

文章编号:1004-4213(2011)04-0613-9

# Kerr 介质中耦合 V 型三能级原子与相干态光场作用场的量子性质

李可, 令维军

(天水师范学院 物理系, 甘肃 天水 741001)

**摘 要:**研究了 Kerr 介质中相干态光场与耦合 V 型三能级原子相互作用过程中场的量子性质. 利用量子光学中光场与原子相互作用的耦合 Tavis-Cummings 模型, 对系统的动力学过程进行了求解. 讨论了系统初始状态、失谐量、原子间偶极相互作用强度及 Kerr 系数对光场量子性质随时间演化的影响. 数值计算结果表明: 初态中场的平均光子数比较小时, 光场能够展现出明显的量子效应; 初始时刻原子激发态概率幅从小变大时, 光场的反聚束效应变得越明显, 而光场的压缩深度会先增大后减小; 失谐量的变化对场的量子性质的影响不大, 只是改变光场二阶相关函数和压缩参量振荡的周期; 原子间耦合强度的增大使光场的反聚束效应减弱和光场的压缩深度变浅; Kerr 系数的增大会增强光场的反聚束效应, 而使光场的压缩深度变浅.

**关键词:**量子光学; 耦合 V 型三能级原子; 二阶相关函数; 光场压缩; 相干态光场; Kerr 介质

**中图分类号:**O431

**文献标识码:**A

**doi:**10.3788/gzxb20114004.0613

## 0 引言

在光与原子相互作用动力学行为的研究中, 20 世纪 60 年代建立的描述单个两能级原子与量子化光场相互作用的 Jaynes-Cummings 模型(JCM)是一个很有用的理论模型<sup>[1]</sup>. 1968 年, Tavis 和 Cummings 把 J-C 模型推广为描述两个原子与量子化光场相互作用的 T-C 模型(TCM)<sup>[2]</sup>. 这两个模型都是在没有介质的情况下研究原子与光场的作用. 1989 年, Agarwal 和 Puri 把 J-C 模型推广到 Kerr 介质中<sup>[3]</sup>. 但是 T-C 模型没有考虑原子之间的相互作用. 实际上, 在光场与原子相互作用的系统中, 当两个原子相距比较近时, 这种耦合作用是不可避免的. 同时, 实际的原子在与光场作用时也不仅限于两个能级之间. 于是, 又建立了描述包括偶极矩相互作用以及原子能级在两个能级以上的各种 T-C 模型<sup>[4-8]</sup>, 这些模型都是精确可解的. 在这些模型中, 光场和原子的行为呈现出许多非经典效应, 如光场的反聚束和压缩, 原子反转时间演化的周期性崩溃和回复, 原子偶极矩的压缩等<sup>[9-11]</sup>. 大量的研究发现, 量子化光场所能呈现出的如反聚束效应、光场压缩等, 这些非经典效应在实际应用中, 如光通讯、量子

非破坏性测量等, 有很高的应用价值<sup>[12]</sup>. 于是, 各种光场和原子相互作用系统的动力学行为成了量子光学的一个重要研究方向. 同时, 人们有目的地研究通过光场与原子的相互作用来制备所需要的、具有一定性质的光场<sup>[13]</sup>.

文献[14-18]对单个及多个二能级原子和单个三能级原子与各种光场相互作用过程中光场的量子性质做了比较系统的研究. 但是, 对耦合的三能级原子与光场相互作用系统的研究较少, 特别是耦合的 V 型三能级原子与相干态光场相互作用过程中光场量子性质的研究还没有见到相关的报道. 本文对耦合的全同 V 型三能级原子与相干态光场相互作用系统的动力学过程进行了求解, 并就场的量子性质随时间的演化特性进行了数值计算并作了分析.

## 1 模型与求解

### 1.1 系统的哈密顿量

两个全同的 V 型三能级原子, 其单个原子的能级构型如图 1.

能级  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  和  $|3\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  之间的跃迁是允许的, 能级  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  之间的跃迁是禁戒的. 在相互作用绘景中, 耦合的两个全同 V 型三能级原子与单模光

基金项目: 国家自然科学基金(NO. 60878020)、甘肃省教育厅基金(NO. 1008-08)和天水师范学院青蓝工程项目资助

第一作者: 李可(1971-), 男, 讲师, 硕士, 主要研究方向为量子光学. Email: ligasaen@163.com

收稿日期: 2010-11-15; 修回日期: 2011-01-05

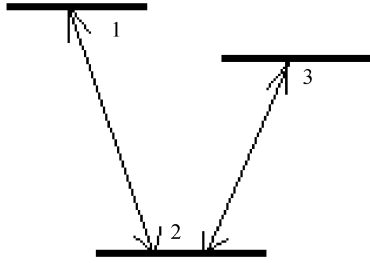


图 1 V 型三能级原子能级结构

Fig. 1 The level structure of a V-type three-level atom

场单光子相互作用的哈密顿量为(取  $\hbar=1$ )

$$H_1 = a[g_1(S_{12}^{(A)} + S_{12}^{(B)})\exp(-i\Delta_1 t) + g_3(S_{32}^{(A)} + S_{32}^{(B)})\exp(-i\Delta_3 t)] + \Omega[S_{12}^{(A)}S_{12}^{+(B)} + S_{32}^{(A)}S_{32}^{+(B)} + S_{12}^{(A)}S_{32}^{+(B)}\exp(i\Delta_{31} t) + S_{32}^{(A)}S_{12}^{+(B)}\exp(-i\Delta_{31} t)] + H.C. + \chi a^{+2} a^2 \quad (1)$$

式中  $\Delta_1 = \omega - (\omega_1 - \omega_2)$ ,  $\Delta_3 = \omega - (\omega_3 - \omega_2)$ ,  $\Delta_{31} = \omega_1 - \omega_3 = \Delta_3 - \Delta_1$ .  $\omega$  为光场的频率,  $\omega_1, \omega_2$  和  $\omega_3$  分别为原子  $|1\rangle, |2\rangle$  和  $|3\rangle$  能级的能量频率; “H.C.” 为共轭项;  $g_1$  与  $g_3$  分别是光场和能级  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle, |3\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  之间跃迁的耦合系数;  $\Omega$  为原子偶极矩之间的耦合系数;  $S_{ij}^{(k)}$  为表示第  $k$  个原子从能级  $j$  到能级  $i$  的跃迁算符;  $\Delta_1$  和  $\Delta_3$  分别是  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  和  $|3\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  之间跃迁的失谐量;  $\chi$  为 Kerr 介质的三阶非线性系数;  $a$  和  $a^+$  分别是光子的湮灭和产生算符.

