup>进行了比较,图 2 给出了 Schwider-Hariharan 五步算法、Bi 算法、LSM 算法和本文算法在只有相移不匀误差时的解调结果,图 2 说明在阴影莫尔光场中存在着相位高度非线性关系,致使全场不能得到严格的  $90^\circ$  相移增量,从而使解调结果产生了误差,其中 Schwider-Hariharan 五步算法与 LSM 算法解调误差曲线重合,由于忽略了相位高度非线性关系,限制了测量范围,只能在较小测量范围内取得较高的准确度,Bi 算法的性能优于 Schwider-Hariharan 五步算法和 LSM 算法,而本文算法通过迭代对相位高度非线性误差进行了补偿,误差数量级可达到  $10^{-14}$ 。

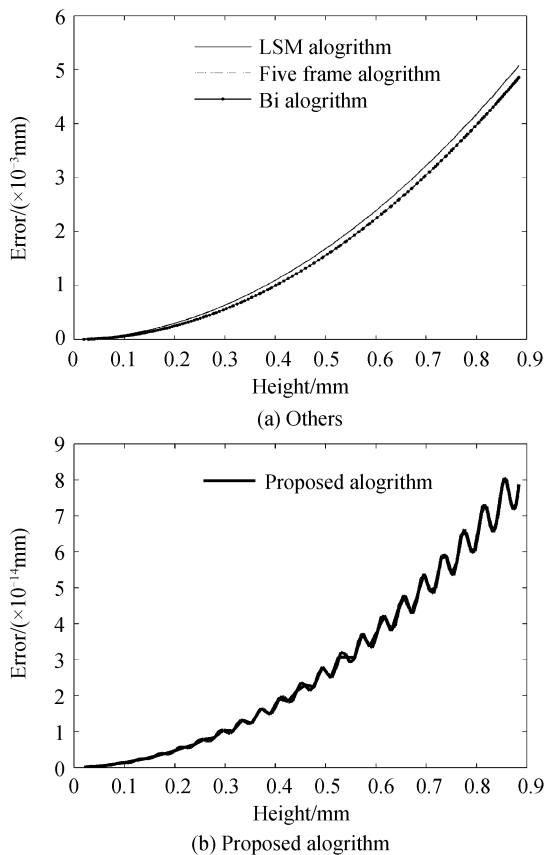
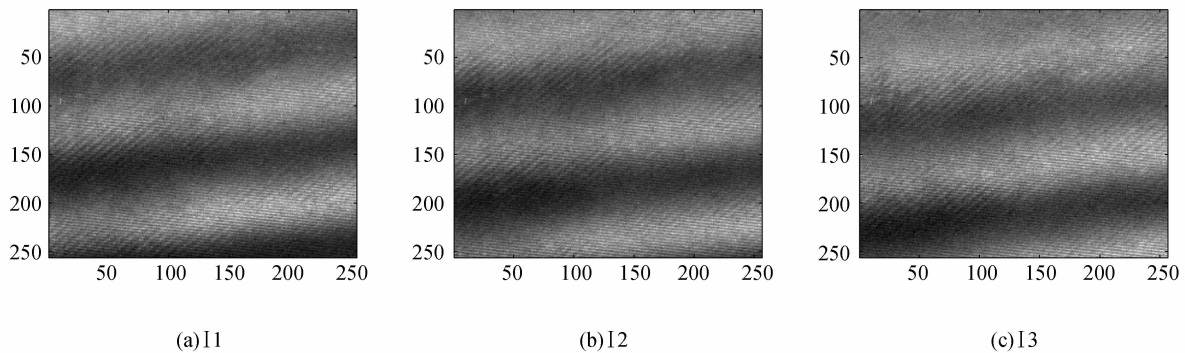


图 2 具有相移不匀误差下的误差分布  
Fig. 2 Measurement errors in the presence of nonuniform phase-shifting error



为了说明本文算法的自标定性能,又对模拟干涉图里添加了 25% 的光栅移动恒定误差,进行了数值解调.结果(如图 3)表明典型算法误差较大,而本文算法由于通过干涉图计算出了光栅的实际移动距离,所以对恒定误差表现出了不敏感的性能。

