

文章编号:1004-4213(2011)06-0961-6

# 基于方差的奇异值分解域鲁棒零水印算法

叶天语

(浙江工商大学 信息与电子工程学院, 杭州 310018)

**摘 要:**针对已提出的奇异值分解域鲁棒水印算法往往将水印嵌入在奇异值矩阵的奇异值上,利用奇异值分解产生的两个正交矩阵提出一种基于方差的鲁棒零水印算法.将图像分割成互不重叠的子块,对每个子块进行奇异值分解,通过判断每个子块  $U$  矩阵第一列元素平方的方差与  $V$  矩阵第一列元素平方的方差之间的大小关系产生零水印序列.算法实质上没有对原始图像做任何修改,具有非常好的不可见性.算法进行抵抗重采样、平滑处理、加噪音和 JPEG 压缩攻击实验测试鲁棒性.实验结果表明该算法在以上攻击中表现出很强的鲁棒性.

**关键词:**数字水印;零水印;奇异值分解;方差;正交矩阵

**中图分类号:** TN911.7

**文献标识码:** A

**doi:** 10.3788/gzxb20114006.0961

## 0 引言

最近 20 年来,计算机技术、通信技术、互联网技术日新月异,发展迅速,使得多媒体在网络上的交流越来越频繁,越来越快捷.随之而来的是,多媒体容易遭到篡改或非法复制等,从而带来版权纠纷等问题.数字水印技术被提出来用于对多媒体进行版权保护.数字水印技术将具有特定意义的标记(水印),利用数字嵌入的方法隐藏在多媒体中,但不影响其价值和使用,用以证明创作者对多媒体的所有权,并作为鉴定、起诉非法侵权的证据,成为知识产权保护 and 多媒体防伪的有效手段.

根据水印嵌入域进行分类,数字水印算法可以分为空域数字水印算法和变换域数字水印算法.变换域水印算法嵌入的水印能量可以分布到空域的所有像素,而且可以与人类视觉特性结合,从而往往具有较好的抗攻击鲁棒性.常用的变换域有离散傅里叶变换(Discrete Fourier Transformation, DFT)、离散余弦变换(Discrete Cosine Transformation, DCT)、离散小波变换(Discrete Wavelet Transformation, DWT)、奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)等.图像 SVD 分解后得到的奇异值具有相当好的稳定性,即当图像受到轻微的扰动时,它的奇异值不会发生剧烈的改变;奇异值能够表现出图像内在的代数特性<sup>[1]</sup>.文献[1-6]

利用奇异值的这种性质将水印嵌入在所有或者部分奇异值上.然而,很少有水印算法将水印嵌入在 SVD 后得到的正交方阵上.本文通过实验发现,图像每个子块 SVD 后得到的  $U$  矩阵第一列元素平方的方差与  $V$  矩阵第一列元素平方的方差之间的大小关系在攻击前后也存在相当好的稳定性.文献[7]提出零水印概念,利用图像稳定的特征量产生零水印,可以有效解决鲁棒性与不可见性之间的矛盾.本文利用  $U$  与  $V$  两个正交矩阵第一列元素平方的方差之间的大小关系稳定性产生零水印,从而提出一种基于方差的 SVD 域鲁棒零水印算法,具备很好的不可见性和很强的抗攻击鲁棒性.

## 1 奇异值分解定义

SVD 用于将二维矩阵进行对角化处理.设二维矩阵  $I$  的大小为  $M \times N$ ,其 SVD 定义为<sup>[1]</sup>

$$I = UH V^T \quad (1)$$

式中,  $U$  矩阵和  $V$  矩阵分别是大小为  $M \times M$  和  $N \times N$  的正交方阵,  $H$  矩阵是大小为  $M \times N$  的奇异值矩阵,  $T$  是矩阵转置运算.  $H$  矩阵的  $N$  个奇异值满足

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_r > \sigma_{r+1} = \dots = \sigma_N = 0 \quad (2)$$

式中,  $r$  是  $I$  的秩.  $H$  矩阵可以表示为

$$H = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

基金项目:浙江省教育厅项目(No. Y201017916)资助

第一作者:叶天语(1982-),男,讲师,工学博士,主要研究方向为信息隐藏与数字水印. Email: flystu008@yahoo.com.cn

收稿日期:2011-03-16;修回日期:2011-04-25

式中  $D = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$ .

