

文章编号:1004-4213(2011)06-0944-5

运动双原子与腔场作用模型中原子布居的演化

蔡勋明^a, 邹光龙^b

(贵州民族学院 a. 计算机与信息工程学院; b. 化学与环境科学学院, 贵阳 550025)

摘 要:为了找出原子运动对原子布居演化的影响,通过建立两原子在一光学谐振腔中运动的模型,用量子力学分析原子具有不同速度时两原子布居数演化. 研究表明,当光学腔中光场处于相干态,而原子处于运动中时,两原子的能级布居演化与光学腔场模结构相关联. 假如初始时刻原子的位置固定在腔中某一位置,两原子的布居演化在少光子数呈现出周期性,多光子数时表现出崩塌和回复现象;假如初始时刻两原子在光学腔相干态光场中处于运动状态,则两原子的布居数随着时间的变化将呈现出周期性. 通过设定两原子以不同运动速度沿谐振腔轴向运动,得到原子布居数以不同周期演化,演化周期为两原子与场耦合系数变化周期的最小公倍数. 在光场平均光子数增多时,原子布居数振荡将加快,演化程度与两原子初始态有关. 在光场平均光子数较少时,两运动原子的布居数演化显得规则有序. 因而,通过适当的选择两原子的速度和初始光场,就能对两原子的布居数演化的程度和周期进行控制.

关键词:量子光学; Tavis-Cummings 模型; 原子布居数反转; 相干态; 原子运动

中图分类号:O431.2

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20114006.0944

0 引言

近年来人们对描述单个二能级原子与单模光场相互作用的 Jaynes-Cummings 和多个二能级原子与单模光场相互作用 Tavis-Cummings 模型进行了广泛的研究^[1-4],如 T-C 模型中原子间的偶极相互作用^[5],加入了 Kerr 非线性介质或 Stark 移位项的 T-C 模型^[6],原子之间和原子与光场的纠缠^[7-8]等. 在有可能实现量子计算和信息处理的物理系统中,腔量子电动力学(Cavity Quantum Electrodynamics, CQED)方案是一种可行的方案. 研究清楚原子在微腔中与其它原子,光场的纠缠演化和其能级布居数的演化对信息传递与处理有重要的意义. 在已有腔量子电动力学的实验中,Meunier 等人研究了原子与腔场相互作用过程中 Rabi 振荡的崩塌与复苏^[9],Hagley 等人对原子 EPR 对的纠缠关系进行了实验验证^[10]. 微腔中原子的运动将对原子本身和原子与光场相互作用的非经典效应产生影响,如 Schlicher 研究了含原子运动的 J-C 模型^[11]中原子粒子数反转的情况, Bartzis 研究了考虑原子运动和场模结构后的辐射模两正交分量的量子噪声分布^[12]. 王研究了考虑原子运动后两原子 Tavis-Cummings 模型的

非经典特征^[13]. 刘等人研究了含原子运动的 Jaynes-Cummings 模型中量子力学通道和量子互熵^[14]. 当光学谐振腔中有多个二能级原子运动时,原子布居数反转的情况国内外尚未有研究.

本文将利用全量子理论研究单模光学腔中两运动原子的能级布居数演化,两原子具有不同速度,腔场为相干态. 主要讨论原子运动,原子态,及辐射场初始态对原子布居数的影响,以实现通过改变原子运动速度和初始场来调控原子布居数演化的目的.

