

文章编号:1004-4213(2011)06-0937-7

非旋波近似下二项式光场与 V 型三能级原子相互作用的量子特性

王旭文¹,任学藻¹,夏建平¹,丛红璐²

(1 西南科技大学 理学院, 四川 绵阳 621010)

(2 北京交通大学 海滨学院, 河北 黄骅 061100)

摘 要:采用相干态正交化展开方法,研究了非旋波近似下 V 型三能级原子与单模腔场的相互作用,并且利用保真度对能级的交叉问题进行了判断.研究了在二项式光场作用下,V 型三能级原子初始状态以及二项式光场的光场系数对光场二阶相干度的影响.数值计算结果表明:原子初始时刻处于基态时,随着 η 的增大光场呈现聚束效应的持续时间先增大后减小;原子初始时刻处于叠加态时,随着参量 η 的增大光场呈现聚束效应的持续时间逐渐减弱;当 η 的值足够大时,在这两种情况下光场都将完全呈现反聚束效应;当其它参量不变时, $G^2(t)$ 的平均值会随着耦合强度的增大而增大.

关键词:相干态正交化展开;非旋波近似;保真度;反聚束效应

中图分类号:O431.2

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20114006.0937

0 引言

量子相变是在绝对零度时由于量子涨落导致的相变.由于量子相变与量子计算^[1-2]以及量子通信^[3]存在十分密切的联系,因此近年来对量子相变的研究受到了人们的广泛关注.基态的保真度能够有效地判断出量子相变^[4-5],这主要是因为临界点附近,由于不同相基态结构的差异,一个哈密顿量参量很细小的改变就可以引起基态的巨大改变.研究人员还发现保真度也能够作为判断能谱交叉与否的工具^[6-7].

1985 年,Stoler^[8]等人提出了二项式光场的概念.1987 年,Datton^[9]等人发现在自由电子激光中可以产生二项式态.从此人们对于二项式光场的研究具有了应用价值.近年来人们对二项式光场做了大量的研究,并且得到了许多重要的结论.文献[10]在理论上研究了二项式光场与三能级原子之间的量子纠缠,文献[11]主要研究二项式光场的量子效应,文献[12]主要研究了两全同二能级纠缠原子与二项式光场相互作用的动力学,意大利的 Franco Rosario Lo^[13]等人在实验中利用不同的方法制备了二项式光场.

量子光学中旋波近似被广泛的应用,在耦合强度较小的时候这种方法是有效的^[14-15],但是随

着实验手段及方法的改进,在实验中光场与原子之间的耦合强度已经得到了显著的提高^[16].文献[17]在理论上预言了耦合强度能够达到更大的值,在这种情况下非旋波项也必须考虑进去.本文利用相干态正交化展开方法^[18-25],在非旋波近似下精确计算了 V 型三能级原子的能谱,并且利用保真度来判断能级交叉与否.研究了二项式光场与 V 型三能级原子相互作用的量子特性,着重讨论了二项式光场的聚束效应和反聚束效应.

1 模型及求解

图 1 所示为 V 型三能级原子,原子的三个能级自下而上分别用为 $|1\rangle$ 、 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 表示,其中能级 $|2\rangle$

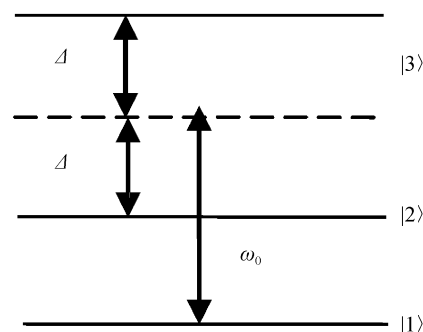


图 1 V 型三能级原子
Fig. 1 V type three energy level atom

基金项目:西南科技大学研究生创新基金(No. 10ycjj22)、国家自然科学基金委员会-中国工程物理研究院联合基金(No. 10976025/A06)资助

第一作者:王旭文(1986-),男,硕士研究生,主要研究方向为凝聚态物理. Email:wxuwen0116@163.com

导师(通讯作者):任学藻(1963-),男,教授,主要研究方向为凝聚态物理. Email:rxz63@sohu.com

收稿日期:2010-12-27;修回日期:2011-03-14

与 $|3\rangle$ 之间的跃迁是禁戒的. 描述光场与原子相互作用的哈密顿量在非旋波近似下可表示为(取 $\hbar=1$)

$$H' = H_f + H_a + H_1 \quad (1)$$

$$H_f = \omega_0 a^+ a \quad (2)$$

$$H_a = \omega_1 |1\rangle\langle 1| + \omega_2 |2\rangle\langle 2| + \omega_3 |3\rangle\langle 3| \quad (3)$$

$$H_1 = v(a^+ + a)(|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|) + u(a^+ + a)(|1\rangle\langle 3| + |3\rangle\langle 1|) \quad (4)$$