## 1.2 态函数的微分方程及其解

设系统的初态为两个全同 V 型三能级原子都处于基态与激发态的相干叠加

$$|\psi_a(0)\rangle = \cos\theta|2,2\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta \cdot \exp(i\varphi)(|1,1\rangle + |3,3\rangle) \quad (2)$$

式中  $\varphi$  为叠加相位.  $\cos\theta, \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta$  为原子系统初始时刻处于两较低能态与激发态的概率幅.

设系统初始时刻的光场为相干态光场

$$|\psi_f(0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-|\alpha|^2/2) \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (3)$$

( $\alpha = |\alpha| \exp(i\phi)$ )

式中  $|\alpha|^2 = \bar{n}$  为平均光子数,  $\phi$  为  $\alpha$  的相位角. 则系统初始时刻的态函数可表示为

$$|\psi(0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} F_n [\cos\theta|n,2,2\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta \cdot \exp(i\varphi)(|n,1,1\rangle + |n,3,3\rangle)] \quad (4)$$

设在时刻  $t$ , 态函数为

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} [C_1^n |n,1,1\rangle + C_2^n |n,1,2\rangle + C_3^n |n,1,3\rangle + C_4^n |n,2,1\rangle + C_5^n |n,2,2\rangle + C_6^n |n,2,3\rangle + C_7^n |n,3,1\rangle + C_8^n |n,3,2\rangle + C_9^n |n,3,3\rangle] \quad (5)$$

式(5)中  $C_i^n$  都是时间  $t$  的函数. 考虑一种比较简单

的情况:  $\Delta_1 = \Delta_3 = \Delta$ , 即  $|1\rangle, |3\rangle$  能级兼并, 则  $\Delta_{31} = 0$ , 并设  $g_1 = g_3 = g$ . 在这种情况下, 依据相互作用绘景中的薛定谔方程, 得态函数的系数满足的微分方程组为

$$i dC_1^n / dt = g \sqrt{n+1} \exp(-i\Delta t) [C_2^{n+1} + C_4^{n+1}] + n(n-1)\chi C_1^n \quad (6a)$$

$$i dC_2^n / dt = g \sqrt{n} \exp(i\Delta t) [C_1^{n-1} + C_3^{n-1}] + g \sqrt{n+1} \exp(-i\Delta t) C_5^{n+1} + \Omega [C_4^n + C_6^n] + n(n-1)\chi C_2^n \quad (6b)$$

$$i dC_3^n / dt = g \sqrt{n+1} \exp(-i\Delta t) [C_2^{n+1} + C_6^{n+1}] + n(n-1)\chi C_3^n \quad (6c)$$

$$i dC_4^n / dt = g \sqrt{n} \exp(i\Delta t) [C_1^{n-1} + C_7^{n-1}] + g \sqrt{n+1} \exp(-i\Delta t) C_5^{n+1} + \Omega [C_2^n + C_8^n] + n(n-1)\chi C_4^n \quad (6d)$$

$$i dC_5^n / dt = g \sqrt{n} \exp(i\Delta t) [C_2^{n-1} + C_4^{n-1} + C_6^{n-1} + C_8^{n-1}] + n(n-1)\chi C_5^n \quad (6e)$$

$$i dC_6^n / dt = g \sqrt{n} \exp(i\Delta t) [C_3^{n-1} + C_9^{n-1}] + g \sqrt{n+1} \exp(-i\Delta t) C_5^{n+1} + \Omega [C_2^n + C_8^n] + n(n-1)\chi C_6^n \quad (6f)$$

$$i dC_7^n / dt = g \sqrt{n+1} \exp(-i\Delta t) [C_4^{n+1} + C_8^{n+1}] + n(n-1)\chi C_7^n \quad (6g)$$

$$i dC_8^n / dt = g \sqrt{n} \exp(i\Delta t) [C_7^{n-1} + C_9^{n-1}] + g \sqrt{n+1} \exp(-i\Delta t) C_5^{n+1} + \Omega [C_4^n + C_6^n] + n(n-1)\chi C_8^n \quad (6h)$$

$$i dC_9^n / dt = g \sqrt{n+1} \exp(-i\Delta t) [C_6^{n+1} + C_8^{n+1}] + n(n-1)\chi C_9^n \quad (6i)$$

方程组的初始条件为

$$C_1^n(0) = C_9^n(0) = F_n \sin\theta \exp(i\varphi) / \sqrt{2}; C_3^n(0) = C_7^n(0) = 0; C_2^n(0) = C_4^n(0) = 0; C_5^n(0) = C_8^n(0) = 0; C_5^n(0) = F_n \cos\theta \quad (7)$$

解方程得微分方程组的解为

$$C_1^n = C_9^n = (d^n + h^n) / 2 \quad (8)$$

$$C_3^n = C_7^n = (d^n - h^n) / 2 \quad (9)$$

$$d^n = \frac{\exp(-2i\Delta t)}{4D_3 D_4} \{ [(D_2 - \Delta + \gamma_1)(D_1 + \gamma_1) - 4D_4^2] m_1 \exp(i\gamma_1 t) + [(D_2 - \Delta + \gamma_2)(D_1 + \gamma_2) - 4D_4^2] m_2 \exp(i\gamma_2 t) + [(D_2 - \Delta + \gamma_3)(D_1 + \gamma_3) - 4D_4^2] m_3 \exp(i\gamma_3 t) \} \quad (10)$$

$$h^n = (F_n \cos\theta / \sqrt{2}) \exp(-iD_5 \chi t) \quad (11)$$

$$C_2^n = C_4^n = C_6^n = C_8^n = \alpha_1 \exp(i\beta_1 t) + \alpha_2 \exp(i\beta_2 t) \quad (12a)$$

$$C_2^{n+1} = C_4^{n+1} = C_6^{n+1} = C_8^{n+1} = -\frac{\exp(-i\Delta t)}{4D_4} [(\gamma_1 + D_1) m_1 \exp(i\gamma_1 t) + (\gamma_2 + D_1) m_2 \exp(i\gamma_2 t) +$$

$$(\gamma_3 + D_1)m_3 \exp(i\gamma_3 t)] \quad (12b)$$

$$C_3^0 = F_0 \cos \theta \quad (13a)$$

$$C_3^1 = -\frac{1}{g} \exp(i\Delta t) [(\beta_1 + 2\Omega)\alpha_1 \exp(i\beta_1 t) + (\beta_2 + 2\Omega)\alpha_2 \exp(i\beta_2 t)] \quad (13b)$$

$$C_3^{n+2} = m_1 \exp(i\gamma_1 t) + m_2 \exp(i\gamma_2 t) + m_3 \exp(i\gamma_3 t) \quad (13c)$$

式中  $D_1 = (n+1)(n+2)\chi$ ;  $D_2 = 2\Omega + n(n+1)\chi$ ;  
 $D_3 = g\sqrt{n+1}$ ;  $D_4 = g\sqrt{n+2}$ ;  $D_5 = n(n-1)\chi$ .

