

文章编号:1004-4213(2011)03-0483- 4

基于径向希尔伯特变换的图像边缘增强特性研究

陈君, 崔祥霞, 肖静, 杨兆华, 刘婷婷

(泰山学院 物理与电子工程学院, 山东 泰安 271021)

摘 要:研究了基于螺旋相位频谱滤波器滤波的径向希尔伯特变换对不同边缘分布图像的增强特性. 给出了拓扑荷 $n=1$ 的有限孔径螺旋相位滤波器点扩散函数的解析表达式, 并利用圆孔、汉字和人像等三幅不同边缘分布密度的图像进行了边缘增强的模拟计算. 结果表明, 基于螺旋相位频谱滤波的径向希尔伯特变换会使边缘增强图像具有立体浮雕效果, 并且随着输入图像的边缘分布密度变大, 立体浮雕效果会越来越显著. 通过理论分析得出, 这一现象是由螺旋相位滤波器点扩散函数中的次极大分布与输入图像边缘卷积引起的. 这一结论为图像的信息处理提供了一些有利的手段.

关键词:径向希尔伯特变换; 螺旋相位滤波器; 图像边缘增强; 浮雕效果

中图分类号: O438

文献标识码: A

doi: 10. 3788/gzxb20114003. 0483

0 引言

边缘增强是光信息处理中的一项重要技术, 由于边缘部分集中了物体的大部分信息, 因此边缘的确定和提取在模式识别和机器视觉领域都是非常重要的技术环节^[1-2]. 其中希尔伯特变换频谱滤波由于可对输入图像的边缘进行选择增强而广泛受到关注^[3-4], 但一维或者二维的希尔伯特变换只能对图像沿水平或者垂直方向的边缘进行增强. 2000 年, Jeffrey A. Davis 等人基于螺旋相位滤波提出了一种径向对称的二维图像边缘增强方法^[5], 即径向希尔伯特变换(Radial Hilbert Transform), 与先前的边缘增强手段相比, 该方法具有等向性的滤波特点, 即对样品所有方向的边缘都具有相同的增强效果. 径向希尔伯特变换概念的提出, 为二维图像信息处理开辟了一个新的研究领域. 多年来, 国内外学者进行了大量的研究工作, 通过理论和实验证明了利用螺旋相位器件进行的相干空间滤波对振幅型和相位型物体都具有极强的边缘对比度增强^[6-15]. 2006 年国承山教授提出了拉盖尔-高斯振幅调制螺旋相位滤波器用于抑制普通螺旋相位滤波器点扩散函数中的次极大分布来提高边缘增强图像的对比度^[16]. 但对于螺旋相位滤波器点扩散函数中的次极大分布对不同边缘分布密度的物体实现边缘增强的特点却很少有人讨论.

本文在介绍基于螺旋相位滤波的径向希尔伯特变换实现图像边缘增强原理的基础上, 给出了拓扑荷 $n=1$ 的有限孔径螺旋相位滤波器点扩散函数的

解析式, 并针对不同边缘分布密度的图像进行了径向希尔伯特变换的计算模拟, 发现基于普通螺旋相位滤波器的径向希尔伯特变换会使输出图像具有立体浮雕效果, 并且输入图像的边缘分布越密集, 浮雕效果越明显.

1 径向希尔伯特变换的原理

径向希尔伯特变换即利用一个螺旋相位滤波器在输入图像的频谱面上进行频谱滤波, 实现对任意形状的物体等方向的二维边缘增强. 沿螺旋相位滤波滤波器任意直径方向都会有 $n\pi$ 的相位差, 如图 1, 因此, 沿任意直径方向都等同于一维的希尔伯特变换. 与理想螺旋相位滤波器不同, 实验中滤波器是有孔径大小的, 其透过率函数可表示为

$$H_n(r, \varphi) = \text{circ} \left(\frac{r}{R} \right) \exp(i n \varphi) \quad (1)$$

式中, (r, φ) 为空间滤波平面上的极坐标, n 代表径向希尔伯特变换的阶数, 即螺旋相位滤波器的拓扑荷数, R 为滤波器的孔径. 在基于 $4f$ 系统的频谱滤波实验中, 输出结果可以看成是输入物函数 $g(x, y)$ 与系统点扩散函数的卷积

$$\tilde{g}(x, y) = g(x, y) * h_n(\rho, \theta) \quad (2)$$

式中点扩散函数 $h_n(\rho, \theta)$ 在这里又称为汉克尔变换函数, 即螺旋相位函数 $H_p(r, \varphi)$ 的傅里叶变换函数. 通常人们只关注 $n=1$ 的情况, 因为此时螺旋相位滤波器点扩散函数中的主极大值具有最窄的半高宽, 在这种条件下可以对输入函数产生最窄的边缘增强. 此时螺旋相位板的点扩散函数可以表示为