## 2 JPEG 压缩对 $U$ 和 $V$ 矩阵的影响

图 1 为  $512 \times 512$  的 256 灰度级 Lena 图像, 以它为例分析 JPEG 压缩对  $U$  和  $V$  矩阵的影响. 将 Lena



图 1 Lena  
Fig. 1 Lena

图像分割成互不重叠的  $8 \times 8$  子块. 将 Lena 图像进行质量因子为 10 的 JPEG 压缩, 所得图像如图 2, 然后再将图 2 分割成互不重叠的  $8 \times 8$  子块. 表 1 和表 2 分别列出了原始 Lena 图像第 8 个子块 SVD 后得到



图 2 质量因子为 10 的 JPEG 压缩后的 Lena  
Fig. 2 Lena after JPEG compression with quality factor equal to 10

表 1 原始 Lena 第 8 个子块 SVD 后得到的  $U$  矩阵

Table 1  $U$  matrix of the 8<sup>th</sup> block after SVD from the original Lena

1	2	3	4	5	6	7	8
-0.357 9	-0.265 0	-0.004 9	-0.041 3	0.894 4	-0.003 3	-0.001 1	0.002 0
-0.357 9	-0.265 0	-0.004 9	-0.041 3	-0.226 9	-0.835 9	-0.221 4	-0.027 3
-0.357 9	-0.265 0	-0.004 9	-0.041 3	-0.223 9	0.133 1	0.549 4	0.655 9
-0.357 9	-0.265 0	-0.004 9	-0.041 3	-0.222 9	0.483 8	-0.7092	0.114 9
-0.357 9	-0.265 0	-0.004 9	-0.041 3	-0.220 7	0.222 3	0.3822	-0.745 5
-0.347 1	0.331 0	0.097 5	0.872 1	-0.000 0	0.000 0	0.000 0	-0.000 0
-0.344 0	0.515 6	0.670 6	-0.407 6	0.000 0	-0.000 0	-0.000 0	-0.000 0
-0.347 7	0.523 0	-0.7353	-0.254 7	0.000 0	-0.000 0	-0.000 0	0.000 0

表 2 原始 Lena 第 8 个子块 SVD 后得到的  $V$  矩阵

Table 2  $V$  matrix of the 8<sup>th</sup> block after SVD from the original Lena

1	2	3	4	5	6	7	8
-0.397 0	0.293 0	-0.012 7	0.286 6	0.660 2	0.438 6	-0.133 5	-0.167 9
-0.396 4	0.265 7	-0.234 1	-0.016 1	0.194 8	-0.516 0	0.309 8	0.563 1
-0.397 7	-0.620 6	0.475 0	0.431 5	-0.021 5	-0.153 4	-0.068 5	0.127 3
-0.366 0	-0.277 7	-0.103 0	-0.575 3	0.222 0	-0.325 5	-0.039 8	-0.539 1
-0.339 3	-0.156 4	-0.079 4	-0.170 4	-0.279 8	0.539 6	0.674 8	0.017 0
-0.320 1	0.430 8	0.593 8	-0.400 5	-0.283 0	0.097 9	-0.292 0	0.155 2
-0.307 0	-0.199 8	-0.574 6	-0.042 1	-0.286 7	0.220 0	-0.580 2	0.258 1
-0.285 2	0.362 4	-0.140 4	0.457 5	-0.485 7	-0.250 6	0.051 4	-0.507 0