式中 H_f 、 H_a 和 H_1 ,分别表示场、原子及其相互作用的哈密顿量, a^+ 和 a 为光场的产生算符和湮没算符, ω_1 、 ω_2 和 ω_3 为原子各个能级的本征跃迁频率, ω_0 为光子的频率, $u = g \sin \theta$ 和 $v = g \cos \theta$ 为光场与原子的耦合强度, $\Delta = \omega_0 - (\omega_2 - \omega_1) = (\omega_3 - \omega_1) - \omega_0$ 为光子跃迁失谐量. 为了使系统的哈密顿量对角化,作SO(3)旋转变换,引入么正矩阵 U

$$U = \begin{bmatrix} -\sqrt{2} \sin(\theta/2) & -\sqrt{2} \cos(\theta/2) & \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2} \sin(\theta/2) & \sqrt{2} \cos(\theta/2) & \sqrt{2}/2 \\ -\cos \theta & \sin \theta & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

由 $H = UH'U^{-1}$ 可以得到对角化的哈密顿量

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} + \omega_0 a^+ a - & & \\ g(a + a^+) & h_{12} & h_{13} \\ & h_{21} & h_{22} + \omega_0 a^+ a + \\ & & g(a + a^+) & h_{23} \\ & & & h_{33} + \\ h_{31} & & h_{32} & \omega_0 a^+ a \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中,

$$h_{11} = h_{22} = (\omega_3 \sin^2 \theta + \omega_2 \cos^2 \theta + \omega_1)/2,$$

$$h_{33} = \omega_3 \cos^2 \theta + \omega_2 \sin^2 \theta, h_{12} = h_{21} =$$

$$(-\omega_3 \sin^2 \theta - \omega_2 \cos^2 \theta + \omega_1)/2$$

$$h_{13} = h_{31} = -h_{23} = -h_{32} =$$

$$\sqrt{2} \cos \theta \sin \theta (\omega_3 - \omega_2)/2$$

令系统的波函数为

$$|\Psi\rangle = \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^N c_n |n\rangle_A \\ \sum_{n=0}^N d_n |n\rangle_B \\ \sum_{n=0}^N f_n |n\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^N c_n \frac{1}{\sqrt{n!}} (A^+)^n e^{-\frac{g}{\omega_0} a^+ - \frac{g^2}{2\omega_0^2}} |0\rangle \\ \sum_{n=0}^N d_n \frac{1}{\sqrt{n!}} (B^+)^n e^{-\frac{g}{\omega_0} a^+ - \frac{g^2}{2\omega_0^2}} |0\rangle \\ \sum_{n=0}^N \frac{1}{\sqrt{n!}} (a^+)^n |0\rangle \end{bmatrix} \quad (7)$$

本文利用了两个平移变换 $A = a - g/\omega$ 和 $B = a + g/\omega$ ^[22-24],从而引入了新的玻色算符 $A(A^+)$ 以及 $B(B^+)$. 其中 $|n\rangle_A$ 和 $|n\rangle_B$ 是对应新的玻色算符的Fock态, $|n\rangle$ 是Fock态,因此由 $|n\rangle_A$ 、 $|n\rangle_B$ 和 $|n\rangle$ 构成了新的完备归一基. 将式(6)和(7)代入薛定谔方程 $H|\psi\rangle = E|\psi\rangle$ 后,分别左乘 ${}_A\langle m|$ 、 ${}_B\langle m|$ 和 $\langle m|$ 得

$$(h_{11} + \omega_0 m - \frac{g^2}{\omega_0})c_m + h_{12} \sum_{n=0}^N d_n \langle m|n\rangle_B + h_{13} \sum_{n=0}^N f_n \langle m|n\rangle = E c_m \quad (8)$$

$$h_{21} \sum_{n=0}^N c_n \langle m|n\rangle_A + (h_{22} + \omega_0 m - \frac{g^2}{\omega_0})d_m + h_{23} \sum_{n=0}^N f_n \langle m|n\rangle = E d_m \quad (9)$$

$$h_{31} \sum_{n=0}^N c_n \langle m|n\rangle_A + h_{32} \sum_{n=0}^N d_n \langle m|n\rangle_B + (h_{33} + \omega_0 m)f_m = E f_m \quad (10)$$

其中 ${}_A\langle m|n\rangle_B = (-1)^m D_{nm} \left(\frac{2g}{\omega_0} \right)$;

$$\langle m|n\rangle_B = (-1)^m D_{nm} \left(\frac{g}{\omega_0} \right);$$

$${}_A\langle m|n\rangle = \langle m|n\rangle_B;$$

$${}_B\langle m|n\rangle_A = (-1)^{n-m} \langle m|n\rangle_B;$$

$${}_B\langle m|n\rangle = (-1)^{n-m} \langle m|n\rangle_B;$$

$$\langle m|n\rangle_A = (-1)^{n-m} \langle m|n\rangle_B;$$

$$D_{nm} = \sum_{i=0}^{\min(m,n)} \frac{\sqrt{m!n!}}{i!(m-i)!(n-i)!} (-1)^{-i} \cdot$$

$$x^{m+n-2i} e^{-x^2/2} x = g/\omega_0$$

通过求解式(8)、(9)和(10)组成的这 $3N+3$ 个本征方程,可以得到系统的本征波函数 $\{c_n^{(i)}\}$ 、 $\{d_n^{(i)}\}$ 和 $\{f_n^{(i)}\}$ 以及能谱 $\{E^{(i)}\}$ ($i=0 \cdots 3N$).

