

文章编号:1004-4213(2011)05-0780-5

# 基于高维两粒子纠缠态的超密编码方案

黄平武,周萍,农亮勤,何良明,尹彩流

(广西民族大学 物理与电子工程学院, 南宁 530006)

**摘 要:**基于通信双方预先共享  $d$  维二粒子最大纠缠态非定域相关性,信息发送方 Bob 只需要向信息接收者 Alice 传送一个粒子,就可以传送  $\log_2^d$  比特经典信息,为保护信息的安全,方案采用诱骗光子技术,安全性等价于改进后的原始量子密钥分配方案(Bennett-Brassard 1984, BB84). 本文讨论了基于高维纯纠缠态超密编码方案. 即通过引入一个附加量子比特,信息接收方对手中的纠缠粒子和附加粒子在执行相应的么正演化,可以获取  $d |\alpha_k|^2 \log_2^d + \log_2^d (\alpha_k = \min \{\alpha_j\}, j \in \{0, L, d-1\})$  比特经典信息. 通信双方采用诱骗光子技术确保量子信道的安全建立. 与其他方案相比,该方案具有通信效率较高、实用性较强的优点.

**关键词:**量子纠缠; Bell 态; 安全性分析; 量子超密编码

**中图分类号:**O431.2; TN918

**文献标识码:**A

**doi:**10.3788/gzxb20114005.0780

## 0 引言

量子信息(Quantum Information),物理学与信息科学的交叉学科,已经逐渐成为当前研究的热点,吸引了越来越多的注意<sup>[1-2]</sup>. 量子信息基本原理与信息通信相结合,可以更好解决一些经典信息处理难以处理的问题,如量子密钥分配、量子安全直接通信和量子密集编码、量子隐形传态等<sup>[3-13]</sup>. 各国都投入巨大的人力财力资源支持量子通信这一新兴领域的发展,在理论和实验上都取得了巨大的进展<sup>[14-28]</sup>.

自从 1992 年 Bennett 等人提出第一个量子密集编码方案以来,量子密集编码引起了各国研究者的巨大关注<sup>[8-12]</sup>. 依据预先共享纠缠粒子的非定域相关性,信息发送方只需向接收方传送一个粒子就可以实现传送 2 bits 经典信息的任务,密集编码通信效率高. 近年来,量子密集编码取得了较大进展,一方面,提出了各种不同量子密集编码方案,推广高维的量子超密编码,2001 年,郭提出了三方密集编码方案<sup>[9]</sup>. 2002 年,刘把量子密集编码推广到高维多量子超密编码方案<sup>[10]</sup>,闫提出了基于非对称系统的密集编码方案<sup>[22]</sup>以及概率密集编码方案<sup>[27]</sup>,2005 年,王提出基于高维密集编码方案的安全直接通信模型<sup>[26]</sup>. 另一方面,密集编码在实验上也得到验证,1996 年, Mattle 首先用光子在完成密集编码

实验<sup>[29]</sup>,2008 年,Julio 等人基于光子超纠缠态实现了量子密集编码<sup>[30]</sup>.

最近,高维超密编码方案引起广泛关注<sup>[10,23-28]</sup>. 2010 年周等人提出四维二粒子超密编码方案,该方案把量子密集编码推广到四维,发送方通过传送一个粒子给接收方来实现传送 2 bits 经典信息的目标,提高信道通讯效率<sup>[25]</sup>. 依据四维二粒子超密编码基本思想,本文把超密编码推广到任意高维( $d$  维),发送方对手中的粒子执行  $d^2$  个么正操作中的一种来完成信息的编码,接收方接收到粒子后,对手中的粒子执行联合测量确定发送方所执行的操作来完成信息的解码,在本文的方案中,每传送一个粒子,发送方可向接收方传送  $\log_2^d$  bits 经典信息,因此具有更高的信息传送效率. 在实际应用中,由于受环境噪音的影响,最大纠缠态往往演化为纯纠缠态或混合态,因此讨论基于纯纠缠态的通信方案也具有十分重要的应用价值,本文进一步讨论了基于高维纯纠缠态超密编码方案和信息传送效率与信道纠缠度之间的关系,通过引入一个二维附加粒子(qubit),可以实现基于纯纠缠态的概率密集编码.