表 3 质量因子为 10 的 JPEG 压缩后的 Lena 第 8 个子块 SVD 后得到的  $U$  矩阵

Table 3  $U$  matrix of the 8<sup>th</sup> block after SVD from Lena after JPEG compression with quality factor equal to 10

1	2	3	4	5	6	7	8
-0.353 6	0.935 4	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
-0.353 6	-0.133 6	0.925 8	0.000 0	-0.000 0	0.000 0	-0.000 0	0.000 0
-0.353 6	-0.133 6	-0.154 3	0.9129	-0.000 0	0.000 0	0.000 0	-0.000 0
-0.353 6	-0.133 6	-0.154 3	-0.182 6	0.894 4	0.000 0	-0.000 0	-0.000 0
-0.353 6	-0.133 6	-0.154 3	-0.182 6	-0.223 6	0.866 0	-0.000 0	-0.000 0
-0.353 6	-0.133 6	-0.154 3	-0.182 6	-0.223 6	-0.288 7	0.816 5	-0.000 0
-0.353 6	-0.133 6	-0.154 3	-0.182 6	-0.223 6	-0.288 7	-0.408 2	-0.707 1
-0.353 6	-0.133 6	-0.154 3	-0.182 6	-0.223 6	-0.288 7	-0.408 2	0.707 1

表 4 质量因子为 10 的 JPEG 压缩后的 Lena 第 8 个子块 SVD 后得到的 V 矩阵

Table 4 V matrix of the 8<sup>th</sup> block after SVD from Lena after JPEG compression with quality factor equal to 10

1	2	3	4	5	6	7	8
-0.403 7	0.195 3	-0.054 0	0.180 6	-0.432 0	-0.025 3	-0.6864	-0.3241
-0.395 5	0.191 3	0.320 9	0.543 3	0.186 0	0.290 7	0.023 0	0.537 8
-0.381 7	-0.389 0	0.629 4	-0.386 3	0.290 6	0.040 5	-0.105 7	-0.245 5
-0.362 5	0.175 3	0.054 9	0.173 0	-0.279 8	0.015 1	0.705 6	-0.478 1
-0.340 6	0.451 5	-0.440 7	-0.410 8	0.462 5	0.314 8	-0.017 8	-0.062 4
-0.321 3	-0.705 0	-0.539 3	0.284 8	0.155 2	0.047 2	0.021 3	-0.031 7
-0.307 6	0.148 8	-0.056 7	-0.023 4	0.191 3	-0.896 2	0.042 2	0.194 8
-0.299 4	-0.142 0	-0.081 8	-0.492 6	-0.584 4	0.092 3	0.129 7	0.523 5

的  $U$  和  $V$  矩阵. 表 3 和表 4 分别列出了 JPEG 压缩后的 Lena 图像第 8 个子块 SVD 后得到的  $U$  和  $V$  矩阵. 表 1 至表 4 中的数据只列出小数点后四位, 各表中的第一行数字代表列号.

经计算, 表 1 中  $U$  矩阵第一列元素平方的方差为  $1.8464 \times 10^{-5}$ , 表 2 中  $V$  矩阵第一列元素平方的方差为  $9.6228 \times 10^{-4}$ , 表 3 中  $U$  矩阵第一列元素平方的方差为  $4.4021 \times 10^{-34}$ , 表 4 中  $V$  矩阵第一列元素平方的方差为  $8.0432 \times 10^{-4}$ . 因此, JPEG 压缩前后 Lena 图像第 8 个子块  $U$  矩阵第一列元素平方的方差与  $V$  矩阵第一列元素平方的方差之间的大小关系保持不变. 对其他子块进行同样的计算可以发现: Lena 图像在 JPEG 压缩前后绝大多数子块  $U$  矩阵第一列元素平方的方差与  $V$  矩阵第一列元素平方的方差之间的大小关系保持不变. 本文还对 Lena 图像进行如添加噪音、平滑、重采样等其他攻击测试, 实验结果表明 Lena 图像在攻击前后绝大多数子块  $U$  矩阵与  $V$  矩阵第一列元素平方的方差之间的大小关系保持不变.