1 模型

假定两全同二能级原子以不同的速度沿 z 轴穿越单模谐振腔,在旋转波近似下,系统的哈密顿量可写为($\hbar=1$)

$$H = \omega a^\dagger a + \frac{1}{2} \omega (\sigma_{z_1} + \sigma_{z_2}) + g f_1(z) (a^\dagger \sigma_1^- + a \sigma_1^+) + g f_2(z) (a^\dagger \sigma_2^- + a \sigma_2^+) \quad (1)$$

式中, $\sigma_{z_i} = |e_i\rangle\langle e_i| - |g_i\rangle\langle g_i|$, $\sigma_i^+ = |e_i\rangle\langle g_i|$, $\sigma_i^- = |g_i\rangle\langle e_i|$ ($i=1,2$) 是原子算子. 考虑原子和腔共振的情况,即原子跃迁频率与腔模频率一致,为 ω . a^\dagger 和 a 是腔场产生和衰减因子, $f(z)$ 是腔模函数

$$f_i(z) = f_i(v_i t) = \sin \left[\frac{p\pi}{l} (v_i t + z_0) \right] =$$

基金项目:贵州省科技厅科学技术基金(No. J[2008]2052)资助

第一作者:蔡勋明(1978-),男,讲师,硕士,主要研究方向为量子光学和非线性光学. Email: caixm1997@yahoo.com.cn

导师(通讯作者):. Email:

收稿日期:2010-12-14;修回日期:2011-04-01

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{p\pi v_i t}{l}\right), & (z_0=0) \text{ moving atom} \\ 1, & \text{fixed atom.} \end{cases} \quad (i=1,2) \quad (2)$$

g 是双原子和腔场的耦合因子, p 是长度为 l 的腔中半波数, v_i ($i=1,2$) 是原子的速度, z_0 是原子的初始位置, 设运动原子初始位置为零, 运动原子为 $z_0=l/2p$. 设系统系统态函数 $|\Psi(t)\rangle$ 为

$$|\psi(t)\rangle = \sum_n [c_{11n}|een\rangle + c_{10n}|egn\rangle + c_{01n}|gen\rangle + c_{00n}|ggn\rangle] \quad (3)$$

n 代表光子数目, 由薛定谔方程, 态函数中系数因子满足

$$\begin{aligned} \dot{c}_{11n} &= -i\omega(n+1)c_{11n} - igf_1\sqrt{n+1}c_{01n+1} - igf_2\sqrt{n+1}c_{10n+1} \\ \dot{c}_{10n+1} &= -i\omega(n+1)c_{10n+1} - igf_2\sqrt{n+1}c_{11n} - igf_1\sqrt{n+2}c_{00n+2} \\ \dot{c}_{01n+1} &= -i\omega(n+1)c_{01n+1} - igf_1\sqrt{n+1}c_{11n} - igf_2\sqrt{n+2}c_{00n+2} \\ \dot{c}_{00n+1} &= -i\omega n c_{00n+1} - ig\sqrt{n+1}f_1c_{10n} - ig\sqrt{n+1}f_2c_{01n} \end{aligned} \quad (4)$$

通过代换

$$\begin{aligned} c_{11n} &= e^{-i(n+1)\omega t} M_{11n}(t) \\ c_{10n} &= e^{-i\omega n t} M_{10n}(t) \\ c_{01n} &= e^{-i\omega n t} M_{01n}(t) \\ c_{00n} &= e^{-i\omega(n-1)t} M_{00n}(t) \end{aligned}$$

得到

$$\begin{aligned} \dot{M}_{11n}(t) &= -igf_2\sqrt{n+1} \cdot M_{10n+1}(t) - igf_1\sqrt{n+1} \cdot M_{01n+1}(t) \\ \dot{M}_{10n+1}(t) &= -igf_2\sqrt{n+1} \cdot M_{11n}(t) - igf_1\sqrt{n+2} \cdot M_{00n+2}(t) \\ \dot{M}_{01n+1}(t) &= -igf_1\sqrt{n+1} \cdot M_{11n}(t) - igf_2\sqrt{n+2} \cdot M_{00n+2}(t) \\ \dot{M}_{00n+1}(t) &= -igf_1\sqrt{n+1} \cdot M_{10n}(t) - igf_2\sqrt{n+1} \cdot M_{01n}(t) \\ \dot{M}_{100}(t) &= -igf_1 \cdot M_{001} \\ \dot{M}_{010}(t) &= -igf_2 \cdot M_{001} \end{aligned} \quad (5)$$