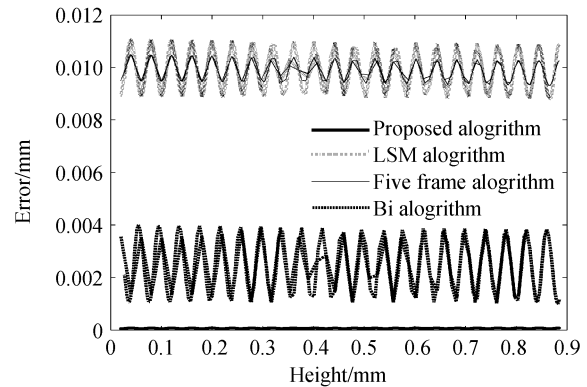


图 3 具有相移不匀和相移标定误差下的误差分布  
Fig. 3 Measurement errors in the presence of nonuniform and miscalibration phase-shifting errors

为了说明本文正交变换求解的效率,将采用法方程<sup>[7]</sup>和正交变换法求解最小二乘意义上解进行了对比.结果表明两种计算方法在计算准确度上和 Schwider-Hariharan 五步算法求解误差相当,但在 Pentium IV 2.5GHz 的 PC 上,采用法方程的方法耗时为 3.5s,而正交变换的方法耗时为 0.6s,效率提高了 480%。

### 3 实验

为了进一步验证本文方法的性能,进行了实际测量.文献[9]指出等间距满周期采样为最佳采样条件,尽管本文的方法可采用任意相移增量,但为了能和典型相移算法进行对比分析,实验中采用了满周期 5 帧采样。

实验的测量对象为一块适当倾斜的漫反射率较大的晶圆硅片.测量结构如图 1,实验参量见数值模拟参量.实验时,以 0.02 mm 间距进行采样,依次移动光栅五次,获取六张干涉图.图 4 给出了实验得到的六张像素为  $256 \times 256$  干涉图。

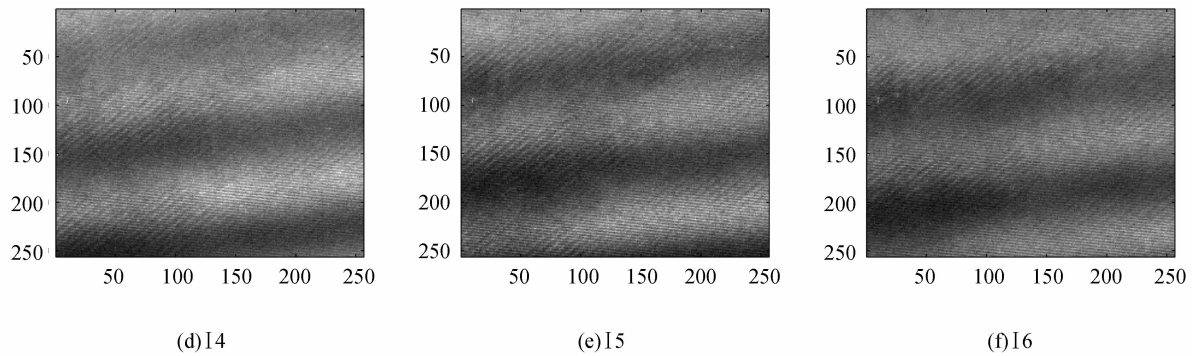


图 4 相移阴影莫尔条纹图样  
Fig. 4 Phase shifted shadow moiré fringe patterns

考虑到相移技术噪音敏感,提出采用小波包变换的方法对干涉图降噪.小波包降噪与小波降噪原理相同<sup>[10]</sup>,但小波包对测量信号在所有尺度的低通和高通信号都进行了分解,因此得到了更灵活和详细的变换分析.由于小波包在信号重构时,会将一些高频噪音误认为信号而没有进行阈值处理,所以对测量干涉图又做了低通预处理,得到了良好的降噪效果.图 5 为采用正交 Symmlet 小波基函数进行软阈值降噪结果.