### 3 原始零水印序列产生算法

从大小为  $M \times N$  的原始图像产生原始零水印序列的步骤为:

Step1: 原始图像分成互不重叠的  $m \times n$  子块;

Step2: 每个子块进行 SVD, 将第  $k$  个子块的  $U$  矩阵和  $V$  矩阵分别记为  $U_k$  和  $V_k$ ,  $k=1, 2, \dots, MN/mn$ ;

Step3: 计算  $U_k$  和  $V_k$  第一列元素平方的方差, 分别记为  $S_k^U$  和  $S_k^V$ ;

Step4: 判断  $U_k$  第一列元素平方的方差  $S_k^U$  与  $V_k$  第一列元素平方的方差  $S_k^V$  之间的大小关系产生原始零水印序列  $w$ . 即

$$\text{if } S_k^U > S_k^V$$

$$w_k = 0;$$

else

$$w_k = 1.$$

(4)

式中  $w_k$  为  $w$  的第  $k$  比特.

### 4 零水印序列提取算法

从大小为  $M \times N$  的攻击图像提取零水印序列的步骤为:

Step1: 攻击图像分成互不重叠的  $m \times n$  子块;

Step2: 每个子块进行 SVD, 将第  $k$  个子块的  $U$  矩阵和  $V$  矩阵分别记为  $U'_k$  和  $V'_k$ ,  $k=1, 2, \dots, MN/mn$ ;

Step3: 计算  $U'_k$  和  $V'_k$  第一列元素平方的方差, 分别记为  $S_k^{U'}$  和  $S_k^{V'}$ ;

Step4: 判断  $U'_k$  第一列元素平方的方差  $S_k^{U'}$  与  $V'_k$  第一列元素平方的方差  $S_k^{V'}$  之间的大小关系提取零水印序列  $w'$ . 即

$$\text{if } S_k^{U'} > S_k^{V'}$$

$$w'_k = 0;$$

else

$$w'_k = 1.$$

(5)

式中  $w'_k$  为  $w'$  的第  $k$  比特.

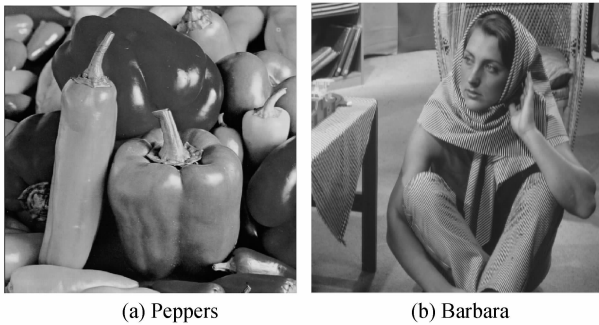
Step5: 计算原始零水印序列  $w$  和从攻击图像提取的零水印序列  $w'$  之间的归一化相关值 (Normalized Correlation, NC) 判断版权. NC 值定义为

$$\text{NC} = \left( \sum_{k=1}^{\frac{MN}{mn}} (w_k \times w'_k) \right) / \left( \sqrt{\sum_{k=1}^{\frac{MN}{mn}} (w_k)^2} \times \sqrt{\sum_{k=1}^{\frac{MN}{mn}} (w'_k)^2} \right) \quad (6)$$

如果  $\text{NC} \geq \theta$ , 则认为版权合法, 其中  $\theta$  为阈值.

### 5 实验结果

以 Lena、Peppers 和 Barbara 三幅大小为  $512 \times 512$  的 256 灰度级图像为测试图像. Lena、Peppers 和 Barbara 三幅图像分别见图 1、图 3. 子块的大小为  $32 \times 32$ , 所以产生的零水印序列长度为 256 bit.