假设系统的初始原子态为 $|g_1, g_2\rangle$ 和 $|e_1, e_2\rangle$ 的相干叠加态, 场为相干态 $|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$. 如此系统的初始态矢量可写为

$$|\psi(0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} F_n [\cos(\theta/2)|g_1, g_2\rangle - \sin(\theta/2)e^{i\varphi}|e_1, e_2\rangle] |n\rangle \quad (6)$$

式中, $c_{11n}(0) = -\sum_{n=0}^{\infty} F_n \sin(\theta/2) e^{i\varphi}$, $c_{00n}(0) = \sum_{n=0}^{\infty} F_n \cos(\theta/2)$, $c_{01n}(0) = 0$, $c_{10n}(0) = 0$, $F_n = e^{-|\alpha|^2/2} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}$. 通过数值计算方程组(5), 可得到 c_{11n} ,

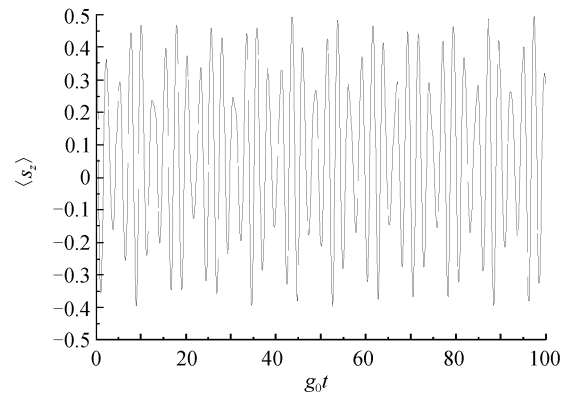
c_{10n} , c_{01n} , c_{00n} . 如此可从方程(3)推导两原子能级的布居演化

$$\langle s_z \rangle = \frac{1}{2} \sum_n [|c_{11n}|^2 - |c_{00n}|^2] \quad (7)$$

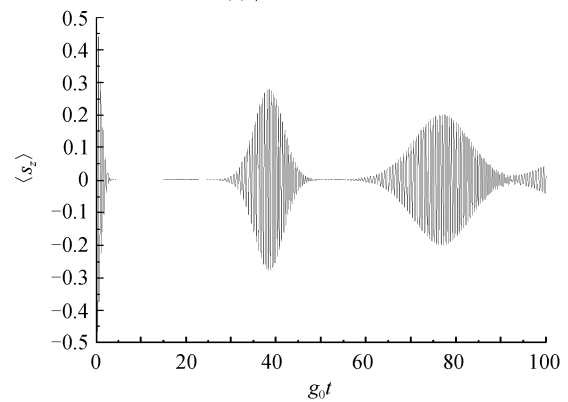
2 数值结果和理论分析

2.1 原子静止时布居演化

在原子和场的不同初态下对两原子能级布居数反转进行数值讨论, 选择腔的半波数为 $p=20$, $\varphi=\pi$. 首先让两原子处于静止状态. 让 $\theta=\pi$, 即意味着让两原子初始处于激发态. 在图 1(a)中平均光子数 \bar{n} 为 0.36, 图 1(b)中平均光子数 \bar{n} 为 36.



(a) $\varphi=\pi, \theta=\pi, \bar{n}=0.36$



(b) $\varphi=\pi, \theta=\pi, \bar{n}=36$

图 1 两原子静止时布居演化图

Fig. 1 The population inversion of two stationary atoms

从图 1 中可知, 当两静止原子处于谐振腔中且腔场为相干态时, 两原子能级布居演化在光场平均光子数不同时呈现出较大差别. 如图 1(a)所示, 在平均光子数较少时, 能级布居数演化近似呈现出周期性; 而当平均光子数较多时, 如图 1(b)所示, 能级布居数呈现出崩塌与回复现象. 相干态光场光子数

为泊松分布,可分解为不同光子数态的权重叠加,平均光子数较少时,近似于光子数态引起的拉比振荡情况,布居数演化表现出周期性.而当平均光子数较多时,各光子数态引起的拉比振荡的频率与相位均不相同,叠加引起总的能级布居数演化呈现出崩塌与回复现象.