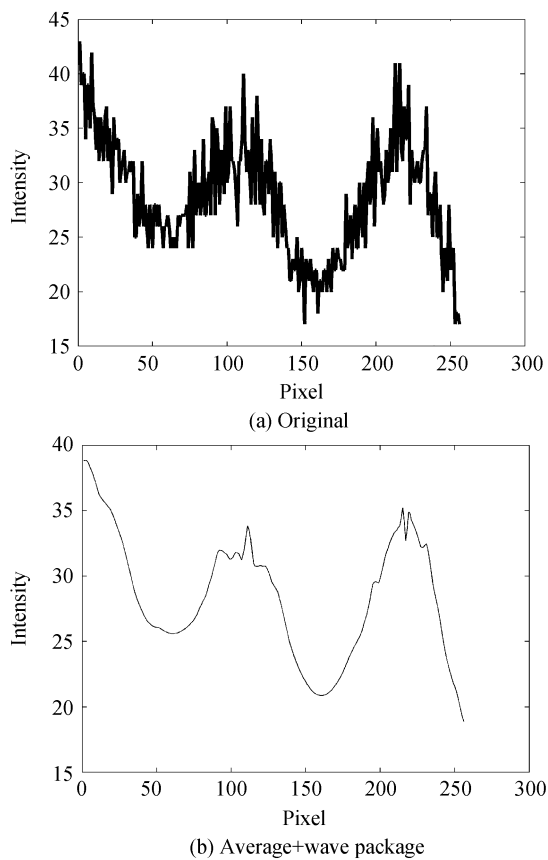


图 5 降噪结果  
Fig. 5 The result of denoising

根据实验方法知,由图 4 前五张干涉图和后面干涉图进行的测量结果之差应为光栅移动.为了对比本文算法的有效性,将具有较好误差补偿性能的 Bi 算法和使用未知恒定相移增量的 Guo 算法<sup>[5]</sup>的

测量结果进行了对比.图 6 为三种算法处理结果的第 90 列数据随像素变化曲线,可见三种算法处理结果都收敛到 0.02 mm 附近,但本文的算法更稳定.

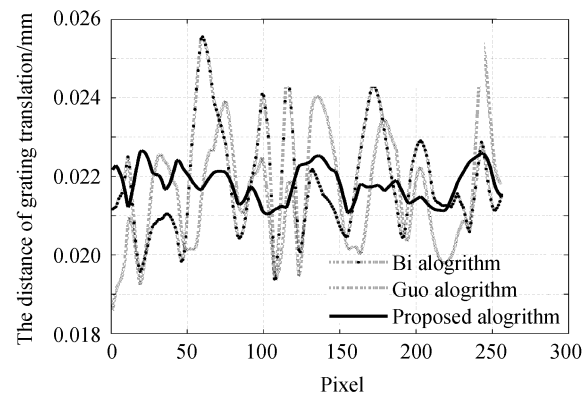
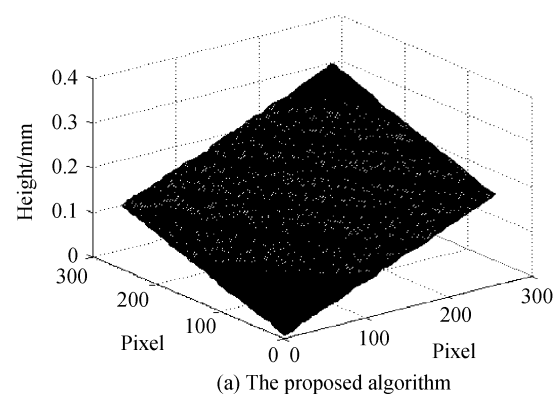


图 6 本文算法与其它算法处理结果的比较  
Fig. 6 The comparison of the proposed algorithm with others

由图 6 知,Guo 算法虽然具有很好的理论意义,但在具体的实现上,并没有表现更好的特性,这主要是因为测量光场的非正弦性致使 Guo 算法不能由干涉图计算出精确的相移增量.为了说明该问题,以一个表面漫散射率低的金属量块做了测量,采用 5 帧干涉图重建,结果如图 7.

观察实验数据,发现采用 Guo 算法得到的相移增量有一部分数据为复数,从而使得重建造成了较大的误差.同样,对球面的测量,也出现了上述问题.因此试图通过干涉图来求解相移的增量的方法由于受干涉图不确定性的影响不能得到精确的相移增