2 能谱以及保真度

在图2所示的能谱中($\omega_0 = 1$, $\omega_1 = 0$, $\omega_2 = 0.995$, $\omega_3 = 1.005$);图中的小圆圈对应的是能级交叉的点,而小矩形对应的是能级看似交叉但却免交叉的点),各能级之间存在着交叉和免交叉的现象. 在本文中利用保真度来作为能级交叉问题的一个依据. 保真度被定义为^[7,25]

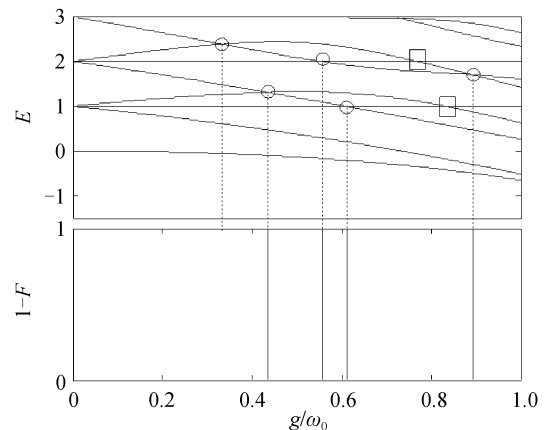


图2 V型三能级原子的能谱以及 $1-F$ 与耦合强度之间的关系

Fig. 2 Energy spectrum of the V type three-level atom and $1-F$ vs coupling coefficient

$$F(g, \delta g) = |\langle \psi(g) | \psi(g + \delta g) \rangle| \quad (11)$$

式中 δg 是个小量, 在本文的计算中取 $\delta g = 10^{-5}$.

对于一个量子系统而言, 各个能级的波函数在能级交叉点两边的性质几乎是正交的, 因此在交叉点处, 波函数的保真度 F 的峰值大约为 0, 而 $1 - F$ 的值就该等于 1. 从图 2 可以清楚的看到, $1 - F$ 的峰值处恰好对应的是能级交叉点的地方, 这些交点用小圆圈标出. 然而在能谱中还存在着很多看似相交而实际上是不相交的点, 他们也可以用保真度来判断出来, 因为如果两条能级不相交, 那么在该点两侧的波函数性质应该几乎相同. 因此 $1 - F$ 的值就应为 0. 图 2 中能级看似交叉的点已经用小矩形标出, 其下方对应的 $1 - F$ 的值为 0. 因此保真度能够很好地判断出能谱的交叉与否.

3 反聚束效应

假设初始时刻原子处于叠加态 $C_a |1\rangle + C_b |2\rangle + C_c |3\rangle$, C_a 、 C_b 和 C_c 为叠加系数, 光场处于二项式态光场 $|\eta M\rangle$.

$$|\eta M\rangle = \sum_{n=0}^M \beta_n^M |n\rangle \langle 0 | \eta \langle 1, M | 0 \rangle \quad (12)$$

$$\beta_n^M = \left[\frac{M!}{n(M-n)!} \eta^n (1-\eta)^{M-n} \right]^{1/2} \quad (13)$$

式中 M 为二项式光场的最大光子数. 当 η 分别为 0 和 1 时, $|\eta M\rangle$ 分别约化为真空态和 Fock 态, 通过连续改变 η , 可以取得介于相干态 ($\eta \rightarrow 0$, $M \rightarrow \infty$ 且 $\eta M = \alpha^2 = \text{常量}$) 和 Fock 态间的中间态. 如果初始时刻原子处于基态 ($C_a = 1$, $C_b = C_c = 0$) 那么初始时刻波函数可以写为

$$|\psi(0)\rangle = |\eta M\rangle |1\rangle = \sum_{n=0}^M \beta_n^M |n\rangle |1\rangle =$$

$$\langle a^+ a \rangle = \sum_{i,j=0}^{3N} k_j^* k_i e^{i(E_j - E_i)t} \left[\sum_{m=0}^N (c_m^{(j)*} c_m^{(i)} m - c_m^{(j)*} c_{m-1}^{(i)} \frac{g\sqrt{m}}{\omega_0} - c_m^{(j)*} c_{m+1}^{(i)} \frac{g\sqrt{m+1}}{\omega_0} + c_m^{(j)*} c_m^{(i)} \frac{g^2}{\omega_0^2}) + \sum_{m=0}^N (d_m^{(j)*} d_m^{(i)} m + d_m^{(j)*} d_{m-1}^{(i)} \frac{g\sqrt{m}}{\omega_0} + d_m^{(j)*} d_{m+1}^{(i)} \frac{g\sqrt{m+1}}{\omega_0} + d_m^{(j)*} d_m^{(i)} \frac{g^2}{\omega_0^2}) + \sum_{m=0}^N f_m^{(j)*} f_m^{(i)} m \right] \quad (20)$$