2.2 原子运动时布居演化

为研究两原子在光学谐振腔中运动时其能级布居演化情况,设置两原子不同的运动速度,如图 2 中,原子速度为 $v_1 = gl/20\pi$ 和 $v_2 = gl/30\pi$. 首先令 $\theta=0$, 然后 $\theta=\pi/2$, 图 2(a) 和 (c) 平均光子数 \bar{n} 为 0.36, 图 2(b) 和 (d) 中 \bar{n} 为 36.

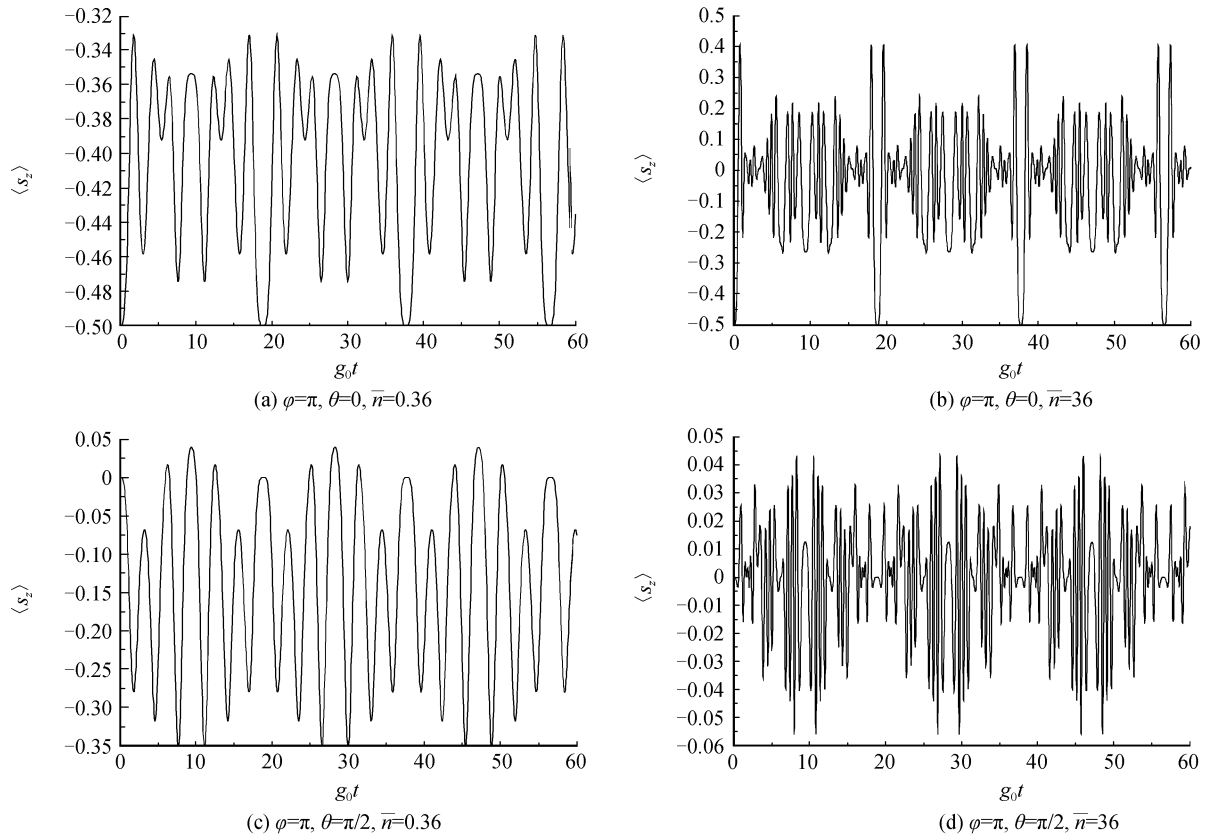


图 2 两原子速度分别为 $v_1 = gl/20\pi$ 和 $v_2 = gl/30\pi$ 时的布居演化图

Fig. 2 The population inversion of two moving atoms when the velocities of atoms are chosen as $v_1 = gl/20\pi$ and $v_2 = gl/30\pi$