(a) Peppers (b) Barbara

图 3 Peppers and Barbara  
Fig. 3 Peppers and Barbara

#### 5.1 阈值选择

分别产生 299 个  $\{0,1\}$  随机均匀分布序列, 计算与 Lena、Peppers 和 Barbara 三幅图像原始零水印序列之间的 NC 值, 分别如图 4, 其中第 150 个为 Lena、Peppers 和 Barbara 三幅图像各自的原始零水印序列. 从图 4 可以发现, NC 值基本上在  $[0.2, 0.5]$  范围内.

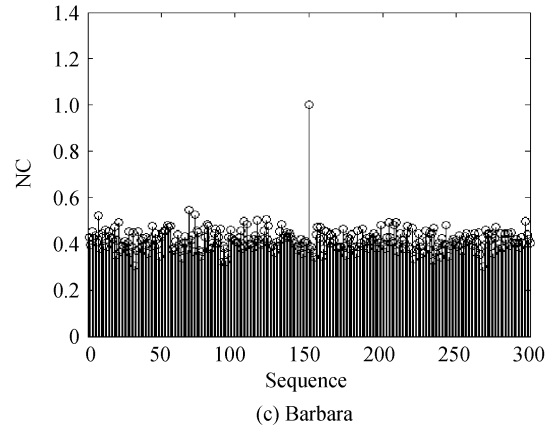
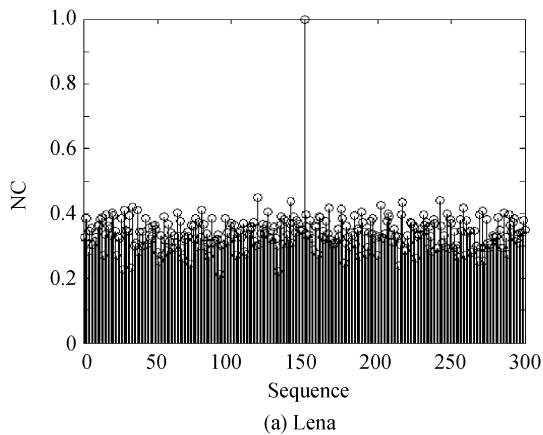


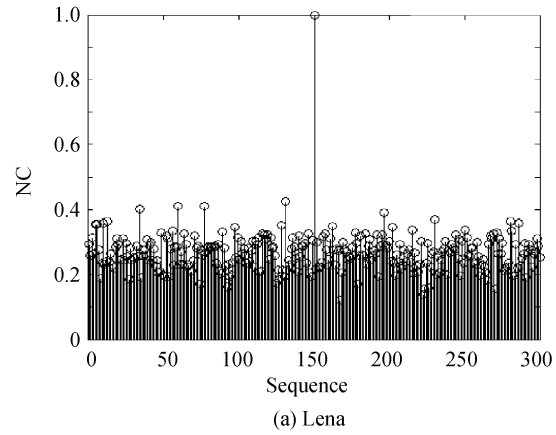
图 4 Lena、Peppers、Barbara 原始零水印序列与  $\{0,1\}$  随机均匀分布序列之间的 NC 值  
Fig. 4 NC among the original zero-watermark sequence from Lena, Peppers, Barbara and random uniform  $\{0,1\}$  sequences

再分别产生 299 个  $\{0,1\}$  随机高斯分布序列, 计算与 Lena、Peppers 和 Barbara 三幅图像原始零水印序列之间的 NC 值, 分别如图 5, 其中第 150 个为 Lena、Peppers 和 Barbara 三幅图像各自的原始零水印序列. 从图 5 可以发现, NC 值基本上在  $[0.15, 0.45]$  范围内.