## 1 高维二粒子超密编码原理

量子密集编码是由 Bennett 和 Wiesner 在 1992 年提出来的,原理就是发送者和接收者事先共享的

**基金项目:**国家自然科学基金(No. 11047102)、广西青年科学基金(No. 0991015)、广西教育厅科技项目(No. 200911MS78)和学校科研启动项目(No. 2008QD019)资助

**第一作者:**黄平武(1988-),男,本科,主要研究方向为量子光学、量子通讯. Email:371107259@qq.com

**导师(通讯作者):**周萍(1977-),女,副教授,博士,主要研究方向为量子光学、量子信息与量子计算. Email:zhouping.0703@163.com

**收稿日期:**2010-06-01; **修回日期:**2011-01-01

纠缠态非定域相关性,可以提高量子信道的经典信息容量<sup>[8]</sup>.在经典信道中,发送 2 比特的信息需要操纵和发送至少 2 个用于信息编码的粒子或物理实体,而依据量子密集编码基本原理,如果发送者和接收者预先共享一个最大纠缠态,那么,发送者可以仅仅操纵或发送一个量子比特就发送 2 比特的信息.2002 年 Liu 和 Crudka 等分别将多方密集编码方案的量子通道由二能级粒子纠缠态推广到任意能级粒子纠缠态<sup>[10,23]</sup>,2010 年周提出基于四维二粒子超密编码方案<sup>[25]</sup>.本文将量子密集编码推广到任意高维,即基于  $d$  维二粒子量子超密编码.

首先,讨论基于最大纠缠态的超密编码方案,然后将量子超密编码方案推广到纯纠缠态.

### 1.1 基于最大纠缠态超密编码方案

高维( $d$  维)二粒子系统(粒子 A 和 B)最大纠缠态可写为

$$|\Psi\rangle_{rs} = \frac{1}{\sqrt{d}} \sum_{j_2=0}^{d-1} e^{(j_2 r)2\pi i/d} |j_2\rangle_A |j_2 \oplus s\rangle_B \quad (1)$$

式中, $j_2 \oplus s$  表示  $j_2 + s$  模  $d$ , $r, s = 0, 1, \dots, d-1$  用以表示  $d^2$  个广义 Bell 基 (generalized Bell state)  $|\Psi\rangle_{rs}$ , 分别为

$$|\Psi\rangle_{00} = \frac{1}{\sqrt{d}} (|0\rangle_A |0\rangle_B + |1\rangle_A |1\rangle_B + |2\rangle_A |2\rangle_B + \dots + |d-1\rangle_A |d-1\rangle_B)$$

$$|\Psi\rangle_{01} = \frac{1}{\sqrt{d}} (|0\rangle_A |1\rangle_B + |1\rangle_A |2\rangle_B + |2\rangle_A |3\rangle_B + \dots + |d-1\rangle_A |0\rangle_B)$$

$$|\Psi\rangle_{02} = \frac{1}{\sqrt{d}} (|0\rangle_A |2\rangle_B + |1\rangle_A |3\rangle_B + |2\rangle_A |5\rangle_B + \dots + |d-1\rangle_A |1\rangle_B) \quad (2)$$

$$|\Psi\rangle_{03} = \frac{1}{\sqrt{d}} (|0\rangle_A |3\rangle_B + |1\rangle_A |4\rangle_B + |2\rangle_A |6\rangle_B + \dots + |d-1\rangle_A |2\rangle_B)$$

.....

$$|\Psi\rangle_{d-1,d-1} = \frac{1}{\sqrt{d}} (|0\rangle_A |d-1\rangle_B + e^{\frac{2\pi i}{d}(d-1)} |1\rangle_A |0\rangle_B + e^{\frac{2\pi i}{d}(d-1)^2} |2\rangle_A |1\rangle_B + \dots + e^{\frac{2\pi i}{d}(d-1)^2} |d-1\rangle_A |d-2\rangle_B)$$

式中  $|0\rangle, |1\rangle, \dots, |d-1\rangle$  为测量基  $Z_d$  的  $d$  个本征态.  $d^2$  个么正操作  $U_{uv}^B$  ( $u, v = 0, 1, \dots, d-1$ )

$$U_{uv}^B = \sum_{j=0}^{d-1} e^{(ju)2\pi i/d} |j \oplus v\rangle \langle j| \quad (3)$$