从图 2, 可知两原子能级布居数演化与光场平均光子数和原子速度两者密切相关, 两原子以不同速度穿越谐振腔时, 谐振腔内驻波场分布决定了原子与光场耦合系数将随时间周期性的变化. 静止原子在相干态光场中布居数演化呈现出崩塌回复特征, 崩塌时间仅由原子光场耦合时间来决定^[15]. 此处考虑原子运动后原子在谐振腔中布居数演化明显不同于静止的情况, 不再表现出崩塌回复效应, 原因来自于腔模结构, 从方程(1)中哈密顿量可知, 耦合因子 g 为场模函数所调制, 当两原子沿着腔 z 轴以一定的速度穿越时, g 的大小将会周期性改变, 因此两原子与场的耦合因子将以不同的周期 T_1 和 T_2 改变, 由此两原子与场的同一耦合状态将是 T_1 和 T_2 的最小公倍数. 这种原子与光场相互作用强弱的周期性变化引起原子能级上的布居数以同一周期变化, 由选定的条件可知 $T_1 = 2\pi$ 和 $T_2 = 3\pi$, 因此两原

子的纠缠演化周期为 6π , 图 2(a)~(d) 表明两原子的布居数演化周期为 6π . 平均光子数将对布居数在一周期内振荡快慢产生影响, 随着平均光子数的增加, 原子布居数振荡加快, 原因如前面所述, 将相干态看成各光子数态的权重叠加, 随平均光子数的增加, 各光子数态引起的拉比振荡叠加导致总的原子布居数振荡变快.

在图 3 中, 原子速度为 $v_1 = gl/20\pi$ 和 $v_2 = gl/40\pi$. 首先令 $\theta=0$, 然后 $\theta=\pi/2$, 图 3(a) 和 (c) 平均光子数 \bar{n} 为 0.36, 图 3(b) 和 (d) 中 \bar{n} 为 36.

从图 3 可知纠缠振幅与光场平均光子数密切相关, 两原子布居数周期由两原子速度来决定. 原子速度诱导了场与原子间的定期耦合, 在给定条件下两原子与场耦合因子变化周期分别为 $T_1 = 2\pi$ 和 $T_2 = 4\pi$, 由此可得能级布居数演化周期为 T_1 和 T_2 的最小公倍数 4π , 如图 3.