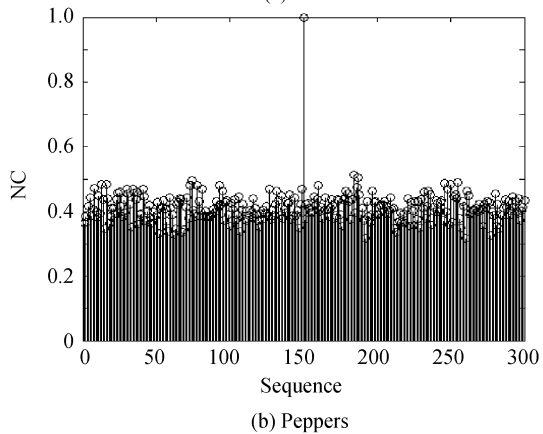
因此, 综合图 4、图 5 的实验结果, 本文认为选择 0.80 作为阈值  $\theta$  已经足够大.



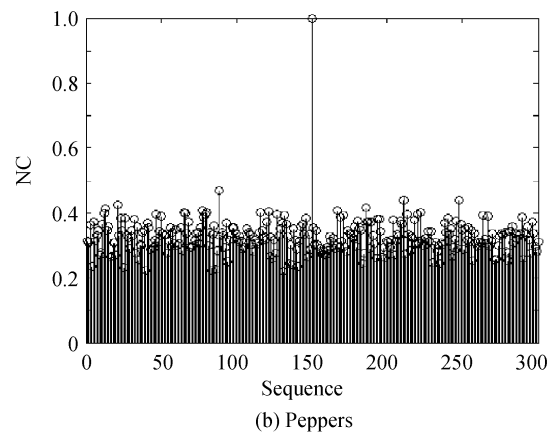
(a) Lena



(a) Lena



(b) Peppers



(b) Peppers

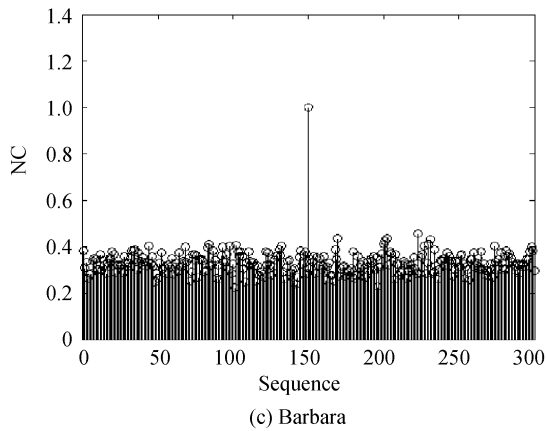


图 5 Lena、Peppers、Barbara 原始零水印序列与  $\{0,1\}$  随机高斯分布序列之间的 NC 值  
Fig. 5 NC among the original zero-watermark sequence from Lena, Peppers, Barbara and random gaussian  $\{0,1\}$  sequences

## 5.2 抗攻击鲁棒性实验

若三幅原始图像都没有遭到攻击,各幅图像提取的零水印序列与其原始零水印序列之间的 NC 值都为 1. 对本文算法进行抗攻击鲁棒性实验,攻击类型包括重采样、平滑处理、加噪音和 JPEG 压缩. 攻击类型、参量和实验结果见表 5.

对于 Lena、Peppers 和 Barbara 三幅图像,将本文算法和文献[8]的算法进行抗攻击鲁棒性对比. 文献[8]算法的子块大小为  $8 \times 8$ ,量化步长为  $\delta=32$ . 可以发现,对于绝大多数攻击,本文算法的抗攻击鲁棒性强于文献[8]算法,尤其在质量因子较小的 JPEG 压缩上更为明显. 对于 Lena 图像,本文算法还与文献[4]算法进行抗攻击鲁棒性对比. 文献[4]算法的子块大小为  $8 \times 8$ ,两个量化步长分别为  $\delta_1=25$  和  $\delta_2=25$ . 可以发现,本文算法在各种攻击时的鲁棒性明显比文献[4]算法强.