$$\langle a^{+2} a^2 \rangle = \sum_{i,j=0}^{3N} k_j^* k_i e^{i(E_i - E_j)t} \left\{ \sum_{m=0}^N (c_m^{(j)*} c_m^{(i)} \left[(m-1)m + \frac{4g^2}{\omega_0^2} m + \frac{g^4}{\omega_0^4} \right] - c_m^{(j)*} c_{m-1}^{(i)} \left[\frac{2g}{\omega_0} (m-1) \sqrt{m} + \frac{2g^3}{\omega_0^3} \sqrt{m} \right] - c_m^{(j)*} c_{m+1}^{(i)} \left[\frac{2g}{\omega_0} m \sqrt{m+1} + \frac{2g^3}{\omega_0^3} \sqrt{m+1} \right] + c_m^{(j)*} c_{m-2}^{(i)} \frac{g^2}{\omega_0^2} \sqrt{m(m-1)} + c_m^{(j)*} c_{m+2}^{(i)} \frac{g^2}{\omega_0^2} \sqrt{(m+1)(m+2)} + \sum_{m=0}^N (d_m^{(j)*} d_m^{(i)} \left[(m-1)m + \frac{4g^2}{\omega_0^2} m + \frac{g^4}{\omega_0^4} \right] + d_m^{(j)*} d_{m-1}^{(i)} \left[\frac{2g}{\omega_0} (m-1) \sqrt{m} + \frac{2g^3}{\omega_0^3} \sqrt{m} \right] + d_m^{(j)*} d_{m+1}^{(i)} \left[\frac{2g}{\omega_0} m \sqrt{m+1} + \frac{2g^3}{\omega_0^3} \sqrt{m+1} \right] + d_m^{(j)*} d_{m-2}^{(i)} \frac{g^2}{\omega_0^2} \sqrt{m(m-1)} + d_m^{(j)*} d_{m+2}^{(i)} \frac{g^2}{\omega_0^2} \sqrt{(m+1)(m+2)}) + \sum_{m=0}^N f_m^{(j)*} f_m^{(i)} m(m-1) \right\} \quad (21)$$

$$\sum_{n=0}^M \beta_n^M |n\rangle (U_{13} |3'\rangle + U_{23} |2'\rangle + U_{33} |1'\rangle) = \sum_{i=0}^{3N} k_i \left[\sum_{n=0}^N (c_n^{(i)} |n\rangle_A |3'\rangle + d_n^{(i)} |n\rangle_B |2'\rangle + f_n^{(i)} |n\rangle |1'\rangle) \right] \quad (14)$$

式中 $|3'\rangle$ 、 $|2'\rangle$ 和 $|1'\rangle$ 是原子能级通过 $SO(3)$ 旋转变换后得到的新的原子能级. $\{k_i\}$ ($i=0, \dots, 3N$) 是与初始条件相关的待定系数. 在式(14)中原子各能级部分的系数对应相等, 可以分别提出, 在提出后的方程两端分别左乘 $\langle m|_A$ 、 $\langle m|_B$ 和 $\langle m|$ 得

$$\sum_{i=0}^{3N} k_i c_m^{(i)} = U_{13} \sum_{n=0}^M \beta_n^M \langle m|_A |n\rangle \quad (15)$$

$$\sum_{i=0}^{3N} k_i d_m^{(i)} = U_{23} \sum_{n=0}^M \beta_n^M \langle m|_B |n\rangle \quad (16)$$

$$\sum_{i=0}^{3N} k_i f_m^{(i)} = U_{33} \beta_m^M \quad (17)$$

通过求解式(15)~(17)组成的非齐次线性方程组, 便可以得到 $\{k_i\}$, ($i=0, \dots, 3N$). 那么任意时刻的波函数为

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{i=0}^{3N} k_i e^{-iE_i t} \left[\sum_{n=0}^N (c_n^{(i)} |n\rangle_A |3'\rangle + d_n^{(i)} |n\rangle_B |2'\rangle + f_n^{(i)} |n\rangle |1'\rangle) \right] \quad (18)$$

光场的聚束效应与反聚束效应由光场的二阶相干度 $G^2(t)$ 来表示. $G^2(t)$ 定义为^[26]

$$G^2(t) = \frac{\langle a^{+2} a^2 \rangle}{\langle a^+ a \rangle^2} \quad (19)$$

当 $G^2(t) = 1$ 时, 光场强度起伏呈现零关联, 光场是二阶相干的, 属于经典光场与非经典光场之间的临近状态; $G^2(t) > 1$ 时, 光场强度起伏呈现正关联, 光场呈现聚束效应, 是超泊松分布, 此时属于经典光场; $G^2(t) < 1$, 光场强度起伏呈现负关联, 则光场呈现反聚束效应, 满足亚泊松光子分布, 这是光场的纯量子效应. 通过式(18)可以求得

通过求解式(20)和(21),便可得到二阶相干度随时间的演化.

本文中令 $r = \Delta/g$, 为了揭示光场二阶相干特性, 本文将讨论考虑光场的最大光子数 $M=50, r=1$, 原子初始时刻分别处于基态以及 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 能级叠加态这两种情况时, 不同的 η 对光场二阶相干度演化的影响.