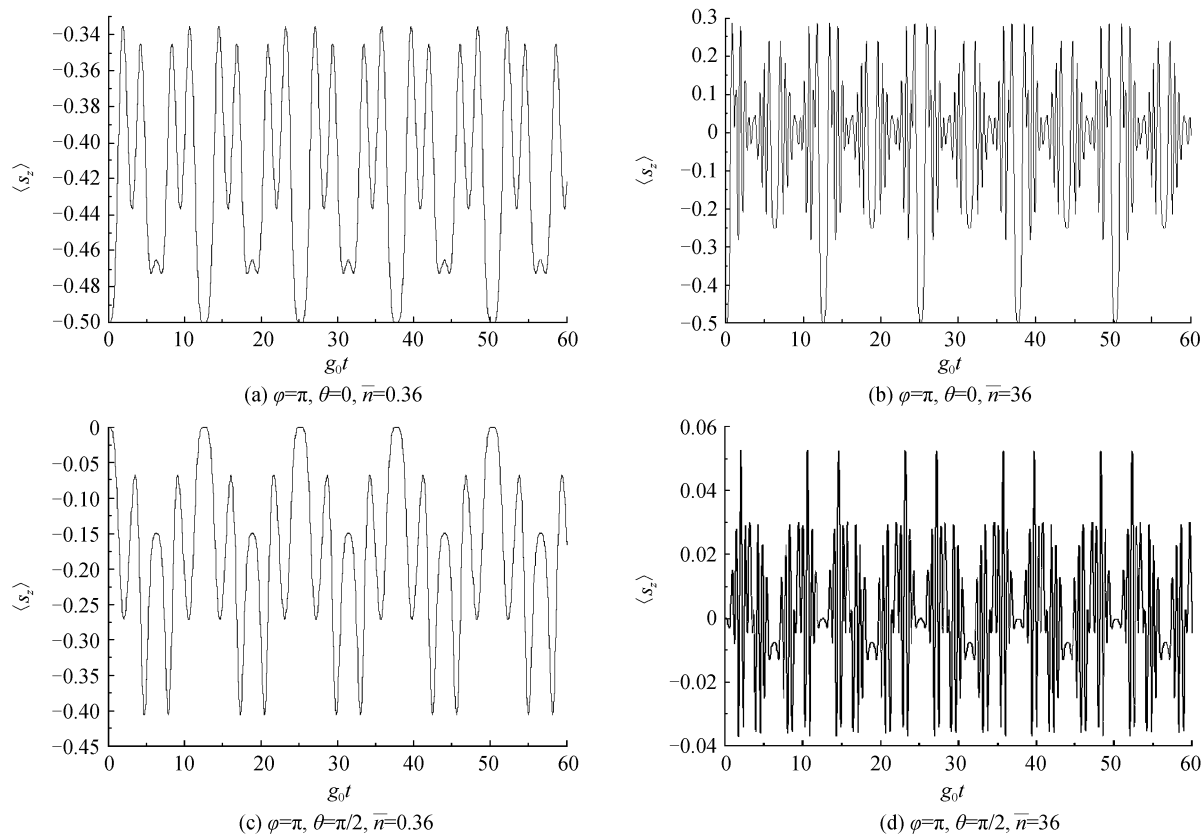


图3 两原子速度分别为 $v_1 = gl/20\pi$ 和 $v_2 = gl/40\pi$ 的能级布居演化图

Fig. 3 The population inversion of two moving atoms when the velocities of atoms are chosen as $v_1 = gl/20\pi$ and $v_2 = gl/40\pi$

3 结论

本文研究了光学腔中光场处于相干态时两运动原子的能级布居数演化,当两原子在腔中运动时,原子的能级布居数是有序的.演化周期取决于原子的运动速度和场模函数,是两原子与场耦合因子变化周期的最小公倍数.而原子的能级布居数变化幅度则与原子初始态,场初态,和原子速度相关.在能级布居数演化的周期内,随着平均光子数的增加,布居数振荡加快.由此可以通过改变原子速度,原子和场初始态来改变能级布居数演化周期.尤其,当光场平均光子数较少时,两原子能级布居数演化呈现出规则有序,这对于研究光学微腔中量子信息的传递有积极意义.

