

文章编号:1004-4213(2011)04-0521-5

# GaAs 半导体激光器线宽展宽因子的理论计算

张帆<sup>1</sup>, 李林<sup>1</sup>, 王勇<sup>1</sup>, 邹永刚<sup>1</sup>, 李占国<sup>1</sup>, 马晓辉<sup>1</sup>, 隋庆学<sup>2</sup>, 刘国军<sup>1</sup>

(1 长春理工大学 高功率半导体激光国家重点实验室,长春 130022)

(2 总装备部装甲兵驻长春地区军事代表室,长春 130103)

**摘要:**本文利用简单模型综合考虑了带间跃迁、自由载流子吸收和带隙收缩对半导体激光器线宽展宽因子的影响,给出了半导体激光器线宽展宽因子的一种较为简便的计算方法。首先从理论上推导出线宽展宽因子的计算公式,分析并计算了 GaAs 半导体激光器的增益特性,并使用 MATLAB 软件中的 Mupad 工具包求解费米积分的数值解。然后根据得到的增益拟合曲线峰值的变化计算了带间跃迁对线宽展宽因子的影响。最后,分别讨论和计算了自由载流子吸收和带隙收缩对线宽展宽因子的影响。结果表明,带间跃迁和带隙收缩对线宽展宽因子的影响较大( $\alpha$  因子值分别为 22.562, -6.853),而自由载流子吸收对线宽展宽因子的影响较小(只有 -0.605)。

**关键词:**半导体激光器; 线宽展宽因子; 增益; 自由载流子吸收; 带隙收缩

中图分类号:TN241

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20114004.0521

## 0 引言

线宽展宽因子 (Linewidth Enhancement Factor, LEF/LWEF/Henry factor) 是影响激光器谱线宽度的重要因素。它不仅直接影响半导体激光器的谱线宽度,而且会对激光器的模式稳定,电流调制下的啁啾,注入锁定范围、光放大系数以及光反馈效应等均产生影响。20世纪 80 年代, Fleming 和 Mooradian 第一次测量 AlGaAs 激光器线宽时,发现测量结果是 Shawlow - Townes 理论预测值的将近 30 倍,问题一直没能得到解决。Henry 对这种现象作了解释,在半导体激光器中引入了线宽展宽因子,即通常说的  $\alpha$  因子<sup>[1]</sup>。

近年来国外研究者研究了  $\alpha$  因子,主要集中在半导体激光器线宽展宽因子测量方面的研究<sup>[2-5]</sup>。对于理论研究,多数报道介绍的计算方法很繁琐,计算复杂,操作起来很不方便,仅简单描述了计算的大致方法和理论<sup>[6-8]</sup>,进行深入研究的也不多见<sup>[1,9-12]</sup>。文献[11,13]考虑了自由载流子吸收对  $\alpha$  因子的影响,文献[12]考虑了多体效应对  $\alpha$  因子的影响。国内对半导体激光器的线宽展宽因子的研究较少<sup>[14-18]</sup>。

本文利用简单模型综合考虑了带间跃迁、自由载流子吸收和带隙收缩对  $\alpha$  因子的影响。在假设光

学增益和光子能量随载流子浓度线性变化的基础上,对  $\alpha$  因子的计算分为三个方面:1) 在不考虑其他影响因素的情况下,单纯计算带间跃迁产生的  $\alpha$  因子,这一部分也是大多数研究者讨论的  $\alpha$  因子;2) 考虑了自由载流子吸收对  $\alpha$  因子的影响;3) 分析了载流子浓度较大时多体效应产生的带隙收缩现象给  $\alpha$  因子带来的变化。本文综合考虑三方面对  $\alpha$  因子的影响,得到了更准确的  $\alpha$  因子。

## 1 理论分析

Henry 认为激光器的线宽是由光场中位相振动引起的,而振动的变化是由自发发射造成的,同时振动也使激射场的位相和强度不断的变化<sup>[1]</sup>。激光器中载流子浓度的变化引起了折射率实部和虚部的变化,且净增益又与折射率虚部有如式(1)的关系

$$\Delta g = (2\omega/c) \Delta n'' \quad (1)$$

式中  $\Delta g$  为净增益,  $\Delta n''$  为折射率虚部变化量,  $\omega$  为角频率,  $c$  为真空中光速。

对 Henry 的公式进行转换<sup>[1,15]</sup>

$$\alpha = \frac{\Delta n'}{\Delta n''} = \frac{\Delta n'/\Delta N}{\Delta n''/\Delta N} \quad (2)$$