图 3 为原子初始时刻处于基态 ($C_a = 1, C_b = C_c = 0$), $M=50, r=1, \eta$ 取不同值时光场二阶相干度的演化规律. 如图 3(a), 当 $\eta=0.04$ 时, 光场处于相干态, 此时 $G^2(t)$ 的振荡幅度较大, 聚束效应和反聚

束效应交替出现, 但是光场呈现聚束效应的持续时间远大于呈现反聚束效应的持续时间. 如图 3(b), 随着 η 的增大, 光场过渡到中间态, 此时 $G^2(t)$ 的振荡幅度明显减弱, 但是光场呈现聚束效应的持续时间增加. 继续增大 η , 如图 3(c), 当 $\eta=0.3$ 时, $G^2(t)$ 的振荡幅度已经十分微弱, 光场完全呈现出反聚束效应, 聚束效应已经消失. 当 η 足够大时, 如图 3(d), $G^2(t)$ 的振荡几乎变成了一条直线, 光场持续呈现反聚束效应. 因此, 原子初始时刻处于基态时, 光场的聚束效应持续时间随着 η 的增大先增大后减小.

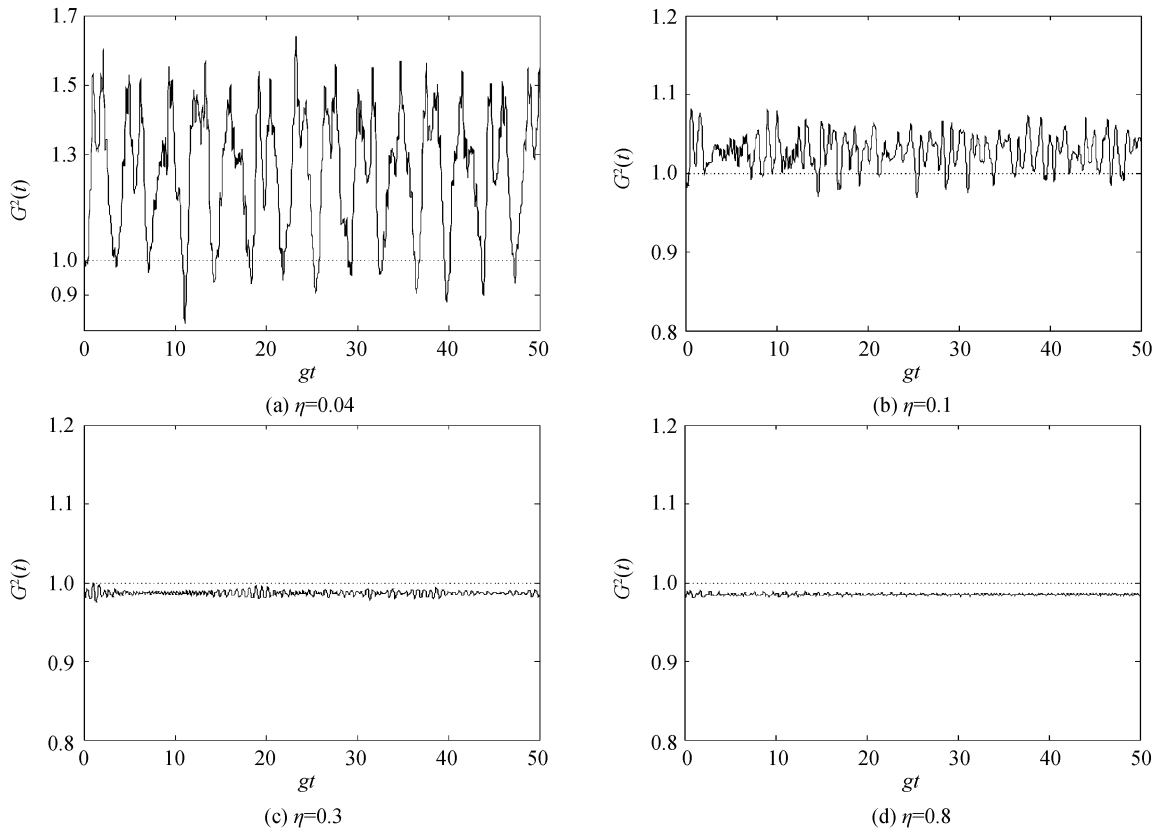


图 3 原子初始时刻处于基态 ($M=50, r=1$), η 取不同值时光场二阶相干度的演化

Fig. 3 The evolution of degree of second order coherence for different η when the atom is initially in the basic state ($M=50, r=1$)

图 4 为原子初始时刻处于 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 能级的等权叠加态 ($C_a = 0, C_b = C_c = 1/\sqrt{2}$), $M=50, r=1, \eta$ 取不同值时光场二阶相干度的演化. 从图 4(a) 中可以看到, 当 $\eta=0.04$ 时, 光场为相干态, 虽然 $G^2(t)$ 的振荡幅度仍然较大, 但是与图 3(a) 不同的是, 此时聚束效应的持续时间与反聚束效应的持续时间几乎是相当的. 随着 η 的增大, 当 $\eta=0.1$ 时如图 4(b), $G^2(t)$ 的振幅明显减弱, 但是光场呈现反聚束效应的持续时间进一步增加. 继续增大 η , 如图 4(c), $G^2(t)$

只能做微小的振荡, 并且光场完全呈现出反聚束效应. 如图 4(d), 当 $\eta=0.8$ 时, $G^2(t)$ 的振荡几乎变成了一条直线, 光场持续呈现反聚束效应. 从图 3(b) 和图 4(b) 中可以看到, 光场的二阶相干度存在回复塌缩现象. 经过研究发现, 在非旋波模型中塌缩区不能够完全塌缩而是出现了小锯齿状的振荡, 而旋波近似下是完全塌缩的, 这主要是由于非旋波项的影响.