可以实现广义 Bell 态间的相互转换

$$U_{uv}^B |\Psi\rangle_{rs} = \left( \sum_{j_1=0}^{d-1} e^{(j_1 u)2\pi i/d} |j_1 \oplus v\rangle \langle j_1| \right)_B \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{d}} \sum_{j_2=0}^{d-1} e^{(j_2 r)2\pi i/d} |j_2\rangle_A |j_2 \oplus s\rangle_B \right)_{AB} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{d}} \sum_{j=0}^{d-1} e^{[j(u+r)2\pi i/d]} |j\rangle_A |j \oplus s \oplus v\rangle_B = |\Psi\rangle_{r',s'} \quad (4)$$

式中  $r' = u \oplus r, s' = v \oplus s$ .

测量基  $X_d$  的本征态  $|0\rangle_x, |1\rangle_x, \dots, |d-1\rangle_x$  构成  $d$  维希尔伯特空间另一组正交归一基<sup>[32-33]</sup>.

$$|r\rangle_x = \frac{1}{\sqrt{d}} \sum_{j=0}^{d-1} e^{\frac{2\pi i}{d} rj} |j\rangle \quad (5)$$

$$r \in \{0, \dots, d-1\}.$$

基于最大纠缠态量子超密编码方案为:

1) 和文献[33-39]类似, Alice 在通信双方之间建立安全的量子信道,即 Alice 制备一组处于双粒子最大纠缠态  $|\Psi\rangle_{AB}$  的粒子,并将手中的粒子分为  $S_A$  和  $S_B$  两个序列,其中序列  $S_A$  由最大纠缠态中的粒子 A 组成,序列  $S_B$  由最大纠缠态中的粒子 B 组成, Alice 保留序列  $S_A$  并将序列  $S_B$  发送给 Bob,为了确保信道的安全建立, Alice 采用诱骗光子技术,即在发送给 Bob 的序列  $S_B$  中插入诱骗光子, Alice 可以通过对最大纠缠态的测量来获得诱骗光子,如 Alice 对纠缠态  $|\Psi\rangle_{AB}$  中的 A 粒子执行  $Z_d$  基下的测量,如果测量结果为  $|r\rangle$ ,则粒子 B 处于状态  $|r\rangle$ , Alice 通过对粒子 B 执行么正操作  $U_{uv}^B$

$$U_{uv}^B = |u\rangle \langle v| \quad (6)$$

和高维 Hardmard 操作

$$H_d = \left\{ \begin{array}{cccc} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & e^{\frac{2\pi i}{d}} & \dots & e^{\frac{2\pi i}{d}(d-1)} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & e^{\frac{2\pi i}{d}(d-1)} & \dots & e^{\frac{2\pi i}{d}(d-1)^2} \end{array} \right\} \quad (7)$$

制备诱骗光子. 即在没有理想高维单光子源条件下,用该方法制备随机处于  $2d$  个状态  $\{|0\rangle, |1\rangle, \dots, |d-1\rangle_x, |0\rangle_x, |1\rangle_x, \dots, |d-1\rangle_x\}$  的诱骗光子态.

2) Alice 和 Bob 通过比对诱骗光子态,如果出错率过高,则信道有窃听者,放弃前面建立的信道,重复步骤(1). Bob 依据所需传送的信息对手中的粒子编码,即如果要发送信息  $uv$ ,则对粒子 B 选择相应的么正操作  $U_{uv}^B$ ,并将粒子 B 发送给 Alice.

3) Alice 收到粒子 B 后,对粒子 A, B 进行联合 Bell 态测量,确定系统状态  $|\Psi\rangle_{r',s'}$  获取 Bob 的编码信息  $u, v$

$$\begin{aligned} u &= r' \oplus (d-r) \\ v &= s' \oplus (d-s) \end{aligned} \quad (8)$$

发送方 Bob 通过传送一个粒子 B 可以对应传送  $\log_2 d^2$  bits 经典信息.