式中  $\Delta n'$  为折射率实部变化量,  $\Delta N$  为载流子浓度的变化量。

基金项目:国家自然科学基金(No. 60976038)资助和高功率半导体激光国家重点实验室基金项目(No. 010602)资助

第一作者:张帆(1987—),男,硕士研究生,主要研究方向为半导体激光物理. Email:zf\_cn@126.com

导师(通讯作者):李林(1972—),男,副教授,博士,主要研究方向为半导体激光器的制备与特性. Email:lilin@cust.edu.cn

收稿日期:2010-11-24;修回日期:2010-12-21

从式(2)可以看出对 $\alpha$ 因子进行求解过程中,不需要研究具体的载流子注入情况,而是通过计算折射率实部和虚部对载流子浓度的微分得到 $\alpha$ 因子的理论值。将 $\alpha$ 因子的计算公式转换为增益和光子能量的函数,根据文献[3]中 $\Delta n'/\Delta I = (n/\lambda) \Delta \lambda/\Delta I$ 推导得

$$\Delta n'/n = \Delta\omega/\omega \quad (3)$$

式中 $\lambda$ 为波长, $I$ 为电流, $n$ 为折射率, $\Delta\omega$ 为角频率变化量。并结合式(1)和(2)整理得到 $\alpha$ 的推导公式

$$\alpha = \frac{2n}{c} \frac{\Delta\omega/\Delta N}{\Delta g/\Delta N} = \frac{2n}{\hbar c} \cdot \frac{d\hbar\omega/dN}{dg/dN} \quad (4)$$

因此,计算 $\alpha$ 因子只需要知道微分增益和光子能量对载流子浓度的微分即可。对不同载流子浓度下的增益曲线分别求取,能够得到增益峰值与载流子浓度的拟合曲线,同时还可以得到增益峰值对应的光子能量与载流子浓度的拟合曲线。两条拟合曲线的斜率分别为微分增益 $dg/dN$ 和光子能量对载流子浓度的微分 $d\hbar\omega/dN$ ,求出两条曲线的斜率,根据式(4)就能得到 $\alpha$ 因子。

### 1.1 带间跃迁对 $\alpha$ 因子的影响

分析可知,要计算带间跃迁的 $\alpha$ 因子,首先应该得到增益峰值与载流子浓度的拟合曲线以及增益峰值对应的光子能量与载流子浓度的拟合曲线,所以本文首先对增益曲线进行计算。

根据增益公式<sup>[15]</sup>

$$g(\hbar\omega) = (n/c)B\rho_r(\hbar\omega)[f_c(E) - f_v(E - \hbar\omega)] \quad (5)$$

式中系数 $B = \pi\hbar q^2(1 + \Delta/3E_g)/6n^2\epsilon_0 m_c^*$ , $\hbar$ 为约化普朗克常量, $q$ 为电子电荷量, $\Delta$ 为自旋-耦合轨道裂距, $E_g$ 为带隙能量, $\epsilon_0$ 为真空中介电常量, $\rho_r(\hbar\omega)$ 为状态密度 $\rho_r(\hbar\omega) = a_r(\hbar\omega - E)^{1/2}$ , $a_r = (2m_r^{*3})^{1/2}/2\pi^2\hbar^3$ , $m_r$ 为振子有效质量 $m_r = (m_c^{*-1} + m_v^{*-1})^{-1}$ , $m_c^*$ 、 $m_v^*$ 为导带和价带有效质量。 $E$ 、 $E - \hbar\omega$ 为产生光子能量为 $\hbar\omega$ 的两跃迁能级。

在给定载流子浓度和光子能量变化范围后,需要计算两跃迁能级的电子占据概率 $f_c(E)$ 和 $f_v(E - \hbar\omega)$ ,这个过程中包括计算费米积分

$$F_{1/2}(\eta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{\xi^{1/2}}{e^{\xi - \eta} + 1} d\xi \quad (6)$$