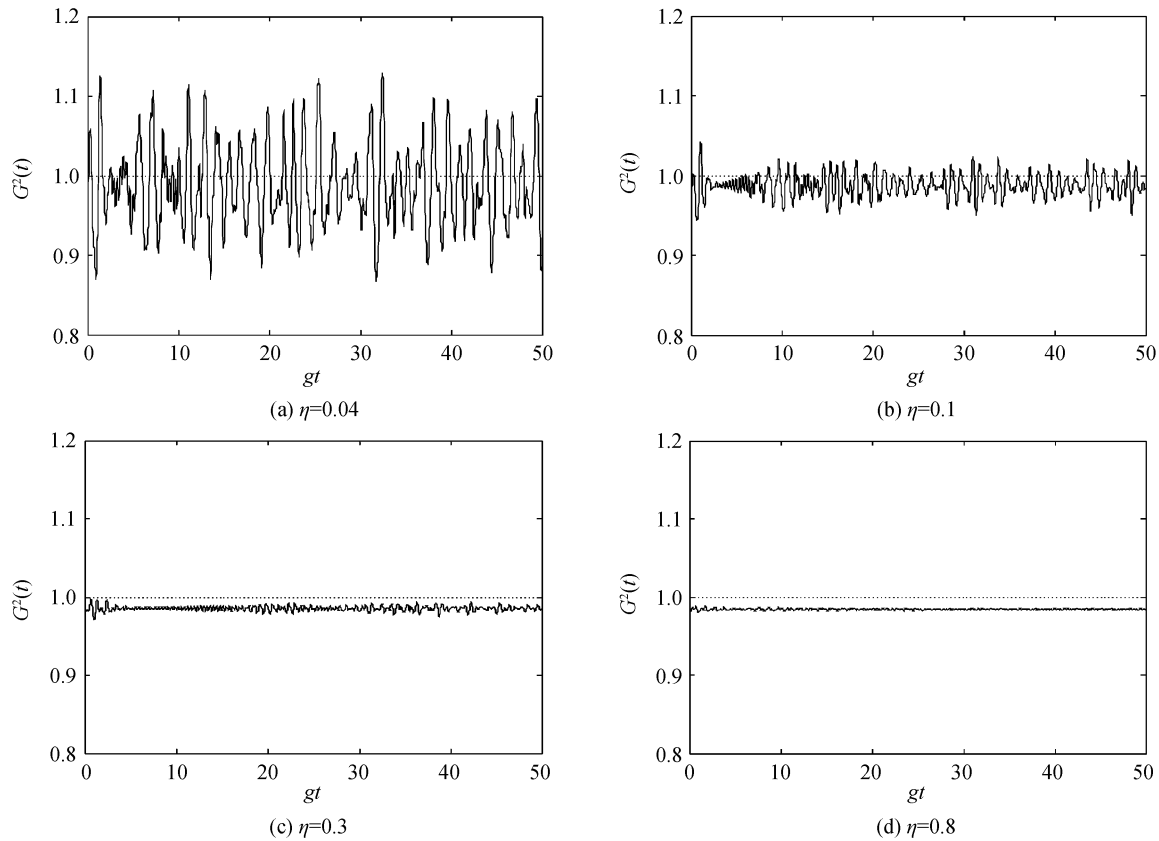


图 4 原子初始时刻处于 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 能级的等权叠加态 ($M=50, r=1$), η 取不同值时光场二阶相干度的演化
 Fig. 4 The evolution of degree of second order coherence for different η when the atom is initially in the superposition state of $|2\rangle$ and $|3\rangle$ levels ($M=50, r=1$)

图 5 为原子初始时刻处于基态 ($C_a = 1, C_b = C_c = 0$), $M=50, \eta=0.1$ 时, g 取不同值时光场二阶相干度的演化. 从图 5 中可以看出, 当 $g=0.05$, 耦合强度不是很大时, $G^2(t)$ 在 1 附近振荡, 聚束效应与反聚束效应交替出现, 但振动的幅度不是很大, 并且聚束效应的持续时间比反聚束效应的持续时间略大一点, 随着耦合强度的增大, 当耦合强度达到 $g=0.4$ 时, $G^2(t)$ 的振幅增大, 且 $G^2(t)$ 的平均值有明显的增大, 此时光场主要表现为聚束效应. 因此, 随着偶和强度的增大, 光场的聚束效应持续时间不断增加. 继续增大耦合强度会发现, $G^2(t)$ 的平均值会继续增大, 因此, 可以这样说, $G^2(t)$ 的平均值会随着耦