$\beta_1, \beta_2$  是式(14)的两个根

$$\beta^2 + (\Delta + 2\Omega)\beta + 2(\Delta\Omega - 2g^2) = 0 \quad (14)$$

$\alpha_1, \alpha_2$  是式(15)的两个根

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 0 \quad (15a)$$

$$\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2 = -gF_1 \cos \theta \quad (15b)$$

$\gamma_1, \gamma_2$  和  $\gamma_3$  是式(16)的三个根

$$\gamma^3 + (D_1 + D_2 + D_5 - 3\Delta)\gamma^2 - [4(D_3^2 + D_4^2) - D_1D_5 - D_1D_2 - D_2D_5 + \Delta(D_1 + D_5) + 2\Delta(D_1 + D_2 - \Delta)]\gamma - [4D_3D_4^2 + 4D_1D_3^2 - D_1D_2D_5 + \Delta(D_1D_5 - 2\Delta D_1 + 2D_1D_2 - 8D_4^2)] = 0 \quad (16)$$

$m_1, m_2$  和  $m_3$  是式(17)的三个根

$$m_1 + m_2 + m_3 = F_{n+2} \cos \theta \quad (17a)$$

$$m_1\gamma_1 + m_2\gamma_2 + m_3\gamma_3 = -D_1F_{n+2} \cos \theta \quad (17b)$$

$$m_1\gamma_1^2 + m_2\gamma_2^2 + m_3\gamma_3^2 = 2\sqrt{2}D_3D_4F_n \sin \theta \cdot \exp(i\varphi) + (4D_4^2 + D_1^2)F_{n+2} \cos \theta \quad (17c)$$

## 2 场的量子性质

本文只讨论光场的二阶相关函数和振幅的二阶压缩. 要得到描述光场量子性质参量的解析表达式较困难, 下面用数值计算的方法来分析光场的量子性质, 数值计算中取  $g=1, \phi=0, \varphi=0$ .

### 2.1 光场的二阶相关函数

2.1.1 定义光场的二阶相关函数为

$$g^{(2)}(t) = \langle a^{+2} a^2 \rangle / \langle a^+ a \rangle^2 \quad (18)$$

依据式(5)和式(18), 得

$$g^{(2)}(t) = \frac{[\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=1}^9 n(n-1)C_i^n C_i^n]}{[\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=1}^9 nC_i^n C_i^n]^2} \quad (19)$$

当  $g^{(2)}(t) < 1$  时, 光场呈亚泊松分布具有非经典的反聚束效应;  $g^{(2)}(t) = 1$  时, 光场呈泊松分布介于经典与非经典的临界状态;  $g^{(2)}(t) > 1$  时, 光场呈超泊松分布具有经典的聚束效应.

### 2.1.2 数值计算和分析

从图 2(a)~(c) 看出, 场的平均光子数和初始时刻原子激发态的概率幅对光子数分布的统计性质有很明显的影响. 当初始时刻原子激发态的概率幅

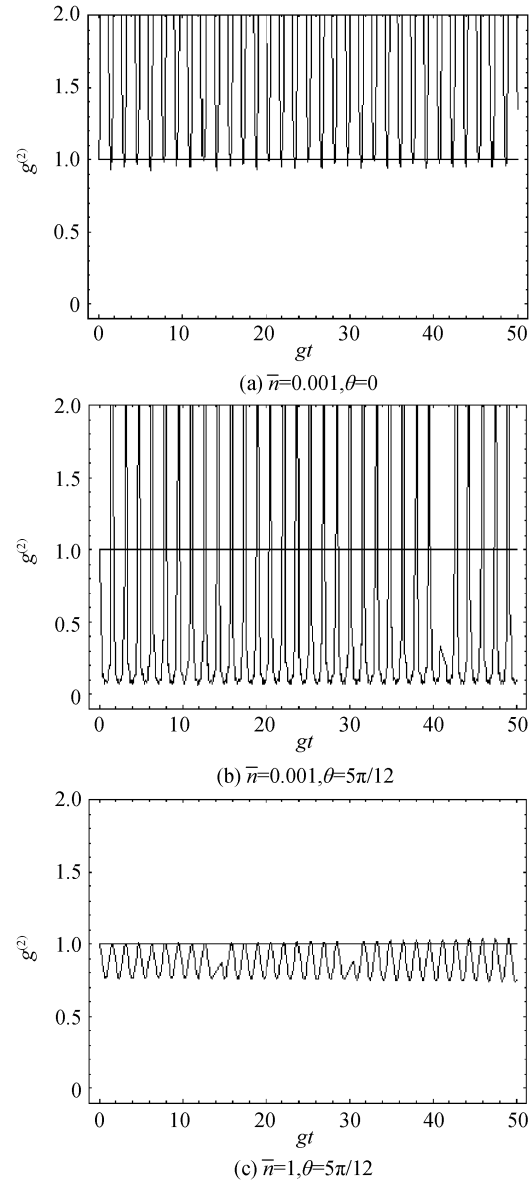


图 2  $g^{(2)}$  在  $\Delta=0, \Omega=0.1, \chi=10$  和不同  $\bar{n}, \theta$  值情况下的时间演化曲线

Fig. 2 Time evolutions of  $g^{(2)}$  with  $\Delta=0, \Omega=0.1, \chi=10$  and different  $\bar{n}$  and  $\theta$

比较大和场的平均光子数比较小时, 光场反聚束的非经典效应很强(图 2(b)). 在这种情况下, 场的光子数分布规律在亚泊松分布和超泊松分布之间振荡. 当初始时刻原子激发态的概率幅和场的平均光子数都比较大时, 光场二阶相关函数的振荡幅度减小得很快, 场的光子数分布向相干态光场的非经典和经典的临界状态靠近, 并且光场几乎完全处于亚泊松分布的非经典状态(图 2(c)). 这是因为, 光场与耦合 V 型三能级原子的单光子相互作用过程中, 由于原子在不同能级之间的跃迁, 最多能产生和吸收两个光子. 随着相干态光场的变强, 在泊松分布的基础上, 光子数态上增加或者减少两个光子对光子数分布产生的影响变小. 所以, 初始时刻场的平均光

子数增大时,场的光子数统计规律向泊松分布靠拢,光场接近于经典光场,光场统计规律的量子效应减弱.当初始时刻原子处于激发态的概率幅比较小时,光场没有反聚束效应,光子数分布在泊松分布和超泊松分布之间振荡,光场几乎处于完全的经典状态(图 2(a)).当初始时刻原子激发态的概率幅增大时,光场的反聚束效应变得明显.但这只能是在光场的平均光子数比较小时.由此可以得出结论:相干态光场和耦合 V 型三能级原子相互作用的系统中,在初始时刻相干态平均光子数比较小的情况下,原子受激跃迁产生的两个以内的光子数概率从小变大时,场的非经典性加强和光子的反聚束效应变得明显.