式(6)的结果虽然可以通过查费米积分表得到,但不够精确且费时费力。另外,一般的数学软件不能对这种形式的积分直接求解,计算复杂。而本文利用MATLAB软件中的Mupad工具包方便求解。在主界面输入“Mupad”调出Mupad界面,点击相应命令菜单或直接输入:

numeric::solve( $F_{c,v} = 1.1284 * \text{int}(\sqrt{x}/(\exp(x - k) + 1), x=0..infinity)$ ). solve 函数括号中的表达式为式(6)数值化后的形式,其中 $x$ 代表 $\xi$ , $k$ 代表 $\eta$ , $F_{c,v}$ 为导带或价带费米积分值,带入 $F_{c,v}$ 值,得到的结果即为 $\eta$ 。

得到两跃迁能级的电子占据概率 $f_c(E)$ 和 $f_v(E - \hbar\omega)$ 后,进一步求出该载流子浓度下的增益曲线,从而得到 $dg/dN$ 和 $d\hbar\omega/dN$ ,计算出带间跃迁对 $\alpha$ 因子的影响。

### 1.2 自由载流子吸收对 $\alpha$ 因子的影响

当光子能量 $\hbar\omega$ 小于带隙能量时,不满足 $E_g < \hbar\omega < \Delta E_F$ ( $\Delta E_F$ 为导带和价带两准费米能级差值),因而不会产生带间跃迁。但在光场中自由载流子吸收了光子能量而发生运动,使光子能量减小。而光子能量的减弱会对有源区折射率产生影响<sup>[11,15]</sup>。

自由载流子吸收对折射率实部引起变化

$$\Delta n' = -\frac{\hbar^2 q^2 N}{2m_c^* \epsilon_0 n(\hbar\omega)^2} \quad (7)$$

折射率虚部的变化是由带间跃迁、自由载流子吸收和带隙收缩共同引起的,而后两者引起的变化量很微小,所以在计算三因素对折射率虚部影响时,近似使用带间跃迁对虚部的影响。根据式(1)转换得

$$\Delta n'' = \frac{c}{2\omega} \Delta g \quad (8)$$

式(7)和(8)分别对载流子浓度进行微分

$$\frac{dn'}{dN} = -\frac{\hbar^2 q^2}{2m_c^* \epsilon_0 n(\hbar\omega)^2} \quad (9)$$

$$\frac{dn''}{dN} = \frac{c \cdot dg/dN}{2\omega} = \frac{c \cdot \hbar \cdot dg/dN}{2\hbar\omega} \quad (10)$$

在自发发射过程中,因为光子能量 $\hbar\omega$ 不是一个确定的值,而是介于带隙能量和导带价带准费米能级差( $E_g < \hbar\omega < \Delta E_F$ )之间的任意值,所以为了计算方便本文对光子能量取近似值: $\hbar\omega \approx E_g$ ,所以由式(2)、(9)、(10)自由载流子吸收对 $\alpha$ 因子的影响为

$$\alpha_2 = -\frac{\hbar q^2}{m_c^* \epsilon_0 n(\hbar\omega) cdg/dN}$$

### 1.3 带隙收缩对 $\alpha$ 因子的影响

载流子浓度较大时,由于多体效应的存在会产生可以移动的大量载流子,从而电势减小,使带宽增加。所以随着载流子浓度的增加,带隙 $E_g$ 减小。其大小近似与载流子密度的立方根成正比<sup>[19]</sup>。具体表示为: $E_q = E_g + \Delta E_g$ , $\Delta E_g = -1.6 \times 10^{-8} (N^{1/3} + P^{1/3})$ ,其中 $E_q$ 为收缩后的带隙, $E_g$ 为材料本身的带隙, $\Delta E_g$ 为带隙收缩量。

则由式(4)可知带隙收缩引起的 $\alpha$ 因子可以表

示为

$$\alpha_3 = \frac{2n}{\hbar c} \frac{d\Delta E_g}{dg/dN}$$

由于本征半导体材料  $N=P$ , 进而有

$$\alpha_3 = \frac{2n}{\hbar c} \cdot \frac{-1.6 \times 10^{-8} \cdot 2 \cdot 1/3 \cdot N^{-2/3}}{dg/dN}$$

## 2 结果和讨论

本文计算了本征 GaAs 在不同载流子浓度下的增益曲线, 如图 1. 计算过程中使用的参量如表 1<sup>[20]</sup> ( $m_0$  为电子的惯性质量).