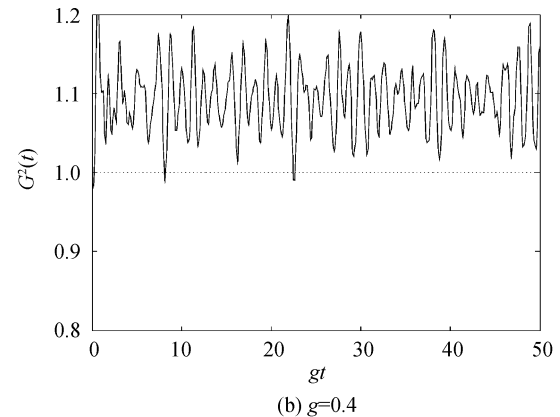
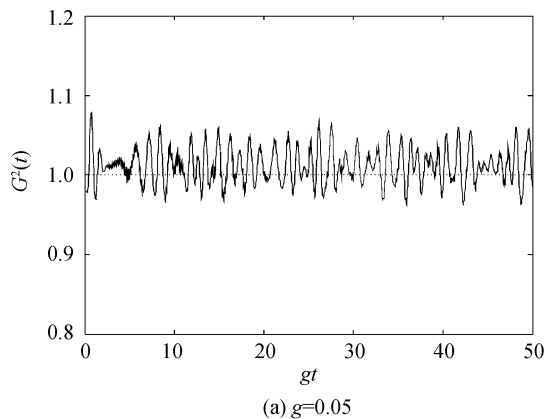


图 5 原子初始时刻处于基态 ($M=50, \eta=0.1$), g 取不同值时光场二阶相干度的演化
 Fig. 5 The evolution of degree of second order coherence for different g when the atom is initially in the ground state ($M=50, \eta=0.1$)

合强度的增大而增大.

4 结论

本文利用相干态正交化展开方法, 在非旋波近似下精确求解了 V 型三能级原子的能谱, 并且利用保真度作为判断能级交叉与否的依据. 在演化问题中求解了二项式光场与 V 型三能级原子的二阶相干度. 数值计算的结果表明了, 随着 η 的增大光场

的二阶相干度的振幅逐渐减小. 当原子初始时刻处于基态时, 随着 η 的增大, 光场呈现聚束效应的持续时间先增大后减小; 当原子初始时刻处于 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 能级的等权叠加态时, 随着 η 的增大, 光场呈现聚束效应的持续时间逐渐减小. 当 η 足够大时, 在这两种情况下光场终都将完全呈现反聚束效应. 由于非旋波项的贡献使得光场的二阶相干度在塌缩区不能够完全塌缩, 而出现了小锯齿状的振荡. 当其它参量不变时, $G^2(t)$ 的平均值会随着耦合强度的增大而增大.