### 1.2 基于纯纠缠态超密编码方案

由于和环境信道噪音的相互作用,最大纠缠态

往往演化成纯纠缠态或混合态,基于纯纠缠态

$$|\varphi\rangle_{rs} = \frac{1}{\sqrt{d}} \sum_{j=0}^{d-1} e^{(j_2 r)2\pi i/d} \alpha_j |j\rangle |j \oplus s\rangle \quad (9)$$

的超密编码. 具体方案为:

1) Alice 制备纠缠粒子, 并分配粒子, 即保留粒子 A, 将粒子 B 发送给 Bob.

2) 通信双方通过比对测量结果, 确认信道是否有窃听者, 如果有, 则放弃有窃听者存在的信道, 重复步骤 1). 确认信道安全性后, Bob 通过对手中的粒子 B 执行相应的么正操作  $U_{uv}^B (u, v=0, 1, \dots, d-1)$  来实现编码.

$$U_{uv}^B |\varphi\rangle_{rs} = \left( \sum_{j_1=0}^{d-1} e^{(j_1 u)2\pi i/d} |j_1 \oplus v\rangle \langle j_1| \right)_B \cdot \left( \sum_{j=0}^{d-1} e^{(j r)2\pi i/d} \alpha_j |j\rangle |j \oplus s\rangle \right)_{AB} = \sum_{j=0}^{d-1} e^{[j \langle u+r \rangle] 2\pi i/d} \cdot$$

$$U_{\max} = \left\{ \begin{array}{cccccccc} \frac{\alpha_k}{\alpha_0} & 0 & \cdots & 0 & -\sqrt{1-\left(\frac{\alpha_k}{\alpha_0}\right)^2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_k}{\alpha_1} & \cdots & 0 & 0 & -\sqrt{1-\left(\frac{\alpha_k}{\alpha_1}\right)^2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{\alpha_k}{\alpha_{d-1}} & 0 & 0 & \cdots & -\sqrt{1-\left(\frac{\alpha_k}{\alpha_{d-1}}\right)^2} \\ \sqrt{1-\left(\frac{\alpha_k}{\alpha_0}\right)^2} & 0 & \cdots & 0 & \frac{\alpha_k}{\alpha_0} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{1-\left(\frac{\alpha_k}{\alpha_1}\right)^2} & \cdots & 0 & 0 & \frac{\alpha_k}{\alpha_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{1-\left(\frac{\alpha_k}{\alpha_{d-1}}\right)^2} & 0 & 0 & \cdots & \frac{\alpha_k}{\alpha_{d-1}} \end{array} \right. \quad (11)$$

将系统转变为相应状态  $|\varphi'\rangle_{r',s'}$

$$U_{\max} |\varphi\rangle_{r',s'} |0\rangle_{aux} = \sum_{j=0}^{d-1} e^{[j \langle u+r \rangle] 2\pi i/d} \alpha_j |j \oplus s \oplus v\rangle_B \left( \frac{\alpha_k}{\alpha_j} |j\rangle_A |0\rangle_{aux} - \sqrt{1-\left(\frac{\alpha_k}{\alpha_j}\right)^2} |j\rangle_A |1\rangle_{aux} \right) \quad (12)$$

4) Alice 对附加粒子 a 进行测量, 若测量结果为  $|0\rangle_{aux}$ , 粒子 A, B 塌缩到最大纠缠态  $|\Psi\rangle_{r',s'}$ , Alice 对粒子 A, B 进行联合 Bell 态测量, 确定 A, B 粒子状态, 获得 Bob 的编码信息 ( $\log_2^d$  bits 经典信息), 基于量子力学基本原理, 得到  $|0\rangle_{aux}$  测量结果概率为  $d|\alpha_k|^2$ ; 如果测量结果为  $|1\rangle_{aux}$ , Alice 对粒子 A, B 作  $Z_d$  基下的测量, 可以确定 Bob 编码信息中  $v$  的值, 即若 Alice  $Z_d$  基下的测量结果分别为  $|j_1\rangle_A, |j_2\rangle_B$ , 则根据测量结果可以确定  $v$  值

$$v = j_2 \oplus (d - j_1) \oplus (d - s) \quad (13)$$

$$\alpha_j |j\rangle_A |j \oplus s \oplus v\rangle_B = |\varphi\rangle_{r',s'} \quad (10)$$

式中  $\sum_{j=0}^{d-1} |\alpha_j|^2 = 1$  满足归一化条件, 并假设  $\alpha_k = \min\{\alpha_j\}, j \in \{0, \dots, d-1\}$ .