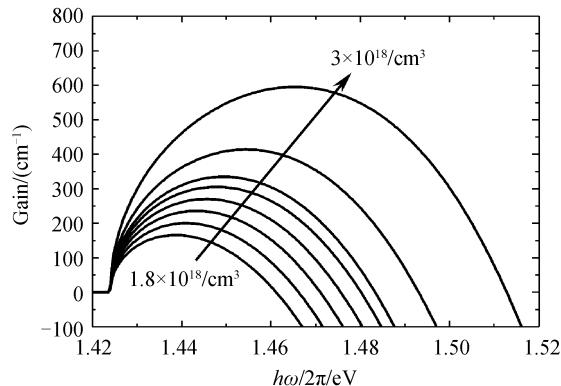


图 1 不同载流子浓度下 GaAs 材料的增益曲线

Fig. 1 The gain spectrum of GaAs material for different carrier concentrations

表 1 室温下(300K)GaAs 材料的各参量值

Table 1 The parameter values of GaAs material at room temperature(300 K)

Parameter	$n$	$E_g$	$\Delta$	$m_e^*$	$m_v^*$
Value	3.6	1.424 eV	0.34 eV	$0.063m_0$	$0.52m_0$

图 1 为 GaAs 材料在载流子浓度为  $1.8 \times 10^{18}/\text{cm}^3$ 、 $1.9 \times 10^{18}/\text{cm}^3$ 、 $2 \times 10^{18}/\text{cm}^3$ 、 $2.1 \times 10^{18}/\text{cm}^3$ 、 $2.2 \times 10^{18}/\text{cm}^3$ 、 $2.3 \times 10^{18}/\text{cm}^3$ 、 $2.5 \times 10^{18}/\text{cm}^3$ 、 $3 \times 10^{18}/\text{cm}^3$  时的增益曲线.

图 2 和图 3 分别是各载流子浓度下增益曲线的

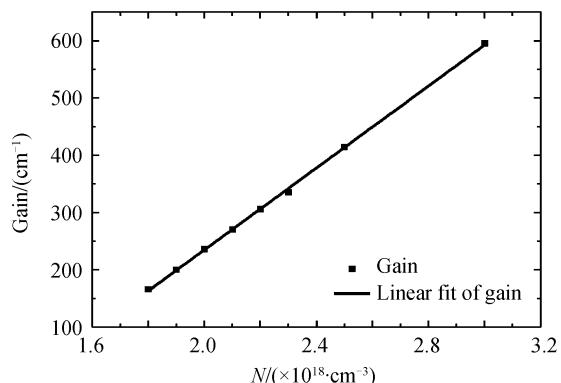


图 2 增益峰值和载流子浓度的关系

Fig. 2 Variation of the gain peak with the carrier concentrations

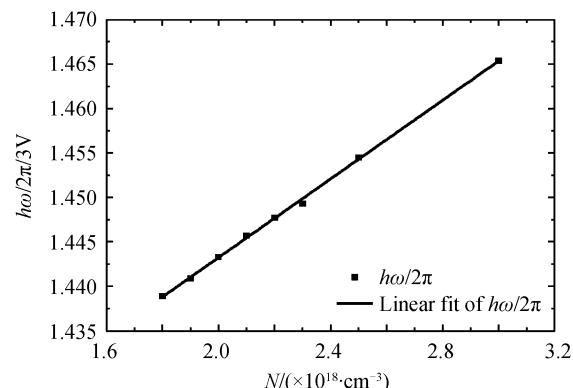


图 3 光子能量和载流子浓度的关系

Fig. 3 Variation of the photon energy with the carrier concentrations

峰值点和其对应的光子能量值与载流子浓度的拟合曲线. 曲线的斜率即为  $dg/dN$  和  $d\hbar\omega/dN$ . 图 2 中横轴为载流子浓度, 纵轴对应的增益峰值. 曲线斜率  $dg/dN=3.5794 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$ , 即微分增益. 图 3 中横轴为载流子浓度, 纵轴为增益峰值对应的光子能量. 斜率  $d\hbar\omega/dN=2.21232 \times 10^{-20} \text{ eV} \cdot \text{cm}^3$ .

从图 1 中可以明显看出, 随着载流子浓度的增加, 增益不断增大. 而且从图 2 和图 3 中还可以明显看出随着载流子浓度的增加, 增益峰值点向光子能量较高的右侧移动, 增益峰值和对应的光子能量都呈线性增长. 这些结果与本文所作出的假设一致, 即光学增益和光子能量随载流子浓度呈线性变化.