表 5 抗攻击鲁棒性实验结果

Table 5 Experimental results for robustness against attacks

		NC between the original zero-watermark from the original image and the zero-watermark extracted from the attacked image								
		Attack type and parameter								
		Resampling	Smoothing	Adding noise		JPEG compression				
Image	Algorithm	First lessen to 50%, then magnify to 200%	Gaussian lowpass filter (window size is $3 \times 3, \sigma=1$ )	Median filter (window size is $3 \times 3$ )	Gaussian noise (mean is 0, variance is 0.001)	Salt&pepper noise (noise density is 0.005)	Quality factor			
							75	50	25	
Peppers	This algorithm	0.943 2	0.983 2	0.988 5	0.977 3	0.966 0	1.000 0	1.000 0	0.971 1	
	Algorithm form Ref [8]	F-norm	0.932 9	0.902 4	0.958 5	0.931 5	0.941 5	0.996 7	0.995 6	0.923 6
		Spectral norm	0.953 6	0.926 6	0.973 4	0.941 3	0.895 9	0.996 7	0.995 1	0.884 4
		L-norm	0.975 2	0.964 8	0.977 9	0.939 7	0.892 6	0.995 8	0.995 6	0.809 4
Barbara	This algorithm	0.944 5	0.888 9	0.937 5	0.988 7	0.960 5	1.000 0	0.983 3	0.971 8	
	Algorithm form Ref [8]	F-norm	0.808 1	0.787 3	0.853 7	0.960 4	0.920 7	1.000 0	0.999 1	0.916 6
		Spectral norm	0.915 9	0.898 1	0.917 0	0.948 7	0.896 6	1.000 0	0.999 5	0.895 3
		L-norm	0.938 7	0.929 6	0.932 4	0.938 6	0.893 8	1.000 0	1.000 0	0.827 0
Lena	This algorithm	0.948 4	0.913 9	0.965 7	0.968 4	0.947 4	0.973 9	0.982 5	0.927 9	
	Algorithm form Ref [8]	F-norm	0.925 0	0.899 6	0.988 3	0.959 0	0.982 3	1.000 0	0.998 5	0.913 8
		Spectral norm	0.948 4	0.927 9	0.952 1	0.944 9	0.889 9	1.000 0	0.998 7	0.885 0
		L-norm	0.9635	0.954 3	0.970 3	0.935 1	0.897 1	1.000 0	1.000 0	0.831 2
Algorithm form Ref [4]	NC of the first layer's watermark	0.892 6	0.852 6	0.862 1	0.847 5	0.865 3	0.948 0	0.898 2	0.848 6	
	NC of the second layer's watermark	0.921 5	0.870 8	0.866 4	0.736 2	0.851 0	0.910 9	0.833 3	0.767 2	

## 6 结论

不同于已提出的 SVD 域水印算法往往将水印嵌入在奇异值上,本文利用  $U$  矩阵与  $V$  矩阵两个正交矩阵的第一列元素平方的方差之间的大小关系稳定性,结合零水印技术提出一种基于方差的 SVD 域鲁棒零水印算法.算法不对原始图像做任何修改,所以具有非常好的不可见性.算法进行了重采样、平滑处理、加噪音和 JPEG 压缩攻击实验测试鲁棒性.实验结果表明算法在以上攻击中表现出很强的鲁棒性.