3) Bob 把粒子 B 传给 Alice, 由于  $d^2$  个纯纠缠态  $|\varphi\rangle_{rs}$  互相不正交, Alice 直接测量无法确定粒子所处状态, 即无法确定 Bob 对粒子 B 所做的么正操作, 获得 Bob 的编码信息. 为了实现超密编码, 和文献[38]类似, Alice 引入初态为  $|0\rangle_{aux}$  的附加粒子 a, 并对粒子 A, a 施行联合么正变换  $U_{\max}$ . 即在基  $|0\rangle_A |0\rangle_{aux}, |1\rangle_A |0\rangle_{aux}, \dots, |d-1\rangle_A |0\rangle_{aux}, |0\rangle_A |1\rangle_{aux}, |1\rangle_A |1\rangle_{aux}, \dots, |d-1\rangle_A |1\rangle_{aux}$  下, 么正变换  $U_{\max}$

获得  $\log_2^d$  bits 经典信息, 相应的概率为  $1 - d|\alpha_k|^2$ , 发送方 Bob 通过传送一个粒子 B 平均可以对应传送  $d|\alpha_k|^2 \log_2^d + \log_2^d$  bits 经典信息. 其中  $\log_2^d \leq N \leq \log_2^{d^2}$ , 当  $\alpha_k = \frac{1}{\sqrt{d}}$  时,  $N = \log_2^{d^2}$ , 信道为最大纠缠态,  $\alpha_k = 0$  时,  $N = \log_2^d$ , 传送一个粒子可传输  $\log_2^d$  bits 信息, 与经典信道传输效率相同.

## 2 结论

该文将密集编码方案由 4 维推广到任意高维, 提出了一个基于最大纠缠态超密编码方案, 和四维二粒子超密编码方案类似, 该方案只需传送一个粒子就能传送  $\log_2^d$  bits 经典信息. 随后, 进一步将该方案推广为基于纯纠缠态方案, 发送方 Bob 通过传送一个粒子 B 平均可以对应传送  $d|\alpha_k|^2 \log_2^d +$

$\log_2^d$  bits 经典信息,类似文献[39-40],该方案在建立量子信道时采用了诱骗光子技术,其安全性等价于改进后的 BB84 量子密钥分配方案.