基金项目: 山东省自然科学基金项目(No. ZR2010FQ006)和山东省教育厅科技计划项目(No. J08LI65)资助

第一作者: 陈君(1980—), 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为光学涡旋的调控及其在螺旋相对显微成像中的应用. Email: tsuchjun@gmail.com

收稿日期: 2010-10-12; 修回日期: 2010-11-29

$$h_1(\rho, \theta) = -\frac{k}{f} \exp(i\theta) \int_0^R J_1\left(\frac{k}{f} r \rho\right) r dr = -\frac{1}{6} \exp(i\theta) \left(\frac{k^2 R^3 \rho}{f^2}\right) {}_1F_2\left[\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 2; -\left(\frac{kR\rho}{2f}\right)^2\right] \quad (3)$$

式中, $J_1(x)$ 分别为第一类 1 阶贝塞尔函数, R 为螺旋相位滤波器的半径, k 为入射光的波数, f 为傅里叶变换透镜焦距, ${}_1F_2(a, b, c; x)$ 为超几何函数

$${}_1F_2(a, b, c; x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(a)_m x^m}{(b)_m (c)_m m!} \quad (4)$$

式中, $(a)_m = \Gamma(a+m)/\Gamma(a)$, $(a)_0 = 1$, $\Gamma(x)$ 为伽玛函数.

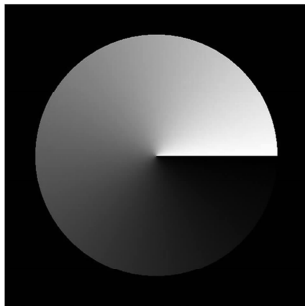


图 1 螺旋相位滤波器
Fig. 1 Spiral phase filter

图 2 给出了拓扑荷 $n=1$, 半径 $R=3$ mm 的螺旋相位滤波器点扩散函数 $h_1(\rho, \theta)$ 的模沿径向的分布曲线. 从图 2 中可以看出, 螺旋相位滤波器的点扩散函数在靠近中心的位置有一个主极大, 远离中心的位置上依次分布着一些次极大. 根据式(2), 主极大分布的卷积结果会使输入图像振幅或相位变化的地方凸显出来, 即对图像的边缘实现增强, 而振幅或相位分布均匀的地方卷积结果为 0, 并且根据文献[16]的理论, 点扩散函数中次极大分布与输入图像卷积会在边缘增强条纹附近产生弱小的光强分布信号.

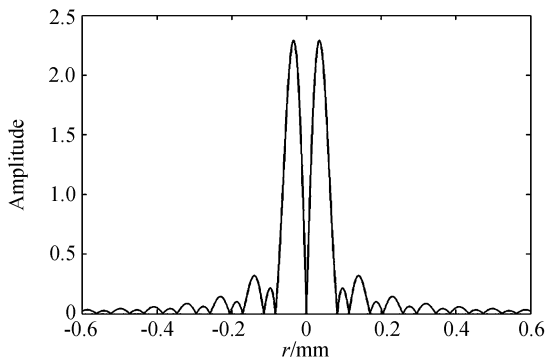


图 2 螺旋相位滤波器点扩散函数 $h_1(\rho, \theta)$ 径向分布曲线
Fig. 2 Radial distribution of point spread function from spiral phase filter

2 二维图像径向希尔伯特变换的模拟与讨论

设输入物的函数为 $g(x, y)$, 在其频谱平面上利用螺旋相位滤波器 $H_1(r, \varphi)$ 进行频谱滤波, 再经过傅里叶变换透镜在输出端可以得到图像边缘增强的结果

$$\tilde{g}(x, y) = g(x, y) * h_1(\rho, \theta) \quad (5)$$

即输出函数为输入函数与一阶螺旋相位滤波器点扩散函数的卷积.

基于以上的理论分析, 本文以三种不同边缘分布密度的图像为例, 分析了径向希尔伯特变换实现图像边缘增强的特点. 首先以最简单的振幅型圆形孔径为输入图像进行了径向希尔伯特变换的计算模拟. 图 3(a) 为一振幅型圆形孔径, 其经过螺旋相位滤波器频谱滤波后的模拟结果如图 3(b), 并在图 3(c) 中给出了边缘增强图像的径向光强分布曲线, 从中可以看出, 圆孔的边缘被清晰地显现出来, 即实现了对输入图像的边缘增强, 并且沿图像任意方向的边缘增强效果是等效的. 在图像边缘的周围会存在一些微弱的光强分布, 虽然图像的对比度略有降低, 但并不影响对图像边缘的探测, 这一点从输出图像的径向光强分布曲线中也可以看出.