参考文献

- [1] TAVIS M, CUMMINGS F W. Exact solution for an N-molecule-radiation-field hamiltonian [J]. *Physical Review*, 1968, **170**(2): 379-384.
- [2] MIAO Hao-xiang, WANG Fa-qiang, LIANG Rui-sheng. Pancharatnam phase in a tavis-cummings model with nonlinearity[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(2): 325-328.
廖浩祥,王发强,梁瑞生.非线性Tavis-Cummings模型的Pancharatnam相[J].*光子学报*, 2010,**39**(2): 325-328.
- [3] LIU Wang-yun, AN Yu-ying, YANG Zhi-yong. Influence of frequency detuning on evolution of quantum field entanglement [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(5): 1057-1062.
- [4] LU Dao-ming. Evolution of field entropy with a time-varying frequency in the multiphoton jaynes-cummings model[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(11): 2142-2147.
卢道明.原子与频率随时间变化场相互作用系统中场熵的演化[J].*光子学报*, 2007,**36**(11): 2142-2147.
- [5] JOSHI A, PURI P R, LAWANDE S V. Effect of dipole interaction and phase-interrupting collisions on the collapse-and-revival phenomenon in the Jaynes-Cummings model[J]. *Physical Review A*, 1991, **44**(3): 2135-2140.
- [6] BOGOLIUBOV N M, BULLOUGHZ R K, TIMONENX J. Exact solution of generalized tavis-cummings models in quantum optics[J]. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 1996, **19**(29): 6305-6312.
- [7] ZHOU Ming, FANG Jiayuan, KONG Fangzhi, et al. Influence of entangled-atoms pair on squeezing of field entropy [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(2): 340-343.
周明,方家元,孔凡志,等.纠缠双原子对场熵压缩特性的影响[J].*光学学报*, 2007,**27**(2): 340-343.
- [8] ZHOU Qing-chun, ZHU Shi-ning. Entanglement of a Λ -type three-level atom with a single-mode field initially in the number state[J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(5): 2043-2048.
周青春,祝世宁. Λ 型三级原子与数态单模光场相互作用系统的纠缠特性[J].*物理学报*, 2005, **54**(5): 2043-2048.
- [9] MEUNIER T, GLEYZES S, MAIOLI P, et al. Rabi oscillations revival induced by time reversal: a test of mesoscopic quantum coherence[J]. *Physical Review Letters*, 2005, **94**(1): 401-404.
- [10] HAGLEY E, MAÎTRE X, NOGUES G, et al. Generation of einstein-podolsky-rosen pairs of atoms [J]. *Physical Review Letters*, 1997, **79**(1): 1-5.

- [11] SCHLICHER R R. Jaynes-Cummings model with atomic motion[J]. *Optics Communications*, 1989, **70**(2): 97-102.
- [12] BARTZIS V. Generalized Jaynes-Cummings model with atomic motion[J]. *Physica A*, 1992, **180**(3): 428-434.
- [13] WANG Zhong-chun. Nonclassical feature of the field in the two-atom Tavis-Cummings model with atomic motion [J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(1): 192-196.
王忠纯. Tavis-Cummings 模型中原子运动时光场的非经典特性[J]. *物理学报*, 2006, **55**(1): 192-196.
- [14] LIU Xiao-juan, FANG Mao-fa, ZHOU Qing-pin. Quantum mechanical channel and quantum mutual entropy in the two-photon Jaynes-Cummings model with atomic motion[J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(2): 703-709.
刘小娟, 方卯发, 周清平. 具有原子运动的双光子 J-C 模型中量子力学通道与量子互熵[J]. *物理学*, 2005, **54**(2): 703-709.
- [15] 彭金生, 李高翔, 近代量子光学导论[M]. 北京: 科学出版社, 1996: 338.

Population Inversion of Two Moving Atoms in a Cavity

CAI Xun-ming^a, ZOU Guang-long^b

(a. College of Computer and Information Engineering; b. College of Chemistry and Environmental Science, Guizhou University for Nationalities, Guiyang 550025, China)

Abstract: In order to find out the effect of atomic motion on the population inversion of two atoms, the atomic states were analyzed by the method of quantum mechanics. It was found that the population inversion of two atoms was related to the field mode structure in an optical resonant cavity when the atoms were moving and the optical field was in coherent state. When two atoms in the cavity were fixed at initial time, the evolution of population inversion of two atoms was periodic in the case of a small average photon number, and there were collapses and revivals of atomic inversion in the case of a large average photon number. The evolution of population inversion of two atoms became well-regulated orderly under the coherent cavity field when atoms were in motion at initial time. The population inversion of two atoms will evolve in different periods when the two atoms move in axial direction at different velocity. The period of population inversion is the least common multiple of periods of coupling coefficients between two atoms and field. When there are more average photon number in the cavity, the oscillation of population inversion will be faster. So it is possible to control the population inversion by properly choosing the velocity of atoms and the initial field.

Key words: Quantum optics; Tavis-Cummings model; Atomic population inversion; Coherent state; Atomic motion