#### 参考文献

- [1] NIELSE M A, CHUANG I L. Quantum computation and quantum information[M]. Cambridge University Press, 2003.
- [2] 邓富国. 量子通信理论研究[D]. 北京:清华大学,2004.
- [3] SHOR P. Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer[J]. *SIAM J Comput*, 1997, **26**(5): 1484-1509.
- [4] HAO L, WANG C, LONG G L. Quantum secret sharing protocol with four state Grover algorithm and its proof-of-principle experimental demonstration [J]. *Optics Communication*, 2011, **284**(14): 3639-3642.
- [5] BENNETT C H, BRASSARD G. Quantum cryptography: public key distribution and coin tossing[C]. Proceedings of the International Conference on Computers, IEEE, 1984: 175-179.
- [6] CHEN Xia, WANG Fa-qiang, LU Yi-qun, et al. A differential phase shift key distribution QKD system combining with efficient BB84 scheme[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(5): 1052-1056.  
陈霞,王发强,路轶群,等. 结合高效 BB84 协议的差分密钥分发系统[J]. 光子学报, 2008, **37**(5): 1052-1056.
- [7] DENG F G, LONG G L, LIU X S. Two-step quantum direct communication protocol using the Einstein-Podolsky-Rosen pair block[J]. *Phys Rev A*, 2003, **68**(4): 042317.
- [8] BENNETT C H, WIESNER S J. Communication via one-and two-particle operators on Einstein Podolsky-Rosen states[J]. *Phys Rev Lett*, 1992, **69**(20): 2881-2884.
- [9] HAO J C, LI C F, GUO G C. Controlled dense coding using the Greenberger-Horne-Zeilinger state [J]. *Phys Rev A*, 2001, **63**(5): 054301.
- [10] YAN Feng-li, WANG Mei-yu. A scheme for dense coding in the non-symmetric quantum channel [J]. *Chinese Physics Letters*, 2004, **21**(7): 1195-1197.
- [11] BOSE S, PLENIO M B, VEDRAL V. Mixed state dense coding and its relation to entanglement measurements[J]. *Journal of Modern Optics*, 2000, **47**(2): 291-310.
- [12] FAN Qiu-bo, ZHANG Shou. Probabilistic dense coding using a non-symmetric multipartite quantum channel [J]. *Physics Letters A*, 2006, **348**(3-6): 160-165.
- [13] BENNETT C H, BRASSARD G, CRÉPEAU C, et al. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels[J]. *Phys Rev Lett*, 1993, **70**(13): 1895-1899.
- [14] OLSCHENK S, MATSUKEVICH D N, MAUNZ P, et al. Quantum teleportation between distant matter qubits[J]. *Science*, 2009, **323**(5913): 486-489.
- [15] JIN Xian-min, REN Ji-gang, YANG Bin, et al. Experimental free-space quantum teleportation [J]. *Nature Photonics*, 2010, **87**(6): 376-381.
- [16] LI De-chao, SHI Zhong-ke. The probabilistic teleportation via bi-particle mixed state[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(4): 983-986.  
李得超,史忠科. 基于混合纠缠态的概率隐形传态[J]. 光子学报, 2009, **38**(4): 983-986.
- [17] DENG Xiao-ran, YANG Shuai, YAN Feng-li. Quantum secret sharing with N-particle entangled state [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(11): 2083-2087.  
邓晓冉,杨帅,闫凤利. 利用 N 粒子纠缠态的量子秘密共享 [J]. 光子学报, 2010, **39**(11): 2083-2087.
- [18] ZHA Xin-wei, ZHANG Wei. Perfect teleportation an arbitrary three-particle state [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(4): 979-982.  
查新未,张炜. 三粒子任意态的量子隐形完全传送[J]. 光子学报, 2009, **38**(4): 979-982.
- [19] LI Yuan-hua, LIU Jun-chang, NIE Yi-you. Economic and simple controlled teleportation of an arbitrary two-qubit state using five-qubit cluster state [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(11): 2073-2077.  
李渊华,刘俊昌,聂义友. 基于五粒子团簇实现经济和简单的二粒子任意态的可控隐形传态[J]. 光子学报, 2010, **39**(11): 2073-2077.
- [20] LIU Jun-chang, LI Yuan-hua, NIE Yi-you. Controlled teleportation of an arbitrary two-particle state by using a four-qudit cluster state and entanglement swapping[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(11): 2078-2082.  
刘俊昌,李渊华,聂义友. 基于纠缠交换和团簇态实现二粒子任意态的可控隐形传态[J]. 光子学报, 2010, **39**(11): 2078-2082.
- [21] XIONG Xue-shi, FU Jie, SHEN Ke. Controlled teleportation of an unknown two-particle partly entangled state[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(5): 780-782.  
熊学仕,付洁,沈柯. 二粒子部分纠缠未知态的量子受控传递 [J]. 光子学报, 2006, **35**(5): 780-782.
- [22] LIU X S, LONG G L, TONG D M, et al. General scheme for superdense coding between multiparties [J]. *Phys Rev A*, 2002, **65**(2): 022304.
- [23] GRUDKA A, WOJCIK A. Symmetric scheme for superdense coding between multiparties [J]. *Phys Rev A*, 2002, **66**(1): 014301.
- [24] DENG Fu-guo, LI Xi-han, LI Chun-yan, et al. Quantum secure direct communication network with superdense coding and decoy photons [J]. *Physica Scripta*, 2007, **76**(1): 25-30.
- [25] ZHOU Rui, ZHU Yu-lan, NIE Yi-you. One-way communication scheme based on superdense coding of four dimension two particles [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(1): 156-159.  
周锐,朱玉兰,聂义友. 四维二粒子超密编码的单向通信方案 [J]. 光子学报, 2010, **39**(1): 156-159.
- [26] WANG Mei-tu, YANG Lin-guang, YAN Feng-li. General Probabilistic Dense Coding Scheme [J]. *Chinese Physics Letters*, 2005, **22**: 1053.
- [27] WANG C, DENG F G, LI Y S, et al. Quantum secure direct communication with high-dimension quantum superdense coding [J]. *Phys Rev A*, 2005, **71**(4): 044305.
- [28] PATI A K, PARASHAR P, AGRAWAL P. Probabilistic superdense coding [J]. *Phys Rev A*, 2005, **72**(1): 012329.
- [29] MATTLE K, WEINFURTER H, KWIAT P G, et al. Dense coding in experimental quantum communication [J]. *Phys Rev Lett*, 1996, **76**(25): 4656.
- [30] BARREIRO J, WEI T C, KWIAT P G. Beating the channel capacity limit for linear photonic superdense coding [J]. *Nature Physics*, 2008, **4**(4): 282.
- [31] LI Xi-han, DENG Fu-guo, LI Chun-yan, et al. Deterministic secure quantum communication without maximally entangled states [J]. *J Korean Phys Soc*, 2006, **49**(4): 1354-1359.
- [32] CHEN Pan, DENG Fu-guo, LONG Gui-lu. High-dimension multiparty quantum secret sharing scheme with Einstein-Podolsky-Rosen pairs [J]. *Chin Phys*, 2006, **15**(10): 2228.
- [33] DENG F G, LONG G L. Secure direct communication with a quantum one-time pad [J]. *Phys Rev A*, 2004, **69**(5): 052319.