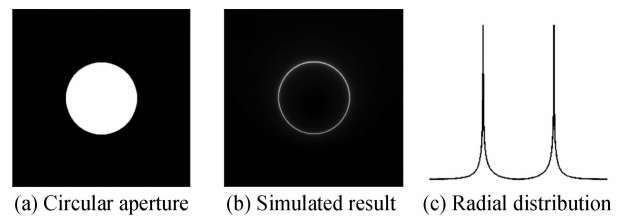
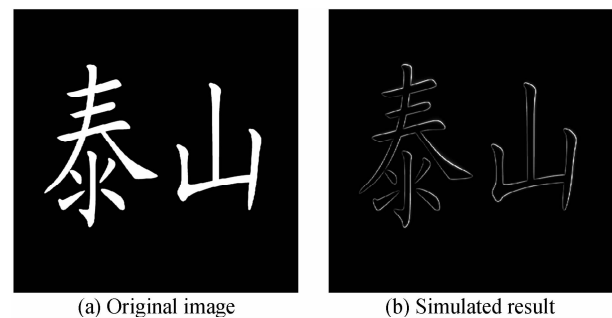


图 3 圆形孔径的径向希尔伯特变换模拟
Fig. 3 Simulation of radial Hilbert transform using a circular aperture as input pattern



(a) Original image (b) Simulated result

图 4 汉字“泰山”的径向希尔伯特变换模拟
Fig. 4 Simulation of radial Hilbert transform using Chinese character as input pattern

对于图像的边缘离得比较近的情况, 我们利用汉字“泰山”进行了计算模拟, 如图 4. 汉字边缘也有一些由螺旋相位滤波器点扩散函数中次极大引起的

微弱光强分布,这些光强分布的存在使得边缘增强图像具有类似浮雕的效果.当图像的边缘分布更加密集时,这种浮雕效果会更加显著,如图 5(a)为一副人物图像,其中除了比较清晰的人物整体轮廓以外,还有边缘分布比较密集的细节,比如头发和帽子等部位.图 5(b)给出了图 5(a)的径向希尔伯特变换结果,从中可以看出整幅人物图像都具有十分显著的立体浮雕效果,这为形象研究图像的分布和结构提供了有利的手段.



图 5 人物图像的边缘增强结果

Fig. 5 The edge enhancement of portraits

从模拟结果来看,基于螺旋相位滤波器的径向希尔伯特变换可以实现对输入图像的等向性边缘增强,并且在边缘增强条纹附近会带有部分微弱的光强分布.当图像边缘的分布变得密集时,这些微弱光强分布的叠加会使边缘增强图像具有立体浮雕效果,例如人物图像的径向希尔伯特变换结果中,人物像具有立体式的浮雕效果,这一现象在已实现的实验中也可观察到^[8-9,12].根据上述分析,在利用螺旋相位滤波器实现的径向希尔伯特变换的过程中,输出图像边缘的浮雕效果主要是由于螺旋相位滤波器点扩散函数中的次极大分布引起的,如果抑制掉点扩散函数中的次极大分布,则边缘增强图像便不会具有浮雕效果^[11,16].因此,如果我们合理利用这些次极大分布,将会为图像信息处理带来一些新的机遇.

3 结论

本文基于径向希尔伯特变换的原理,计算了有限孔径螺旋相位滤波器的点扩散函数,并通过模拟计算对不同边缘分布密度的图像进行了边缘增强的仿真模拟,发现在利用螺旋相位滤波器进行频谱滤波时,由于螺旋相位滤波器点扩散函数中的次极大存在,使得边缘增强图像具有一定的浮雕效果,并且图像的边缘分布密度越大,这种浮雕效果越明显,这一现象对图像信息处理和实验观察都具有一定的实用意义.