得到  $d\hbar\omega/dN$  和  $dg/dN$  后, 带间跃迁对  $\alpha$  因子的影响为

$$\alpha_1 = \frac{2n}{\hbar c} \frac{d\hbar\omega/dN}{dg/dN} = 22.562$$

自由载流子吸收对  $\alpha$  因子的影响  $\alpha_2$  值为  $-0.605$ . 在计算带隙收缩对  $\alpha$  因子的影响时, 简化计算取典型值  $N=2 \times 10^{18}/\text{cm}^3$  进行估算, 得到其对  $\alpha$  因子的影响  $\alpha_3$  值为  $-6.853$ . 可见自由载流子吸收对  $\alpha$  因子的影响远小于其他两方面的影响, 所以自由载流子吸收对  $\alpha$  因子理论值的影响不大. 而带间跃迁和带隙收缩对  $\alpha$  因子的影响很大. 所以, 在计算半导体激光器  $\alpha$  因子时, 应着重分析二者对  $\alpha$  因子的影响.

综合分析可知, 总的  $\alpha$  因子应当为三方面共同作用的结果, 即:  $\alpha=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=22.562-0.605-6.853=15.104$ .

## 3 结论

本文使用简单模型分析了半导体激光器的  $\alpha$  因子, 综合考虑了带间跃迁、自由载流子的吸收和带隙

收缩现象对 $\alpha$ 因子的影响,并计算了这些因素的变化量。结果表明:对于GaAs本征半导体激光器,带间跃迁产生的 $\alpha$ 因子值为22.562;自由载流子吸收对 $\alpha$ 因子的影响较小,只有-0.605;而带隙收缩现象对 $\alpha$ 因子的影响较大,对 $\alpha$ 因子影响值为-6.853。综合三个方面计算结果,得到GaAs本征半导体激光器 $\alpha$ 因子值为15.104。因此,在计算半导体激光器 $\alpha$ 因子时,应着重分析带间跃迁和带隙收缩的对 $\alpha$ 因子的影响。本文的计算方法简单明了,对进一步研究量子阱激光器以及量子点激光器线宽展宽因子提供了一条有效途径。