失谐量变化对光场反聚束效应的影响不大,只是改变光场二阶相关函数的振荡频率(图 3(a)~(b)).原子间耦合强度增大,光场的反聚束效应减弱,光场的聚束效应增强,使光场的统计性质向经典转化(图 4(a)~(b)).Kerr 系数增大与原子间耦合强度增大对光场光子数统计规律的影响作用相反,能使场的光子数统计规律向非经典光场转化,使亚泊松分布的光子数统计规律呈现反聚束效应的时间增大(图 5(a)~(b)).原子间耦合强度增大和 Kerr 系数的增大都会使光场与原子的作用减弱,但是对

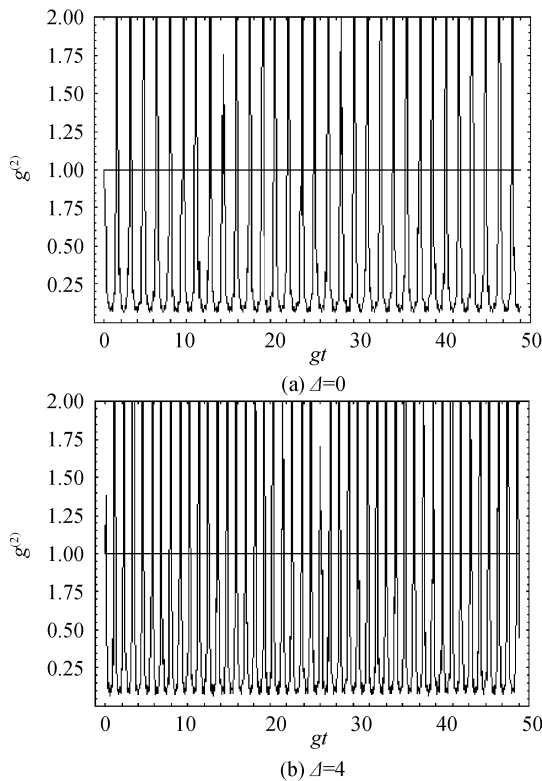


图 3  $g^{(2)}$  在  $\bar{n}=0.01; \theta=5\pi/12; \Omega=0.1; \chi=10$  和不同  $\Delta$  值情况下的时间演化曲线

Fig. 3 Time evolutions of  $g^{(2)}$  with  $\bar{n}=0.01, \theta=5\pi/12, \Omega=0.1, \chi=10$  and different  $\Delta$

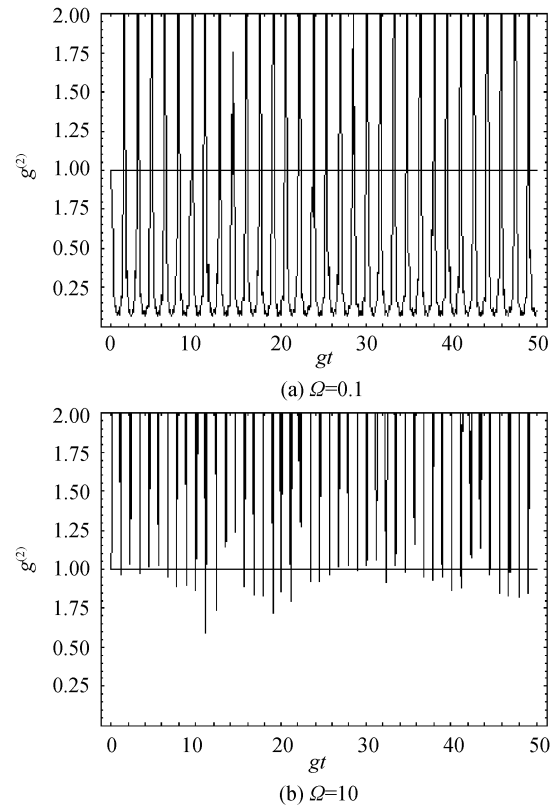


图 4  $g^{(2)}$  在  $\bar{n}=0.01; \theta=5\pi/12; \Delta=0; \chi=10$  和不同  $\Omega$  值情况下的时间演化曲线

Fig. 4 Time evolutions of  $g^{(2)}$  with  $\bar{n}=0.01, \theta=5\pi/12, \Delta=0, \chi=10$  and different  $\Omega$

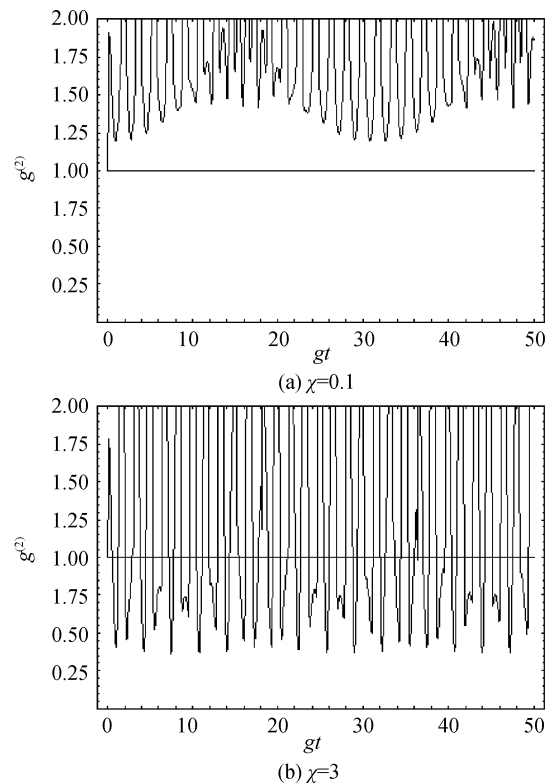


图 5  $g^{(2)}$  在  $\bar{n}=0.01; \theta=5\pi/12; \Delta=0; \Omega=0.1$  和不同  $\chi$  值情况下的时间演化曲线

Fig. 5 Time evolutions of  $g^{(2)}$  with  $\bar{n}=0.01, \theta=5\pi/12, \Delta=0, \Omega=0.1$  different  $\chi$

光场性质的影响是不一样的. 原子间偶极作用增强, 会使原子之间的合作效应增强, 使原子跃迁之间的虚光子过程增强, 当然对光场本身统计规律的影响就小. 而 Kerr 系数的增大, 使光场与原子之间的相互作用减弱, 却使光场与 Kerr 介质之间的作用增强. 由此可见, 相干态在光子数平均值比较小时, 连续的双光子变化过程能够使光场光子数分布向亚泊松分布转化, 也就是使光场非经典的反聚束效应增强.