### 参考文献

- [1] LIU Rui-zhen, TAN Tie-niu. SVD based digital watermarking method[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2001, **29**(2): 168-171.  
刘瑞祯,谭铁牛.基于奇异值分解的数字图像水印算法[J].电子学报,2001,**29**(2):168-171.
- [2] GANIC E, ZUBAIR N, ESKICIOGLU A M. An optimal watermarking scheme based on singular value decomposition [C]// *Proceedings of the IASTED International Conference on Communication, Network, and Information Security, Union-dale; Acta*, 2003: 85-90.
- [3] ZHOU Bo, CHEN Jian. A geometric distortion resilient image watermarking algorithm based on SVD[J]. *Journal of Image and Graphics*, 2004, **9**(4): 506-512.  
周波,陈健.基于奇异值分解的、抗几何失真的数字水印算法[J].中国图象图形学报 A, 2004, **9**(4): 506-512.
- [4] LI Xu-dong, ZHANG Zhen-yue. Two-layer partition and singular value decomposition based image watermarking [J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2006, **40**(12): 2088-2092.  
李旭东,张振跃.图像双层划分和奇异值分解的数字水印算法[J].浙江大学学报(工学版),2006,**40**(12): 2088-2092.
- [5] CHEN Yong-hong, HUANG Xi-yue. Public watermarking based on chaos map and singular value decomposition [J]. *Computer Simulation*, 2005, **22**(1): 138-141.  
陈永红,黄席樾.基于混沌映射和矩阵奇异值分解的公开数字水印技术[J].计算机仿真,2005,**22**(1):138-141.
- [6] YE Tian-yu, MA Zhao-feng, NIU Xin-xin, et al. A zero-watermark technology with strong robustness[J]. *Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications*, 2010, **33**(3): 126-129.  
叶天语,马兆丰,钮心忻,等.强鲁棒零水印技术[J].北京邮电大学学报,2010,**33**(3): 126-129.
- [7] WEN Quan, SUN Tan-feng, WANG Shu-xun. Concept and application of zero-watermark [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2003, **31**(2): 214-216.  
温泉,孙铁锋,王树勋.零水印的概念与应用[J].电子学报,2003,**31**(2):214-216.
- [8] LI Xu-dong. Public watermarking using matrix norm [J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2005, **17**(8): 1857-1861.  
李旭东.利用矩阵范数实现的公开水印技术[J].计算机辅助设计与图形学学报,2005,**17**(8):1857-1861.
- [9] YE Tian-yu. A robust zero-watermarking algorithm against dual print-and-scan process based on discrete cosine transformation [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(1): 142-148.  
叶天语.离散余弦变换域抗二次打印-扫描鲁棒零水印算法[J].光子学报,2011,**40**(1):142-148.
- [10] DENG Cheng, GAO Xin-bo. Geometrically robust image watermarking based on SIFT feature regions [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(4): 1005-1010.  
邓成,高新波.基于 SIFT 特征区域的抗几何攻击图像水印算法[J].光子学报,2009,**38**(4): 1005-1010.
- [11] LI Lei-da, QIAN Jian-sheng, PAN Jeng-shyang. Characteristic region based watermark embedding with RST invariance and high capacity [J]. *International Journal of Electronics and communications*, 2011, **65**(5): 435-442.
- [12] WANG Xiang-yang, HOU Li-min, WU Jun. A feature-based robust digital image watermarking against geometric attacks [J]. *Image and Vision Computing*, 2008, **26**(7): 980-989.

## A Robust Zero-Watermarking Algorithm Using Variance in Singular Value Decomposition Domain

YE Tian-yu

(College of Information & Electronic Engineering, Zhejiang Gongshang University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** Those existing robust watermarking algorithm in singular value decomposition domain always inserts an watermark into singular values from singular value matrix. A robust zero-watermarking algorithm based on variance was proposed, using two orthogonal matrices deriving from singular value decomposition. The image was split into non-overlapping blocks, and each block was transformed with singular value decomposition. The zero-watermark sequence was produced by judging the numerical relationship between variance of each element's square from the first column of  $U$  matrix and  $V$  matrix. It has perfect invisibility, since no modification has been made to the original image. Its robustness towards resampling, smoothing, noise adding and JPEG compression is tested. The experimental results show that it has strong robustness towards those above attacks.

**Key words:** Digital watermarking; Zero-watermarking; Singular value decomposition; Variance; Orthogonal matrix