参考文献

- [1] GE Hua-yong, BAI En-jian. A new method for edge enhancement and its application to joint transform correlator [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(9): 1907-1911.
- [2] CHEN Guo-jin, ZHU Miao-fen, SHI Hu-li, et al. Identification of image definition based on minimum isotropy wavelet [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(2): 395-399. 陈国金,朱妙芬,施洪立,等.基于最小各向同性小波滤波的图像清晰度识别[J]. *光子学报*, 2008, **37**(2): 395-399.
- [3] CHEN Xue-hua, HE Zhen-hua, HUANG De-ji. Seismic data edge detection based on higher-order pseudo Hilbert transform [J]. *Progress in Geophysics*, 2008, **23**(4): 1106-1110. 陈学华,贺振华,黄德济.地震资料的高阶伪希尔伯特变换边缘检测[J]. *地球物理学进展*, 2008, **23**(4): 1106-1110.
- [4] CHEN Xue-hua, HE Zhen-hua, HUANG De-ji. High-order pseudo Hilbert transform and application in edge detection [J]. *Journal of Data Acquisition & Processing*, 2008, **23**(2): 224-227. 陈学华,贺振华,黄德济.高阶伪希尔伯特变换在边缘检测中的应用[J]. *数据采集与处理*, 2008, **23**(2): 224-227.
- [5] DAVIS J A, McNAMARA D E, COTTRELL D M, et al. Image processing with the radial Hilbert transform: theory and experiments [J]. *Optics Letters*, 2000, **25**(2): 99-101.
- [6] GUO C S, ZHANG Y, HAN Y J, et al. Generation of optical vortices with arbitrary shape and array via helical phase spatial filtering [J]. *Optics Communications*, 2006, **259**(2): 449-454.
- [7] SITU G, WARBER M, PEDRINI G, et al. Phase contrast enhancement in microscopy using spiral phase filtering [J]. *Optics Communications*, 2010, **283**(7): 1273-1277.
- [8] JESACHER A, FURHAPTER S, BERNET S, et al. Shadow effects in spiral phase contrast microscopy [J]. *Physical Review Letters*, 2005, **94**(23): 233902-4.
- [9] FURHAPTER S, JESACHER A, BERNET S, et al. Spiral phase contrast imaging in microscopy [J]. *Optics Express*, 2005, **13**(3): 689-694.
- [10] GUO C S, ZHANG Y, HAN Y J, et al. Generation of optical vortices with arbitrary shape and array via helical phase spatial filtering [J]. *Optics Communications*, 2006, **259**(2): 449-454.
- [11] BOKOR N, IKETAKI Y. Laguerre-Gaussian radial Hilbert transform for edge-enhancement Fourier transform X-ray microscopy [J]. *Optics Express*, 2009, **17**(7): 5533-5539.
- [12] YI Tao, CAO Lei-feng, YANG Guo-hong, et al. Edge enhancement imaging using spiral zone plate [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2010, **22**(9): 2075-2078. 易涛,曹磊峰,杨国洪等.利用螺旋型波带片进行边缘增强成像[J]. *强激光与粒子束*, 2010, **22**(9): 2075-2078.
- [13] SITU G, PEDRINI G, OSTEN W. Spiral phase filtering and orientation-selective edge detection/enhancement [J]. *JOSA A*, 2009, **26**(8): 1789-1798.
- [14] LIU Ting-ting, HONG Zheng-ping, GUO Cheng-shan. Common path phase-shifting digital holography based on a spiral phase filtering [J]. *Journal of Optoelectronics Laser*, 2008, **19**(1): 96-99. 刘婷婷,洪正平,国承山.基于螺旋相位滤波器的共路相移数字全息术[J]. *光电子·激光*, 2008, **19**(1): 96-99.
- [15] FOO G, PALACIOS D M, SWARTZLANDER G A. Optical vortex coronagraph [J]. *Optics Letters*, 2005, **30**(24): 3308-3310.
- [16] GUO C S, HAN Y J, XU J B. Radial Hilbert transform with Laguerre-Gaussian spatial filters [J]. *Opt Lett*, 2006, **31**(10): 1394-1396.

Properties of Image Edge Enhancement Using Radial Hilbert Transform

CHEN Jun, CUI Xiang-xia, XIAO Jing, YANG Zhao-hua, LIU Ting-ting

(Department of Physics and Electronic Engineering, Taishan University, Taian, Shandong 271021, China)

Abstract: The properties of edge enhancement for different marginal distribution density image based on radial Hilbert transform with a spiral phase filter were studied. The analytical expression to describe the point spread function of a finite-radius spiral phase filter with topological charge $n=1$ was given and the edge enhancement for different marginal distribution image such as circular aperture, Chinese character and portraits were simulated. The results show that the edge enhanced images using radial Hilbert transform have three-dimensional relief effect, and the more intensive marginal distribution of input image, the more significant relief effect. Theoretical analysis found that this property derives from convolution between the input image and subsidiary maximum in the point spread function. This conclusion will be beneficial as a way for image processing.

Key words: Radial Hilbert transform; Spiral phase filter; Image edge enhancement; Relief effect