## 2.2 光场的压缩性质

### 2.2.1 定义光场振幅的两个正交分量为

$$a_1 = (a + a^+) / 2 \quad (20a)$$

$$a_2 = (a - a^+) / (2i) \quad (20b)$$

同时定义描述光场压缩的两个参量  $S_j$  ( $j=1, 2$ )

$$S_j = \langle (\Delta a_j)^2 \rangle - 1/4 \quad (21)$$

如果  $S_j < 0$ , 则表示光场得到压缩. 依据式(5)和式(21), 得

$$S_1 = \langle (\Delta X_1)^2 \rangle - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \{ \sqrt{(n+1)(n+2)} \cdot \text{Re} \left[ \sum_i^9 C_i^n C_i^{n+2*} \right] + n \sum_i^9 C_i^{n*} C_i^n \} - \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{n+1} \cdot \text{Re} \left[ \sum_i^9 C_i^{n+1*} C_i^n \right] \right\}^2 \quad (22a)$$

$$S_2 = \langle (\Delta X_2)^2 \rangle - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \{ -\sqrt{(n+1)(n+2)} \cdot \text{Re} \left[ \sum_i^9 C_i^{n+1*} C_i^n \right] \}^2$$

$$\text{Re} \left[ \sum_i^9 C_i^n C_i^{n+2*} \right] + n \sum_i^9 C_i^{n*} C_i^n \} - \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{n+1} \cdot \text{Im} \left[ \sum_i^9 C_i^{n+1*} C_i^n \right] \right\}^2 \quad (22b)$$

由于光场振幅的两个分量正交, 可以彼此转化, 所以下面只讨论  $S_1$ .

### 2.2.2 数值计算和分析

从图 6(a)~(d)和图 7(a)~(d)可以看出, 光场的压缩性质对系统初始时刻状态的依赖性很大. 图 7(a)~(d)对初始时刻原子处于激发态概率幅对光场压缩性质的影响作了更加详细的图解说明. 系统初始时刻光场的平均光子数和原子处于激发态的概率幅都比较小时, 光场能够被压缩. 随着这两者逐渐增大, 光场压缩参量的振幅慢慢增大. 但是, 压缩深度随两者的变化情况是不一样的(图 6(a)~(d)). 系统初始时刻平均光子数从小变大时, 光场压缩的时间逐渐减少, 直至平均光子数增大到一定程度, 光场除了在最初短时间的压缩之外, 以后都不能被压缩(图 6(d)). 图 6(b)和图 6(d)的比较显示出光场压缩参量随光子数平均值的增大而单调的变化. 而光场压缩深度随初始时刻原子处于激发态概率幅增大的变化情况是: 初始时刻原子处于激发态概率幅从小增大的过程中, 光场压缩的深度会增大, 但压缩时间基本不变(图 7(a)~(b)). 最大压缩约发生在

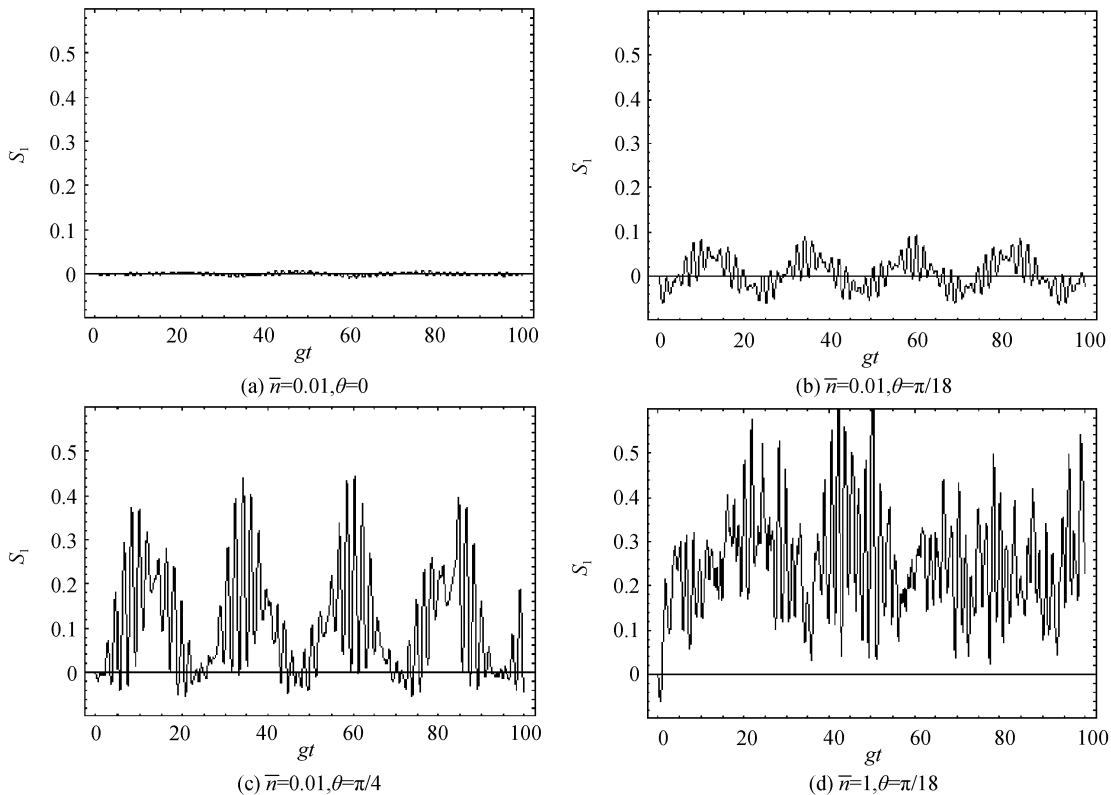


图 6  $S_1$  在  $\Delta=0, \Omega=0.1, \chi=0.4$  和不同  $\bar{n}, \theta$  情况下的时间演化曲线

Fig. 6 Time evolutions of  $S_1$  with  $\Delta=0, \Omega=0.1, \chi=0.4$  and different  $\bar{n}, \theta$