**致谢:**感谢中科院半导体研究所杜宝勋研究员对本工作提出了有益的建议和意见。

#### 参考文献

- [1] HENRY C H. Theory of the linewidth of semiconductor lasers [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1982, **18**(2): 259-264.
- [2] VILLAFRANCA A, VILLAVERNE A, GIULIANI A, et al. Mode-resolved measurements of the linewidth enhancement factor of a Fabry-Pérot laser[J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2009, **21**(17): 1256-1258.
- [3] GERHARDT N C, HOFMANN M R, HADER J, et al. Linewidth enhancement factor and optical gain in (GaIn)(Nas)/GaAs lasers[J]. *Applied Physics Letters*, 2004, **84**(1): 1-3.
- [4] MACKENZIE R, LIM J J, BULL S, et al. Measurement of optical gain, effective group index and linewidth enhancement factor in 1.3 mm dilute nitride double-quantum-well lasers[J]. *IET Optoelectron*, 2007, **1**(6): 284-288.
- [5] MELNIK S, HUYET G, USKOV A. The linewidth enhancement factor  $\alpha$  of quantum dot semiconductor lasers[J]. *Optics Express*, 2006, **14**(7): 2950-2955.
- [6] OHTOSHI T, CHINONE N. Linewidth enhancement factor in strained quantum well lasers [J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 1989, **1**(6): 117-119.
- [7] AGRAWAL G P, BOWDEN C M. Concept of linewidth enhancement factor in semiconductor lasers: its usefulness and limitations[J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 1993, **5**(6): 640-642.
- [8] SEO W H, DONEGAN J F. Linewidth enhancement factor of lattice-matched InGaNAs/GaAs quantum wells[J]. *Appl Physics Letters*, 2003, **82**(4): 505-507.
- [9] KANO F, YAMANAKA T, YAMAMOTO N, et al. Linewidth enhancement factor in InGaAsP/InP modulation-doped strained multiple-quantum-well lasers [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1994, **30**(2): 533-537.
- [10] LEE S S, FIGUEROA L, RAMASWAMY R. Variations of linewidth enhancement factor and linewidth as a function of laser geometry in (AlGa)As lasers[J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1989, **25**(5): 862-870.
- [11] HUANG Y, ARAI S, KOMORI K. Theoretical linewidth enhancement factor  $\alpha$  of  $Ga_{1-x}In_xAs/GaInAsP/InP$  strained-quantum-well structures[J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 1993, **5**(2): 142-145.
- [12] PARK S H. Linewidth enhancement factor of InGaNAs/InGaNAs quantum-well lasers and comparison with experiment[J]. *Journal of the Korean Physical Society*, 2004, **45**(4): 1085-1088.
- [13] HOCHHOLZER M, JORDAN V. Discussion of the linewidth enhancement factor  $\alpha$  of GaAs/GaAlAs quantum well lasers[J]. *IEE Prog Optoelectron*, 1994, **141**(5): 311-315.
- [14] PENG Yu-heng, CHENG Song-yan, CHEN Wei-you, et al. The theoretical analysis of gain and linewidth enhancement factor of modulation-doped compress strained multi-quantum-well lasers[J]. *Acta Electronica Sinica*, 1996, **24**(11): 33-37.
- [15] 彭宇恒,陈松岩,陈维友,等.调制掺杂压缩应变多量子阱激光器的增益特性和线宽增强因子的理论研究[J].电子学报,1996, **24**(11): 33-37.
- [16] 杜宝勋.半导体激光器原理[M].北京:兵器工业出版社,2004.
- [17] LU Hong-chang, LUO Bin, CHEN Jian-guo. Measurement of linewidth enhancement factor of semiconductor lasers[J]. *High Technology Letters*, 1996, **6**(2): 12-14.
- [18] 吕鸿昌,罗斌,陈建国.半导体激光器谱线展宽因子测量[J].高技术通讯,1996, **6**(2): 12-14.
- [19] YU Yan-guang, YAN Yan-xia. An approach for measuring parameters of semiconductor lasers[J]. *Laser & Infrared*, 2006, **36**(2): 114-117.
- [20] 禹延光,闫艳霞.半导体激光器线宽展宽因数的估计方法[J].激光与红外,2006, **36**(2): 114-117.
- [21] YU Yan-guang, YUAN Xiu-juan. Automatic measurement of the linewidth enhancement factor based on moderate optical feedback[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2008, **35**(1): 97-101.
- [22] 禹延光,袁秀娟.适度光反馈机制下线宽展宽因数的自动测量[J].中国激光,2008, **35**(1): 97-101.
- [23] 柄原敏明.半导体激光器基础[M].周南生,译.北京:科学出版社,2002: 47.
- [24] PIPREK J. Semiconductor optoelectronic devices [M]. California: Academic Press, 2003: 7, 94.

## Theoretical Calculation of Linewidth Enhancement Factor in GaAs Semiconductor Lasers

ZHANG Fan<sup>1</sup>, LI Lin<sup>1</sup>, WANG Yong<sup>1</sup>, ZOU Yong-gang<sup>1</sup>, LI Zhan-guo<sup>1</sup>,  
MA Xiao-hui<sup>1</sup>, SUI Qing-xue<sup>2</sup>, LIU Guo-jun<sup>1</sup>

(1 National Key Lab of High Power Semiconductor Lasers, Changchun University of Science and Technology,  
Changchun 130022, China)

(2 The Changchun Regional Office of the Armored Forces Representative Bureau, the Equipment Headquarters  
of the PLA, Changchun 130103, China)

**Abstract:** The effects of interband transition, free carrier absorption and bandgap narrowing on linewidth enhancement factor ( $\alpha$  factor) in semiconductor lasers were comprehensively considered in a simple model. A convenient calculation method of  $\alpha$  factor in semiconductor lasers was presented. The formula for  $\alpha$  factor was derived at first, the gain of GaAs semiconductor lasers was theoretically analyzed and calculated, and the process of solving the Fermi integral function by taking advantage of the Mupad notebook in MATLAB software was introduced. Further, the effect of interband transition on  $\alpha$  factor was calculated based on the peak variation of gain fitting curves. Finally, both the effects of free carrier absorption and bandgap narrowing on  $\alpha$  factor were discussed, respectively, and their values were obtained. The results show that interband transition and bandgap narrowing have more obvious effects on  $\alpha$  factor in semiconductor lasers ( $\alpha$  factor are 22.562 and -6.853, respectively) than the effect of free carrier absorption( $\alpha$  factor is only -0.605).

**Key words:** Semiconductor lasers; Linewidth enhancement factor; Gain; Free carrier absorption; Bandgap narrowing