参考文献

- [1] SUN K W, CHEN Q H. Quantum phase transition of the one-dimensional transverse-field compass model[J]. *Physical Review B*, 2009, **80**(17): 4417-4424.
- [2] FARHI E, GOLDSTONE J, GUTMANN S, *et al.* A quantum adiabatic evolution algorithm applied to random instances of an NP-complete problem[J]. *Science*, 2001, **292**(5516): 472-475.
- [3] BENNETT C H, Di VINCENZO D P. Quantum information and computation[J]. *Nature*, 2000, **404**(6775): 247-256.
- [4] COZZINI M, GIORDA P, ZANARDI P. Quantum phase transitions and quantum fidelity in free fermion graphs[J]. *Physical Review B*, 2007, **75**(1): 4439-4452.
- [5] ZANARDI P, PAUNKOVIC N. Ground state overlap and quantum phase transitions[J]. *Physical Review E*, 2006, **4**(3): 1123-1127.
- [6] WOLLEY M J, DOHERTY A C, MMILIBURN G J. Nanomechanical squeezing with detection via a microwave cavity[J]. *Physical Review A*, 2008, **8**(78): 2302-2313.
- [7] ABB M, GUARNERI I, WIMBERGER S. Pseudoclassical theory for fidelity of nearly resonant quantum rotors [J]. *Physical Review E*, 2009, **80**(R): 035206.
- [8] STOLER D, SALEH B, TEICH M C. Binomial states of the quantized radiation field[J]. *Opt Acta*, 1985, **32**(3): 345-355.
- [9] DATTOLI G, GALLARDO J, TORRE A. Binomial states of the quantized radiation field; comment[J]. *JOSA B*, 1987, **B2**: 185-191.
- [10] HU Yao-hua, FANG Mao-fa, LIAO Xiang-ping, *et al.* Quantum entanglement of the binomial field interacting with a cascade three-level atom[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(9): 4631-4637.
胡要花, 方卯发, 廖湘萍, 等. 二项式光场与级联型三能级原子的量子纠缠. 物理学报[J]. 2006, **55**(9): 4631-4637.
- [11] VERMA A, SHARMA N K, PATHAK A. Generation of the reciprocal-binomial state for optical fields[J]. *Physics Letters A*, 2003, **315**(3-4): 213-218.
- [12] SONG Jun, CAO Zhuo-liang. Dynamical properties in the system of two identical two-level entangled atoms interacting with radiation fields in binomial states [J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(2): 696-702.
宋军, 曹卓良. 两纠缠原子与二项式光场相互作用的动力学[J]. 物理学报, 2005, **54**(2): 696-702.
- [13] FRANCO R L, COMPAGNO G, MESSINA A, *et al.* Single-shot generation and detection of a two-photon generalized binomial state in a cavity[J]. *Physical Review A*, 2006, **74**(4): 5803-5806.
- [14] CRISP M D. Jaynes-Cummings model without the rotating-wave approximation[J]. *Physical Review A*, 1991, **43**(5): 2430-2435.
- [15] LIU Xiang, FANG Mao-fa, LIU An-ling. Entropy properties and schrodinger-cat states of the field interacting with a Ξ type three-level atom[J]. *Acta Physica Sinica*, 2000, **49**(9): 1707-1714.
刘翔, 方卯发, 刘安玲. 光场与级联型三能级原子相互作用时的熵特性和薛定谔猫态[J]. 物理学报, 2000, **49**(9): 1707-1714.
- [16] IRISH E K, BANACLOCHE J G, MARTIN I, *et al.* Dynamics of a two-level system strongly coupled to a high-frequency quantum oscillator[J]. *Physical Review B*, 2005, **72**(19): 5410-5423.
- [17] DEVORET M, GIRVIN S, SCHOELKOPF R. Quantum entanglement in circuit QED [C]. SOLID-STATE QUANTUM COMPUTING; Proceedings of the 2nd International Workshop on Solid-State Quantum Computing & Mini-School on Quantum Information Science, 2007, **16**: 767.
- [18] REN Xue-zao, JIANG Dao-lai, CONG Hong-lu. Exact calculations of the energy spectra and the dynamical properties of a two-level system[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(8): 5406-5412.
任学藻, 姜道来, 丛红璐. 精确计算非旋波近似下二能级系统的能谱和动力学性质[J]. 物理学报, 2009, **58**(8): 5406-5412.
- [19] REN Xue-zao, LIAO Xu, HUANG Shu-wen, *et al.* Study of one-dimensional Holstein polaron in infinite lattice[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(4): 2680-2684.
任学藻, 廖旭, 黄书文, 等. 有限格点一维 Holstein 极化子研究[J]. 物理学报, 2009, **58**(4): 2860-2864.
- [20] CONG Hong-lu, REN Xue-zao, JIANG Dao-lai, *et al.* An exact solution of evolution of the field entropy in a system of three-level cascade type atom interacting with single-mode coherent field[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(5): 3221-3226.
丛红璐, 任学藻, 姜道来, 等. 精确求解级联型三能级原子与单模相干态光场场熵的演化特性[J]. 物理学报, 2010, **59**(5): 3221-3226.
- [21] CHEN Q H, ZHANG Y Y, LIU T, *et al.* Numerically exact solution to the finite-size Dicke model[J]. *Physical Review A*, 2008, **78**(5): 1801-1805.
- [22] ZHANG Y Y, LIU T, CHEN Q H, *et al.* Ground-state properties of the two-site Hubbard-Holstein model: an exact solution[J]. *Journal of Physics-Condensed Matter*, 2009, **21**(41): 5601-5606.
- [23] LIU T, ZHANG Y Y, CHEN Q H, *et al.* Large- N scaling behavior of the ground-state energy, fidelity, and the order parameter in the Dicke model[J]. *Physical Review A*, 2009, **80**(2): 3810.
- [24] XIA Jian-ping, REN Xue-zao, CONG Hong-lu, *et al.* Quantum entanglement of the coherent state field interacting with a type three-level atom without rotating wave approximation[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(9): 1621-1626.
夏建平, 任学藻, 丛红璐, 等. 非旋波近似下型三能级原子与相干态光场的量子纠缠[J]. 光子学报, 2010, **39**(9): 1621-1626.
- [25] GORIN T, PROSEN T, SELIGMAN T H, *et al.* Dynamics of loschmidt echoes and fidelity decay[J]. *Physics Reports*, 2006, **435**(2-5): 33-156.
- [26] LIU San-qiu, GUO Qin, TAO Xiang-yang, *et al.* Quantum dynamics of a cascade three-level atom interacting with coherent state in the counter rotating wave approximation [J]. *Acta Physica Sinica*, 1998, **47**(9): 1481-1489.
刘三秋, 郭琴, 陶向阳, 等. 非旋波近似下级联型三能级原子与腔场相互作用的量子动力学性质[J]. 物理学报, 1998, **47**(9): 1481-1489.

Quantum Properties of the Binomial State Field Interacting With a V Type Three-level Atom Without Rotating Wave Approximation

WANG Xu-Wen¹, REN Xue-Zao¹, XIA Jian-Ping¹, CONG Hong-Lu²

(1 *College of Science, Southwest University of Science and Technology, Mianyang, Sichuan 621010, China*)

(2 *Haibin College, Beijing Jiaotong University, Huanghua, Hebei 061100, China*)

Abstract: By the method of coherent-state orthogonalization expansion, the energy spectrum of the V type three-level atom was calculated exactly in the non-rotating wave approximation, and a level-crossing problem was also considered by means of fidelity. The influences of the initial states of the V type three-level atom and the parameter of the binomial optical fields on the second-order coherence degree were studied. The numerical results indicate that: when the atom is initially in the ground state, the duration of the bunching effect increases at the beginning and then decreases with the increasing of η ; when the atom is initially in the coherent state, the duration of the bunching effect decreases with the increasing of η . Finally, both cases of the light fields displayed anti-bunching effect completely when the value of η was large enough. When other parameters did not change, the average of $G^2(t)$ increases with the enlargement of coupling strength.

Key words: Coherent-state orthogonalization expansion, Without rotating wave approximation, Fidelity, Anti-bunching effect