(a) The proposed algorithm

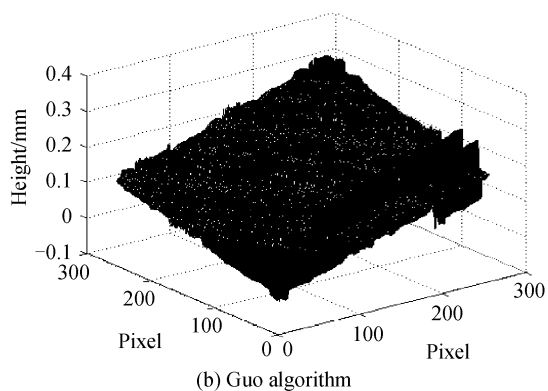


图7 解调结果的比较

Fig.7 Comparison of demodulation results

量. 但仅依赖标定值的近似  $90^\circ$  的相移阴影莫尔法又对相位高度非线性敏感, 相比结合标定参量和干涉图计算来确定相移增量的方法(本文的方法)取得了较好的效果.

#### 4 结论

提出了一种结合标定参量和干涉图计算来确定相移量的方法, 该方法通过迭代和最小二乘拟合对相移阴影莫尔中能对相位高度非线性造成的原理性相移误差进行了补偿; 并可实现通过干涉图来自动标定光栅移动量, 实验证明了本文算法的有效性.

#### 参考文献

[1] GOMEZ-PEDRERO J A, QUIROGA J A, JOSE TERRON-LOPEZ M, *et al.* Measurement of surface topography by RGB Shadow-Moiré with direct phase demodulation[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2006, **44**(12): 1297-1300.

- [2] JIN Lian-hua, KODERA Y, YOSHIZAWA T, *et al.* Shadow moiré profilometry using the phase-shifting method [J]. *Optical Engineering*, 2000, **39**(8): 2119-2123.
- [3] DEGRIECK J, van PAEPEGEM W, BOONE P. Application of digital phase-shift shadow Moiré to micro deformation measurements of curved surfaces[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2001, **36**(1): 29-30.
- [4] MAGALHAES J R P A A, NETO P S, DE BARCELOS C C S. Phase shifting technique using generalization of Carré algorithm with many images[J]. *Optical Review*, 2009, **16**(4): 432-441.
- [5] GUO Hong-wei, CHEN Ming-yi. Least-squares algorithm for phase-stepping interferometry with an unknown relative step [J]. *Applied Optics*, 2005, **44**(23): 4854-4858.
- [6] XU Jian-cheng, XU Qiao, CHAI Li-qun. Iterative algorithm for phase extraction from interferograms with random and nonuniform phase shifts[J]. *Applied Optics*, 2008, **47**(3): 480-485.
- [7] WANG Zhao-yang, HAN B. Advanced iterative algorithm for phase extraction of randomly phase-shifted interferograms[J]. *Optics Letters*, 2004, **29**(14): 1671-1673.
- [8] BI Hong-bo, ZHANG Ying, LING K V, *et al.* Class of 4+1-phase algorithms with error compensation [J]. *Applied Optics*, 2004, **43**(21): 4199-4207.
- [9] HUI Mei. The algorithm and experiment study of phase stepping interferometry in surface micro topography measurement [D]. Xi'an: Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, 2001: 42-72.
- 惠梅. 表面微观形貌测量中相移干涉术的算法与实验研究 [D]. 西安: 中国科学院西安光学精密机械研究所, 2001: 42-72.
- [10] SHARMA A, SHEORAN G, JAFFERY Z A, *et al.* Improvement of signal-to-noise ratio in digital holography using wavelet transform [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2007, **46**(1): 42-47.

### Phase Shifting Shadow Moiré by Iterative Least-squares Fitting

DU Hu-bing<sup>1,2</sup>, ZHAO Hong<sup>1</sup>, LI Bing<sup>1</sup>, LI Zheng-wei<sup>1</sup>, ZHENG Liang<sup>1</sup>, FENG Lei-lei<sup>1</sup>

(1 State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

(2 Xi'an Aerotechnical College, Xi'an 10077, China)

**Abstract:** Shifting shadow moiré iterative algorithm and procedures for both the calibration of phase shifter and noise reduction approaches are proposed. Compared with the traditional shifting shadow moiré method, the proposed method is insensitive to the height dependent effects and can determine the point-wise phase step during the process of demodulation. The effectiveness of the proposed method is demonstrated by both simulations and experiments. They are shown that the proposed method can effectively minimize the effects of the phase-shifting errors and possess a superior performance than existing typical phase shifting algorithms in shifting shadow moiré technique.

**Key words:** Algorithm; Shadow Moiré; Phase; Phase-shifting