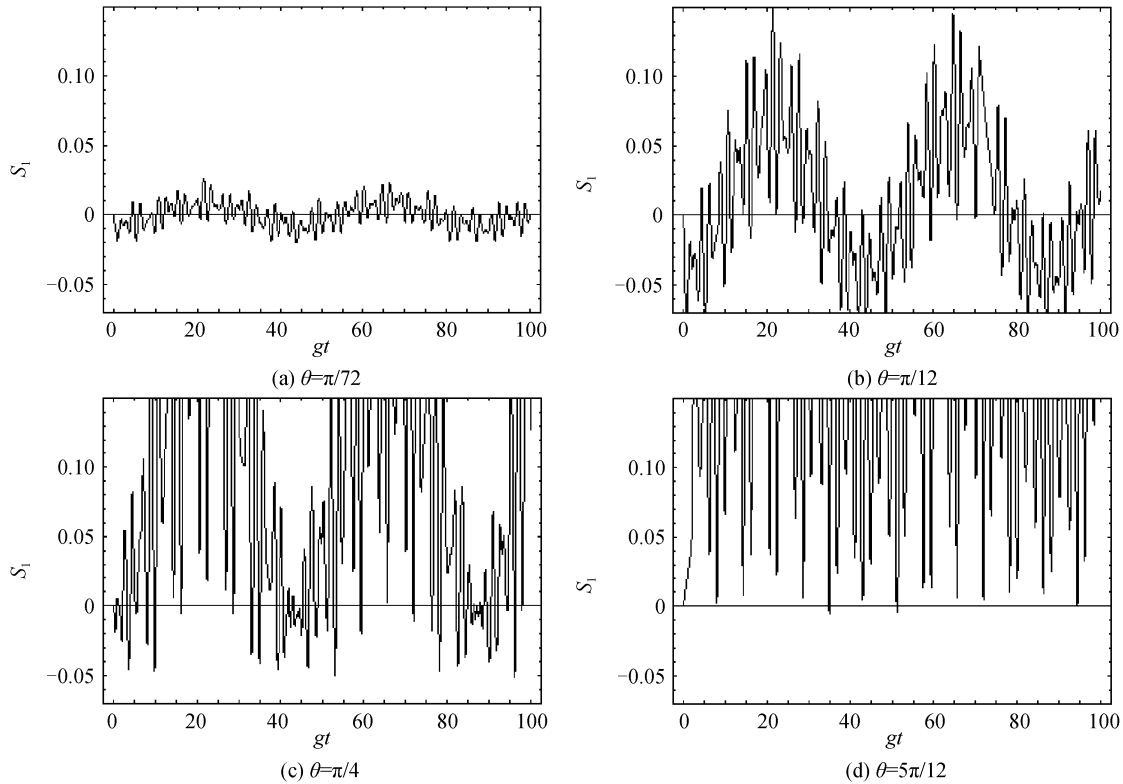


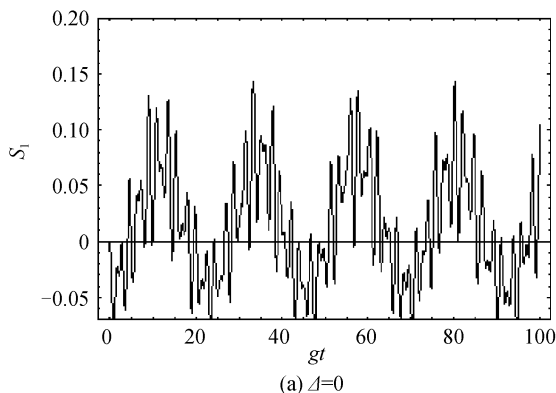
图 7  $S_1$  在  $\bar{n}=0.01, \Delta=0.1, \Omega=0.4, \chi=0.4$  和不同  $\theta$  值情况下的时间演化曲线

Fig. 7 Time evolutions of  $S_1$  with  $\bar{n}=0.01, \Delta=0.1, \Omega=0.4, \chi=0.4$  and different  $\theta$

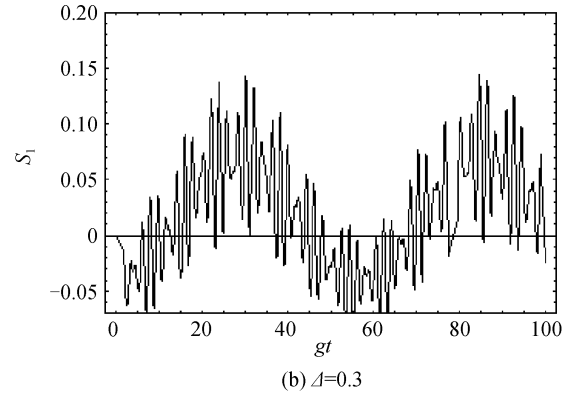
$\theta=\pi/12$  的情形(图 7(b)). 随着原子初始时刻激发态概率幅的继续增大, 光场的最大压缩深度逐渐上移, 且压缩时间逐渐减少(图 7(c)), 直至光场不能被压缩(图 7(d)). 这说明光场压缩深度的变化与初始时刻原子处于激发态概率幅的变化呈现非线性的关系.

值得注意的是: 不论初始时刻平均光子数是大小, 只要初始时刻原子处于激发态的概率幅比较小, 在原子和光场作用的最初时刻, 光场都会有极短时间的压缩(图 6(d)). 但是, 当初始时刻原子处于激发态的概率幅比较大时, 不论初始时刻的光子数平均值是大小, 这种现象都不会出现(图 7(d)).

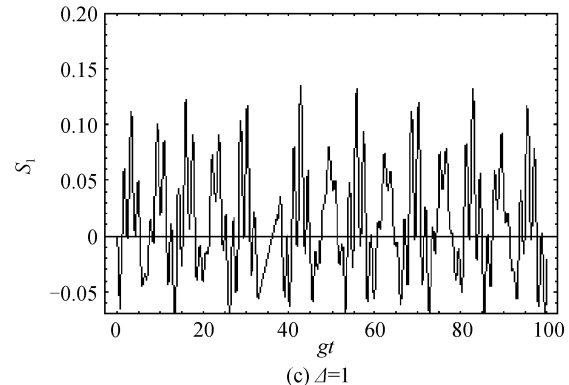
失谐量的变化对光场的压缩时间和最大压缩深度影响不大. 在失谐量增大时, 光场压缩参量的振荡周期变大(图 8(a)~(b)), 增大到以一定程度后, 使光场压缩参量振荡的低次谐波消失(图 8(c)).