- [34] WANG C, DENG F G, LI Y S, *et al.* Quantum secure direct communication with high-dimension quantum superdense coding[J]. *Phys Rev A*, 2005, **71**(4): 044305.
- [35] WANG Chuan, DENG Fu Guo, LONG Gui Lu. Multi-step quantum secure direct communication using multi-particle Green- Horne- Zeilinger state[J]. *Opt Commun*, 2005, **253** (1-3): 15-20.
- [36] DENG F G, LI C Y, LI Y S, *et al.* Symmetric multiparty-controlled teleportation of an arbitrary two-particle entanglement[J]. *Phys Rev A*, 2005, **72**(2): 022338.
- [37] LI Xi-han, ZHOU Ping, LI Chun-yan, *et al.* Efficient symmetric multiparty quantum state sharing of an arbitrary m-qubit state[J]. *J Phys B: At Mol Opt Phys*, 2006, **39** (8): 1975.
- [38] ZHOU Ping, LI Xi-han, DENG Fu-guo, *et al.* Multi-party controlled teleportation of an arbitrary m-qudit state with a pure entangled quantum channel[J]. *J Phys A: Math Theor*, 2007, **40**(43): 13121-13130.
- [39] LI Chun-yan, ZHOU Hong-yu, WANG Yan, *et al.* Secure Quantum key distribution network with bell states and local unitary operations[J]. *Chin Phys Lett*, 2005, **22**(5): 1049.
- [40] LI Chun-yan, LI Xi-han, DENG Fu-guo, *et al.* Efficient quantum cryptography network without entanglement and quantum memory[J]. *Chin Phys Lett*, 2006, **23**(11): 2896.

## Quantum Superdense Coding Scheme Based on High-dimensional Two-particles System

HUANG Ping-Wu, ZHOU Ping, NONG Liang-Qin, HE Liang-min, YIN Cai-Liu

(College of Physics and Electronic Engineering, Guangxi University for Nationalities, Nanning 530006, China)

**Abstract:** The author presents a generalized superdense coding scheme based on high-dimensional two particles maximally entangled state following some ideas of superdense coding scheme based on four-dimensional two particles. The quantum superdense coding based on noisy quantum channel was discussed. The receiver(Alice)can extract  $d |\alpha_k|^2 \log_2^d + \log_2^d (\alpha_k = \min \{ \alpha_j \}, j \in \{0, L, d-1\})$  bits classic information by introducing one auxiliary two-level particle and performing corresponding unitary operation on her particles. All the parties can use some decoy photons to set up their quantum channel securely. The scheme only requires pure entangled state, which makes this scheme more convenient than others in practical application. Moreover, it has the advantage of having high communication efficiency.

**Key words:** Quantum entangled state; Bell state; Security analyse; Quantum superdense coding