(a)  $\Delta=0$



(b)  $\Delta=0.3$



(c)  $\Delta=1$

图 8  $S_1$  在  $\bar{n}=0.01, \theta=\pi/12, \Omega=0.4, \chi=0.4$  和不同  $\Delta$  值情况下的时间演化曲线

Fig. 8 Time evolutions of  $S_1$  with  $\bar{n}=0.01, \theta=\pi/12, \Omega=0.4, \chi=0.4$  and different  $\Delta$

原子间耦合强度的增大, 使光场压缩参量振荡过程中的噪音成分减少, 压缩参量的振荡曲线变得

光滑(图 9(b)). 在增大到一定程度后,会使压缩参量的振荡幅度减小,同时使压缩深度变浅. 但对压缩的时间几乎没有影响(图 9(a),9(c)). 从图 10(a)~(c)可以看出,Kerr 系数的增大,会使光场压缩参量的振荡幅度减小. 在 Kerr 系数的值增大比较小时,光场压缩参量的振荡出现明显的周期性调制(图 10(b)). 在 Kerr 系数增大到一定程度后,这种周期性调制消失,使光场压缩参量单次振荡的周期变短(图 10(c)). 但是,Kerr 系数的增大并不改变光场压缩的时间,却使压缩深度变浅.

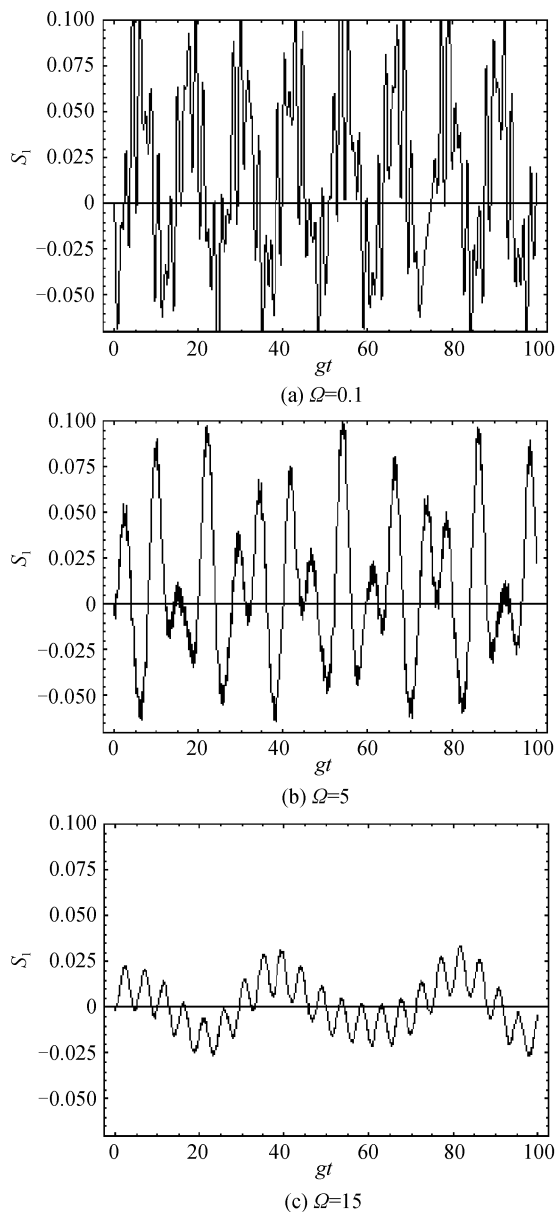


图 9  $S_1$  在  $\bar{n}=0.01, \theta=\pi/12, \Delta=0, \chi=0.8$  和不同  $\Omega$  值情况下的时间演化曲线

Fig. 9 Time evolutions of  $S_1$  with  $\bar{n}=0.01, \theta=\pi/12, \Delta=0, \chi=0.8$  and different  $\Omega$

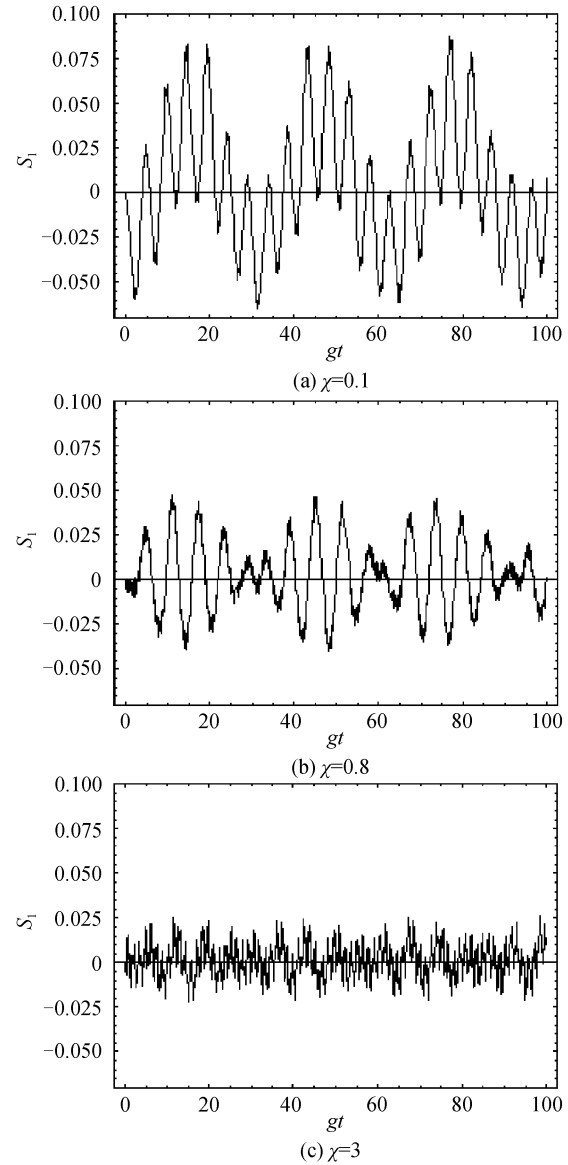


图 10  $S_1$  在  $\bar{n}=0.01, \theta=\pi/18, \Omega=5$  和不同  $\chi$  值情况下的时间演化曲线

Fig. 10 Time evolutions of  $S_1$  with  $\bar{n}=0.01, \theta=\pi/18, \Delta=0.3, \Omega=5$  and different  $\chi$

### 3 结论

利用全量子理论研究了相干态光场与耦合全同 V 型三能级原子相互作用系统中场的量子性质. 数值计算结果表明:系统初态对场的量子性质起着关键作用. 系统初始时刻的平均光子数越小,光场越易呈现出反聚束效应和被压缩. 而初始时刻原子激发态概率幅的增大对光场的反聚束效应和光场压缩的影响是不一样的. 初始时刻原子激发态概率幅越大,在系统的动力学演化过程中,光场的反聚束效应越明显,两者成简单的单调变化关系. 初始时刻原子激发态概率幅比较小时的增大对光场的压缩是有利

的,可是增大一定程度后,就使光场的压缩深度变浅,压缩时间减少,甚至光场不能被压缩.失谐量对光场的反聚束效应和光场压缩时间的影响不大,只是改变他们的振荡频率.原子间耦合强度和 Kerr 系数的增大对光场反聚束效应的影响是不一样的,前者的增大能使光场从非经典光场向经典光场演化,而后者却能使光场从经典光场向非经典光场演化.但是原子间耦合强度和 Kerr 系数对光场压缩的影响基本是一样的,都能使光场压缩参量的振幅减小,同时使光场的压缩深度变浅.

#### 参考文献

- [1] JAYNES E T, CUMMINGS F W. Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to beam maser[J]. *Proc IEEE*, 1963, **51**(1): 89-109.
- [2] TAVIS M, CUMMINGS F W. Exact solution for an N-Molecule-Radiation-Field Hamiltonian[J]. *Physical Review*, 1968, **170**(2): 379-384.
- [3] AGARWAL G S, PURI R R. Collapse and revival phenomenon in the evolution of a resonant field in a Kerr-like medium[J]. *Physical Review A*, 1989, **39**(6): 2969-2997.
- [4] JOSHI A, PURI R R, LAWANDE S V. Effect of dipole interaction and phase-interrupting collisions on the collapse and revival phenomenon in the Jaynes-Cummings model [J]. *Physical Review A*, 1991, **44**(3): 2135-2140.
- [5] LI X S, BEI N Y. A generalized three-level Jaynes-Cummings model[J]. *Physics Letters A*, 1984, **101**(3): 169-174.
- [6] GÓRA P, JEDRZEJEK C. Nonlinear Jaynes-Cummings model [J]. *Physical Review A*, 1992, **45**(9): 6816-6828.
- [7] SKORNIA C, ZANTHIER J V, AGARWAL G S, *et al.* Monitoring the dipole-dipole interaction via quantum jumps of individual atoms [J]. *Physical Review A*, 2001, **64**(5): 05380321-05380324.
- [8] DONG Chuan-hua. Dynamic behavior of a system of coupling three-level atoms interaction with light field[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(2): 142-149.  
董传华. 耦合三能级原子与光场相互作用中系统的动力学行为[J]. *光学学报*, 2003, **23**(2): 142-149.
- [9] FICEK Z, TANA R, KIELICH S. Photon anti-bunching and squeezing in fluorescence of two interacting atoms [J]. *Physical Review A*, 1984, **34**(4): 2004-2011.
- [10] NAROZHNY N B, SANCHEZ-MONDRAGON J J, EBERLY J H. Coherence versus incoherence: Collapse and revival in a simple quantum model[J]. *Physical Review A*, 1981, **23**: 236-247.
- [11] XIE Rui-hua. Study of dynamical symmetry between the field and atomic dipole squeezing in a two-level system[J]. *Acta Physica Sinica*, 1996, **51**(9): 1463-1478.  
谢瑞华. 二能级系统中光场压缩与原子偶极压缩间的对称特性[J]. *物理学报*, 1996, **51**(9): 1463-1478.
- [12] IMOTO N, HAUS H A, YAMAMOTO Y. Quantum nondemolition measurement of the photon number via the optical Kerr effect[J]. *Physical Review A*, 1985, **32**(4): 2287-2292.
- [13] LINGAN W, KIMBLE H J, HALL J L, *et al.* Generation of squeezed states by parametric down conversion[J]. *Physical Review Letters*, 1986, **57**(20): 2520-2523.
- [14] LIU Hui-en, FANG Mao-fa, JIA Zhao-ping. Antibunching of the Field of the Multiphoton J-C Model in a Kerr-Like Medium[J]. *Acta Optica Sinica*, 1994, **14**(7): 142-149.  
刘惠恩, 方卯发, 贾兆平. 类克尔媒质中多光子 J-C 模型场的反聚束效应[J]. *光学学报*, 1994, **14**(7): 142-149.
- [15] WANG Xiao-guang, YU Rong-jin, YU Hua. Anti-bunching effect in the time-dependent Jaynes-Cummings model[J]. *Acta Photonica Sinica*, 1998, **27**(4): 304-308.  
王晓光, 于荣金, 于桦. 依赖于时间的 Jaynes-Cummings 模型中的反聚束效应[J]. *光子学报*, 1998, **27**(4): 304-308.
- [16] HUANG Chun-jia, WEN Li. Influences of Kerr medium on the quantum properties of field of the system of two-mode squeezed vacuum field interacting with four-level atom[J]. *Acta Physica Sinica*, 2002, **51**(9): 1978-1983.  
黄春佳, 文立. Kerr 介质对双模压缩真空场与四能级原子相互作用系统中光场量子特性的影响[J]. *物理学报*, 2002, **51**(9): 1978-1983.
- [17] LIU Su-mei. The Interaction of two coupling-atoms between a single-mode squeezed coherent state light field[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(1): 113-117.  
刘素梅. 耦合双原子与单模压缩相干态光场的相互作用[J]. *光子学报*, 2004, **33**(1): 113-117.
- [18] CHEN Zi-hong, LIAO Chang-geng, LUO Cheng-li. Nonclassical properties in the resonant interaction of a three-level  $\Lambda$ -type atom with pair coherent state[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(9): 6152-6158.  
陈子翊, 廖长庚, 罗成立.  $\Lambda$  型三能级原子与对相干态光场共振作用中的非经典性质[J]. *物理学报*, 2010, **59**(9): 6152-6158.



## Quantum Properties of the Field in the System of Coupled V-type Three-level Atoms Interacting with Coherent Field in Kerr Medium

LI Ke, LING Wei-jun

(*Physics Department of Tianshui Normal university, Tianshui, Gansu 741001, China*)

**Abstract:** The quantum properties of the light field in the system of two coupled V-type atoms interacting with coherent field in Kerr medium were studied. The solution describing the dynamics process of the system was gained by means of the coupled Tavis-Cummings model in quantum optics. Influences of the initial state, the detuning of the field, the coupling strength of dipole-dipole interaction between atoms and Kerr coefficient on the second-order correlation function and the squeezing parameter of the field were discussed. Numerical calculation results show: when the average photon number of the field in the initial state is smaller, the field exhibits apparent quantum effect; when the probability amplitude of the excited states of the atoms in the initial state changing from small to large, the anti-bunching effect of the field becomes more obvious, but the squeezing depth increase at first and then decrease; the detuning changing create small influence on the quantum properties of the field, its changing only change the oscillating period of the second-correlation function and the squeezing parameter of the field; the increasing of the coupling strength between the atoms weaken the anti-bunching effect of the field and make the squeezing depth become shallow; the increasing of Kerr coefficient enhances the anti-bunching effect of the field, but makes the squeezing depth become shallow.

**Key words:** Quantum optics; Coupled V-type three-level atoms; Second-order correlation function; Radiation squeezing; Coherent field; Kerr medium